UNIVERSIDAD “HNOS. SAÍZ MONTES DE OCA”

CENTRO DE ESTUDIOS DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR

“UNA ESTRUCTURACIÓN DIDÁCTICA PARA LA ETAPA DE ORIENTACIÓN EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON TEXTO EN EL PRIMER CICLO DE LA ESCUELA PRIMARIA”

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas

AUTOR: Prof. Manuel Capote Castillo
TUTORA: Dra. C. Celia Rizo Cabrera

PINAR DEL RÍO
2003

AGRADECIMIENTOS:

Como ninguna obra humana es una tarea completamente individual, ésta tampoco ha escapado a esta máxima. Muchísimas personas de una u otra forma, contribuyeron para que este trabajo se pudiera culminar:

A la Dra. Celia Rizo, mi tutora, que al mismo tiempo fue mi constante oponente, por no haber escatimado entregar su precioso tiempo en la búsqueda de la perfección.

A los Dres. Alejandro Collado y Rosa Hernández, rector y vicerrectora de investigaciones y postgrado del Instituto Superior Pedagógico "Rafael M. de Mendive" respectivamente, por el apoyo humano y material en diferentes momentos de mi labor.

A los directores, jefes, maestros y alumnos del primer ciclo de la Escuela Primaria "Carlos Hidalgo" de Pinar del Río y "Eberto Polanco" de Consolación del Sur, por su decisiva y entusiasta participación en los dos momentos en que esta estructuración didáctica se introdujo en la práctica escolar.

Al M. Sc. Jesús Miqueo, Jefe del Dpto. de Informática del Instituto Superior Pedagógico "Rafael M. de Mendive" de Pinar del Río, por su permanente colaboración en los recursos informáticos para la elaboración de la tesis.

A la M. Sc. Santa González, por su gentil cooperación en el tratamiento estadístico.

Al Dr. Sergio Ballester, por sus oportunas y valiosas recomendaciones, ofrecidas como oponente en la pre-defensa, que indiscutiblemente coadyuvaron a mejorar el trabajo presentado en ese momento.

A la M. Sc. Yadira Piñera, por la paciente revisión lingüística de la penúltima versión de la tesis.

Al Ingeniero Dagoberto Valdés y al Mayor Antonio Areces, por la espontánea ayuda brindada en la impresión de los cinco ejemplares de la tesis.

A todos los que con su consejo oportuno, y su paciencia, han estado siempre atentos a la obra.

DEDICATORIA:

A mis padres, por haberme ungido con su esfuerzo y valor…
A ellos, que se fueron mucho antes de este proyecto, y han sido su inspiración…
A mi hija, prolongación auténtica y superada de mí mismo…
A los tres, por robarle horas al tiempo para ir siempre conmigo…
A los tres, por la generosidad de secundarme.

SÍNTESIS:

Este trabajo aborda la etapa de orientación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la escuela primaria cubana.

La tesis ofrece el diseño de un proceder didáctico para el tratamiento de este tipo de ejercicios matemáticos que contribuya a un mejor desarrollo de la etapa de orientación. El mismo contiene una caracterización de esta etapa estructurada por: aseguramiento de las condiciones previas, motivación y orientación hacia el objetivo, planteamiento del problema y acciones de regulación y autorregulación. Además incluye un folleto con indicaciones precisas en un lenguaje asequible para que los docentes puedan instrumentarlo en la práctica escolar.

Los significados prácticos de las operaciones aritméticas con números naturales y las estructuras semánticas asociadas a este tipo de problemas, ocupan un destacado lugar en la misma. Estos dos últimos aspectos se han ampliado y perfeccionado para las operaciones de multiplicación y división, constituyendo nuestros aportes, junto con la caracterización antes referida.

Esta concepción teórica para esta etapa orientadora no tiene antecedentes concretos en la Didáctica de la Matemática para la Escuela Primaria, lo que representa una novedad científica en este campo.

ÍNDICE:

INTRODUCCIÓN

El hombre se ha formado y lo hará en el futuro sobre la base del avance y florecimiento de la ciencia y la técnica, al cambiar las condiciones materiales, el ser humano se transforma a sí mismo, teniendo en cuenta que las posibilidades de su desarrollo social son inagotables.

Ahora bien, las nuevas tecnologías con sus grandes posibilidades originan la demanda de un hombre talentoso con variadas capacidades intelectuales. Al incrementarse en el futuro, las condiciones de producción automatizadas, el hombre como sujeto del trabajo debe ampliar su repertorio de cualidades, tales como: tener conocimientos profundos y universales, hábitos, habilidades y capacidades variadas, poseer un alto nivel cultural, una actitud consciente hacia el trabajo, entre otros.

¿Quién tendrá la alta responsabilidad de contribuir a la formación de estas cualidades en las nuevas generaciones? Sin dudas, esa misión le corresponderá a la escuela, como institución encargada de preparar al hombre para la vida.

Como consecuencia de la Revolución Científica Técnica mencionada, se ha producido y continuará ocurriendo en el mundo, una acumulación acelerada de información y la introducción en ascenso de la computación. Lo anterior ha provocado que la función de la escuela haya tenido que cambiar a una fase dialécticamente superior: **enseñar a aprender**, para que el futuro ciudadano pueda enfrentar los retos que la contemporaneidad le depara.

Dentro de este proceso instructivo ocupa un lugar especial la enseñanza primaria, por su carácter propedéutico para el resto de los niveles de enseñanza, en particular en el primer ciclo donde se inicia la instrucción escolar. Por tanto, es importante estructurar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje en este período escolar.

Para el exitoso cumplimiento de los referidos propósitos de este proceso, es fundamental la inclusión de la solución de problemas como **objeto de enseñanza,** porque desde el punto de vista instructivo, desarrollador y educativo, su estudio contribuye a la formación y desarrollo de los educandos.

Por otra parte, desde el punto de vista epistemológico, los problemas han ayudado a construir la ciencia matemática, ya que el desarrollo de teorías y conceptos matemáticos casi siempre han surgido de la necesidad de resolver problemas concretos.

Además en el plano de la Pedagogía, en general, y de la Didáctica, en particular, ha coadyuvado a la aparición de diversas tendencias para enseñar mediante problemas, tales como: enseñanza problémica, enseñanza por problemas, enseñanza basada en problemas y la enseñanza de la resolución de problemas. [ver 29; p.7-8]

En nuestro país se han realizado algunas investigaciones dedicadas al proceso instruccional de la solución de problemas: A. Labarrere (1983; 1988; 1993; 2996), Campistrous-Rizo (1995), entre otros. El primero haciendo énfasis en la enseñanza explícita de conocimientos teóricos relacionados con los problemas y los medios para encontrar la solución, mientras que los segundos amplían las etapas de Polya mediante un procedimiento generalizado para su solución, expresados en el lenguaje propio del niño, con la utilización de diversas técnicas que ayudan al escolar al enfrentarse a esta tarea.

Existe consenso entre algunos autores nacionales, tales como: A. Labarrere (1981, 1983, 1984, 1995); G. Martínez (1982); M.G. Pernas (1983); M. Prado (1979); P. Rico (1978); Campistrous-Rizo (1995) y M. Capote (1995), así como de otros extranjeros: L. Fridman y G. Dyumaev (1971); De Corte y V. Verschaffel (1983); S. Baruk (1985); R. Brissiaud (1988) y Kintsch (1987), en cuanto a que una de las principales dificultades que presenta la enseñanza actual de la solución de problemas es el insuficiente tratamiento didáctico de la primera etapa: comprensión del problema.

Las anteriores limitaciones han provocado que los escolares al resolver un problema *"...dedican poco tiempo al análisis inicial del problema(...)no son capaces de organizar su actividad y de asumir una nueva estrategia ante el problema(...) evidenciándose que no existe una* ***orientación*** *hacia la actividad y sus productos(...) existe la* ***tendencia a la ejecución****, es decir, a operar con los datos y hallar una respuesta a toda costa"* [120; p.24].

Los aspectos temáticos de esta tesis tienen, en cierta medida, su génesis en los resultados obtenidos en la investigación "Diagnóstico y tratamiento en el desarrollo de habilidades de cálculo aritmético en los alumnos del primer ciclo de la enseñanza primaria de la provincia de Pinar del Río" que hubimos de dirigir desde julio del 1992 hasta febrero de 1996. La misma se llevó a cabo en 13 de los 14 municipios de la provincia pinareña, con la colaboración de 39 maestros primarios que aplicaron y tabularon diversos instrumentos a una amplia muestra de 1727 maestros primarios, 16 596 alumnos de primaria y 74 metodólogos-inspectores y que fueron representativos de la provincia. En las pruebas pedagógicas utilizadas como comprobación final del experimento a estos escolares, se apreció que solo el 55 % de estos alumnos fueron capaces de resolver los problemas propuestos.

En virtud de una de las recomendaciones planteadas en la investigación mencionada arriba, en el curso escolar 94-95 se ejecutó en seis municipios representativos de Pinar del Río, un trabajo investigativo que dirigimos, encaminados a profundizar en las causas y dificultades sobre la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria. En la misma participaron 180 estudiantes-maestros los cuales aplicaron diferentes instrumentos a 640 maestros en ejercicio, 1 502 alumnos de primaria de 2do a 6to. grado y 13 metodólogos municipales de Matemática. En la misma se corroboró lo que otros autores cubanos como Campistrous-Rizo (1992) y Labarrere (1990, 1995) habían ya confirmado.

En cuanto a las **limitaciones** principales de los escolares primarios para resolver problemas aritméticos se puede citar la Insuficiente comprensión del texto del problema y el poco dominio de los significados prácticos de las operaciones aritméticas con números naturales.

Al mismo tiempo, las **causas** principales de las anteriores dificultades son:

a) "Inadecuada preparación didáctica de los maestros para trabajar con los problemas.

b) *Se proponen pocos problemas a resolver y muy pocos a formular por los escolares en las clases de Matemática.* [34; p.12].

A partir de estos resultados, concebimos la realización de diversos trabajos científicos estudiantiles ejecutados por los cursistas del sabático de primaria en esta provincia, desde el curso 1996-1997 hasta el 1999-2000 dirigidos a profundizar en el diagnóstico anterior. Entre los principales resultados de este estudio se encuentran:

- La dificultad en la comprensión del problema, en general tiene su principal causa en el insuficiente trabajo de orientación por parte del maestro.
- Los alumnos no dominan los significados de las operaciones aritméticas con números naturales porque los mismos no son objeto de enseñanza consciente por parte de los maestros.
- No se dedica una atención especial por parte de los maestros, de los siguientes aspectos: la motivación, el aseguramiento de las condiciones previas, la variedad en el planteamiento de los problemas, ni de las acciones de regulación y autorregulación que los escolares pudieran realizar al intentar resolver el problema.

Las anteriores consideraciones nos permitieron plantear como **PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN** el siguiente: **"La etapa de orientación en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la escuela primaria cubana, no garantiza que los alumnos puedan enfrentar con éxito dicha actividad".**

Por lo tanto nuestro **OBJETO DE ESTUDIO** ha sido: **"el proceso de enseñanza-aprendizaje de la solución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la escuela primaria."**

Para darle solución al problema descrito nos hemos propuesto el siguiente **OBJETIVO: "Diseñar una estructuración didáctica para el tratamiento de la solución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la escuela primaria que contribuya a un mejor desarrollo de la etapa de orientación."**

> Desde el punto de vista didáctico, esta estructuración comprende un proceder o forma de actuar en la etapa de orientación que parte de la caracterización de cada una de sus sub-etapas y de las formas de actuación que, en correspondencia con la teoría que sirve de base a esta investigación, pueden ser utilizadas por el docente en la dirección de la misma.

A través de un estudio genético del objeto y del objetivo hemos podido precisar su **CAMPO DE ACCIÓN: "La etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo en la escuela primaria y su tratamiento en la escuela.".**

Con la intención de darle cumplimiento al objetivo propuesto y de orientar el proceso investigativo nos hemos planteado las siguientes **PREGUNTAS CIENTÍFICAS:**

1. ¿Cuáles son los diferentes puntos de vista acerca del concepto de orientación como parte de la actividad humana y, en especial, en el aprendizaje?
2. ¿Cómo ha sido y cómo es en la actualidad el tratamiento de la solución de problemas aritméticos con texto en la escuela primaria? ¿Qué papel juega la orientación en ese tratamiento?
3. ¿Qué estructura debe tener la etapa de orientación para que favorezca en los escolares la etapa de ejecución de los problemas aritméticos con texto?
4. ¿Cómo valorar si la estructuración que se diseñe es viable en la práctica?

El carácter heurístico de las anteriores preguntas nos ha permitido el planteamiento de las siguientes **TAREAS:**

1. Estudio teórico acerca del concepto de orientación en la actividad humana, y en particular en el aprendizaje.

- Estudio bibliográfico para precisar las posiciones teóricas que desde el punto de vista filosófico y psicopedagógico sustenten la propuesta.

- Análisis de las diferentes acepciones del concepto de orientación (qué es) y cuál es su utilidad (para qué sirve), así como de las diferentes formas de estructurarla en el proceso de aprendizaje, en especial en la solución de problemas.

2. Análisis histórico-lógico del tratamiento de los problemas aritméticos en la escuela primaria, en especial de la etapa de orientación:

- Estudio teórico acerca de las diferentes acepciones del concepto de problema, incluida una discusión acerca de los problemas escolares, que será utilizado en el trabajo, y de modelos de problemas que pueden ser utilizados para la instrumentación que se propondrá. Este estudio permitirá asumir una posición teórica que servirá para argumentar la propuesta que se haga.
- Diagnóstico de la situación actual del tratamiento de la solución de problemas en el primer ciclo y de las potencialidades que en este tratamiento tiene la etapa de orientación en la ejecución de los alumnos.
- Análisis sistémico de los datos obtenidos por la vía de los trabajos científicos estudiantiles dirigidos por el aspirante y de otras investigaciones relacionadas con esta temática.
- Estudio de grupos de alumnos y sus respectivos maestros: observaciones de clases y entrevistas a los maestros para precisar cuáles son sus concepciones acerca de los significados y cómo estos se utilizan en la solución de problemas, en particular se profundizará en el uso que le dan a la orientación de los problemas para favorecer la ejecución de los alumnos en su solución.

3. Determinación de la estructura que debe tener la etapa de orientación para que favorezca la etapa ejecutora en la solución de los problemas.

- Análisis de diferentes posiciones acerca de cómo debe ser la orientación en la solución de problemas en lo relativo a las condiciones previas y a la motivación.
- Estudio bibliográfico de los antecedentes del tratamiento de los significados prácticos de las operaciones aritméticas y conceptualización de las estructuras semánticas de los problemas aritméticos con texto y su papel en la solución de los problemas.
- Análisis de los programas, libros de texto y orientaciones para el maestro sobre la concepción actual de los significados de las operaciones en el primer ciclo.
- Papel de algunas técnicas en la etapa de orientación, así como de acciones de regulación y autorregulación como mecanismos de control en dicha etapa.

- Diseño de la propuesta sobre el proceder didáctico para la etapa de orientación y los problemas que se van a introducir y las vías para hacerlo.

  ⇒ Condiciones previas y las técnicas a tener en cuenta en el desarrollo de la propuesta, así como de los significados que se van a introducir y la forma en que se van a expresar.

  ⇒ Diseño de la primera versión: significados, estructuras semánticas, técnicas, características de los problemas, modificaciones curriculares para introducirlos, tratamiento y tareas o actividades que pueden ser utilizadas.

4. Validación de la propuesta:

- Intervención en la práctica escolar.
- Diseño de la versión definitiva.

Todo el trabajo investigativo se realizó bajo el enfoque **Dialéctico Materialista** como método general de las ciencias. Por su finalidad, puede considerarse como una investigación **aplicada**, que se inscribe tanto en la perspectiva **cualitativa** como **cuantitativa**. Para el estudio científico del objeto de investigación, nos apoyamos en diferentes **métodos (teóricos, empíricos y matemáticos),** que se señalarán a continuación.

Dentro de los **teóricos**:

- Método histórico y lógico: Se utilizó para profundizar en los antecedentes y en las tendencias actuales del objeto que se investiga, al puntualizar sus leyes generales y esenciales de su funcionamiento y desarrollo; así como de los significados y las estructuras semánticas de los problemas aritméticos con texto.

- Método de modelación y sistémico: Fueron empleados al diseñar la estructuración didáctica para la etapa de orientación de los problemas aritméticos con texto, en los dos momentos que se introdujo en la práctica. También al emplear y perfeccionar los significados y las estructuras semánticas para este tipo de problemas.

En la intervención en la práctica que con carácter de **pre-experimento** se realizó para valorar la viabilidad de la estructuración, se utilizaron métodos empíricos y estadísticos.

Dentro de los **empíricos**:

- Método de observación: Se realizó para la recogida de información, el monitoreo y el control en la aplicación de la propuesta; en particular, en la observación a clases para valorar y controlar cómo el maestro introduce en la práctica escolar los aspectos básicos de la propuesta.

- Entrevistas:

✓ Grupal a los Metodólogos y jefes de enseñanza de primaria municipales: Se aplicó para profundizar en los aspectos detectados en los trabajos científico estudiantiles sobre las limitaciones en la etapa de orientación en las aulas del primer ciclo.

✓ Grupal a los maestros que participaron en la etapa de validación empírica: Se ejecutó para conocer sus valoraciones sobre la propuesta didáctica que ellos mismos introdujeron en la docencia.

✓ Individual a los estudiantes que participaron en la etapa de validación empírica: Se empleó para conocer las acciones de regulación y autorregulación que utilizaron al comprender los problemas que aparecieron en las pruebas pedagógicas y para determinar cuales de esos problemas le resultaron más difíciles.

- Pruebas pedagógicas: Se les aplicó a los estudiantes del primer ciclo que participaron en las dos etapas de intervención en la práctica para valorar la situación inicial, intermedia y final de estos escolares en cuanto al resultado terminal de la solución de problemas aritméticos con texto.

Por otra parte, se complementó la medición de algunos aspectos del trabajo que son necesarios a la investigación, con el uso de procedimientos propios del trabajo técnico docente, pero utilizados en esta oportunidad como **técnicas investigativas**, tales como:

- Revisión de libretas a los alumnos que participaron en la etapa de validación empírica : Se efectuó para determinar los recursos utilizados por ellos en la asimilación personal de la propuesta didáctica, teniendo en cuenta las diferencias individuales.
- Revisión de los planeamientos de los docentes que participaron en la etapa de validación empírica: Se utilizó para determinar el nivel de interiorización por parte de los docentes al introducir la propuesta.

Dentro de los **métodos estadísticos**:

- Métodos de estadística descriptiva: Se utilizaron para el procesamiento de la información obtenida en las dos etapas de intervención en la práctica, tales como: tabulación, cálculo porcentual, índice porcentual, medidas de tendencia central. Además se aplicó una escala nominal para la caracterización en las distintas pruebas pedagógicas propuestas a los escolares en dichas etapas.
- Métodos de estadística paramétrica y no paramétrica:

✓ Se empleó la prueba de los signos de McNemar (no paramétrica) para comparar los resultados de las pruebas pedagógicas aplicadas como diagnóstico inicial y final.

✓ Se aplicó la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon (no paramétrica) para comparar los resultados de las pruebas pedagógicas entre el diagnóstico intermedio y final en aquellas estructuras semánticas que en el intermedio presentaron más dificultades por parte de los escolares.

✓ Se utilizó la técnica de coeficientes de correlación de rangos de Spearman con corrección por ligaduras (no paramétrica) y la de rangos de Pearson (paramétrica), para comprobar la correlación entre las distintas dimensiones de las observaciones a clases, de las revisiones a los planes de clases de los maestros que participaron en la etapa de validación y de las revisiones de las libretas de los alumnos.

En la utilización de estos métodos, fue necesario utilizar procedimientos de análisis-síntesis, inducción-deducción y abstracción-concreción, los que se aplicaron durante todo el proceso investigativo, desde el estudio de la literatura consultada para determinar los presupuestos teóricos asumidos, durante la elaboración de la propuesta, así como en la valoración de los diferentes resultados obtenidos.

La tesis hace un **aporte teórico** a la Didáctica de la Matemática al:

- Proponer una caracterización y conceptualización de la etapa de orientación para la resolución de problemas aritméticos con texto y sus correspondientes subetapas,
- Ampliar y perfeccionar los significados prácticos de las operaciones aritméticas con números naturales y de las estructuras semánticas de este tipo de problemas, relacionados con la multiplicación y división.

Precisamente, en esta propia concepción teórica de la etapa de orientación y la inclusión en ella de las mencionadas estructuras semánticas, radica su **novedad científica.**

Como **aporte práctico** se tiene la elaboración de las vías para implementar la propuesta didáctica que se ha recogido en forma de **folleto para los maestros del primer ciclo** de la escuela primaria y que propiciará su introducción en la práctica. El mismo consta de tres partes:

1. Un documento introductorio general **que contiene los conocimientos previos que deben dominar los docentes para comprender la propuesta.**

2. Orientaciones didácticas **(por grados) con sugerencias curriculares y de modos de actuación (proceder didáctico) para aplicación.**

3. Una colección **de 276** problemas escolares **que amplían y complementan los existentes en los libros de texto (LT) y cuadernos de trabajo (CT) del ciclo vigentes con los aportes que sobre los significados y las estructuras semánticas se hacen en la propuesta.**

Este material didáctico de apoyo a la docencia no sustituye las orientaciones metodológicas (OM) (por grados) que se utilizan en la actualidad, sino que las complementan. Su principal valor práctico **consiste en la posibilidad real de ser empleado en forma generalizada, es decir, que puede ser utilizado por cualquier maestro del primer ciclo de nuestras escuelas primarias y quizás, de sus similares en países de habla hispana, con el propósito de contribuir al desarrollo de la etapa de orientación que le permita al escolar una mejor actuación ante la solución de los problemas aritméticos con texto.**

La tesis está **conformada** por una introducción, tres capítulos, las conclusiones, las recomendaciones, la bibliografía y por 23 anexos, además de un CD (disco compacto) que contiene el folleto con la propuesta didáctica con las indicaciones precisas para los maestros.

El **capítulo 1** está destinado a la sustentación teórica del trabajo, a partir de sus fundamentos filosóficos, psicológicos y pedagógicos, para continuar con nuestras posiciones teóricas sobre: la etapa de orientación como etapa de la actividad y como solución de problemas, sobre el concepto de problema, su estructura y clasificación y concluir con los significados prácticos de las operaciones aritméticas con números naturales y las estructuras semánticas de los problemas aritméticos con texto.

En el **capítulo 2** se hace un análisis histórico-lógico del tratamiento de los problemas aritméticos en general, y de la etapa de orientación en el proceso didáctico de la resolución de problemas, los significados prácticos y las estructuras semánticas, en particular. Además se incluye un análisis de la situación actual de esta temática y finalmente se plantea la estructuración didáctica de la propuesta que se defiende en esta tesis.

Por último, en el **capítulo 3** se incluyen los resultados de la puesta en práctica de la propuesta didáctica en diferentes momentos: en un estudio exploratorio y en la validación empírica. También se hace una valoración de estos resultados que permite formular una versión definitiva de la propuesta.

En el cuadro que aparece a continuación se resume la estructura general del trabajo realizado.

CAPÍTULO 1:

CONSIDERACIONES TEÓRICAS SOBRE LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON TEXTO EN LA ESCUELA PRIMARIA, EN ESPECIAL LA ETAPA DE ORIENTACIÓN

> ¡Grande es la palabra cuando cabalga en la razón!.Penetra entonces más que la más larga espada. Ni la belleza del día oscurece por los delitos que se cometan a su luz; ni decrece el poder de la palabra por el abuso que se hace de ella.
>
> José Martí [139; p. 156]

CAPÍTULO 1: CONSIDERACIONES TEÓRICAS SOBRE LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON TEXTO EN LA ESCUELA PRIMARIA, EN ESPECIAL LA ETAPA DE ORIENTACIÓN

En este capítulo se plantean los principales fundamentos filosóficos, psicológicos y pedagógicos de la tesis. En especial se abordan los conceptos de actividad y de comunicación. Se conceptualiza sobre la orientación, como una etapa de la actividad, en sentido general y como una fase en la solución de un problema, en particular. También se establece nuestra posición teórica sobre los conceptos de: problema, su estructura, las clasificaciones de interés para este trabajo, así como el de problemas escolares, el de los significados prácticos de las operaciones con números naturales y el de las estructuras semánticas para los problemas aritméticos con texto.

1.1 Fundamentos filosóficos, psicológicos y pedagógicos que sustentan la propuesta didáctica.

Este tema de investigación intenta contribuir a la solución de un problema actual inherente a la Didáctica de la Matemática; a su vez esta forma parte de la pedagogía socialista de *Cuba* y tiene como base metodológica general la teoría del conocimiento de la dialéctica materialista de la filosofía marxista-leninista.

Una categoría fundamental que nos ha servido de premisa teórica es la de **actividad**, que se define como:

- **categoría filosófica:** *"...es modo de existencia, cambio, transformación y desarrollo de la realidad social. Deviene como relación sujeto-objeto y está determinada por leyes objetivas(...)Toda actividad está adecuada a fines, se dirige a un objeto y cumple determinadas funciones"* [180; p.27].
- **categoría psicológica:** *"...son aquellos procesos mediante los cuales el individuo, respondiendo a sus necesidades, se relaciona con la realidad, adoptando determinada actitud hacia ella"* [98; p.91]

Desde el punto de vista teórico abstracto *"pueden diferenciarse tres formas de actividad:* ***práctica-material, teórico-cognoscitiva e ideológica-valorativa".*** [156; p.10]. Las mismas están estrechamente vinculadas, experimentan un creciente proceso de interpenetración e interdependencia.

Según López, M. et al (1977): "*La* ***actividad cognoscitiva*** *constituye la acción o conjunto de acciones proyectadas con vistas a* ***conocer*** *un objeto o aspecto del medio:*

ese es su fin u objetivo previamente determinado". [129; p. 33]. Esta es la concepción que de actividad cognoscitiva asumimos en esta tesis.

Por otra parte, la **comunicación** humana es el modo de intercambio de actividad entre los hombres, que expresa la esencia de sus relaciones mutuas.

En esta tesis se ha considerado los conceptos de actividad y comunicación en el contexto del proceso de enseñanza-aprendizaje, como componentes básicos del mismo, en el trabajo con la solución de problemas, donde prevalece la actividad cognoscitiva. En ambas el **objeto** es el contenido sobre el que actúan el maestro y los alumnos como **sujetos**, el primero para enseñarlo y el otro para aprenderlo.

Desde el punto de vista psicológico la categoría actividad ha ocupado un lugar significativo en la Escuela Histórico-Cultural de L.S. Vigotsky (que es nuestro marco referencial fundamental en el plano psico-pedagógico). Se han destacado en el estudio de la misma: S.L. Rubinstein, A.N. Leontiev, A.V. Zaporözhets, P. Ya Galperin, D.B. Elkonin, B.G. Ánániev, V.V. Davídov, entre otros.

Este enfoque psicológico dentro de la Escuela Histórico Cultural de Vigotsky y sus seguidores se centra en el desarrollo integral de la personalidad, que sin ignorar el componente biológico del individuo, lo concibe como un ser social cuyo desarrollo va a estar determinado por la apropiación de la cultura material y espiritual creada por las generaciones precedentes.

Al redactar esta estructuración, no hemos ignorado los aportes que han realizado la Escuela Psicogenética de J. Piaget y el Enfoque del Procesamiento de la Información al enriquecimiento de la Escuela Histórico Cultural de L.S. Vigotsky. La primera a la necesidad de considerar el aspecto constructivista del desarrollo y de hecho, del proceso de aprendizaje, al papel activo del sujeto que aprende, así como la descripción formal de la naturaleza del conocimiento que muestran los niños en cada fase del desarrollo; mientras que el segundo, por haber postulado la existencia de representaciones mentales y contribuir a un retorno al estudio de los procesos cognoscitivos, a mostrar relaciones profundas entre procesos que tradicionalmente se estudiaban de forma aislada, a propiciar la creación de modelos teóricos de extraordinario valor, especial atención por nuestra parte, los relativos a la resolución de problemas.

La premisa básica de la actividad es la **necesidad**, que refleja el estado de carencia del individuo activando al sujeto a su satisfacción; esta condición interna del sujeto, cuando se encuentra con aquel **objeto** que es potencialmente capaz de satisfacerla, se convierte en algo capaz de orientar, y regular la actividad. El reflejo psíquico del objeto que satisface la necesidad es lo que constituye su **motivo.**

La actividad de la personalidad conforma un sistema que posee una estructura que consiste en **acciones** que constituyen procesos subordinados a objetivos o fines conscientes y en **operaciones** que son las formas mediante las cuales la acción transcurre con dependencia de las condiciones en que se debe alcanzar el objetivo.

Los principios de la Escuela Histórico Cultural en la concepción del psiquismo que hemos tenido en cuenta al elaborar esta propuesta son:

1) Carácter reflejo de la psiquis: El contenido de la psiquis está determinado por la realidad objetiva, lo que le permite al hombre poder reaccionar, en forma ideal, subjetiva, a las influencias externas del medio. Este principio garantiza el carácter sistémico de los restantes.

2) La naturaleza histórico-social del psiquismo humano: El desarrollo filogenético de la psiquis humana está regido por leyes histórico-sociales a diferencia de la psiquis animal. Los logros alcanzados por la especie humana son el resultado de su interacción con los objetos y demás hombres en la actividad en su proceso evolutivo, donde el lenguaje ocupa un destacado papel, así como que la experiencia social es determinante.

3) Determinismo dialéctico-materialista. Tanto la actividad externa como la interna se engendran simultáneamente en el proceso de interacción, formando una unidad dialéctica.

4) Unidad de la psiquis y la actividad: Esto se explica en que la personalidad se forma y desarrolla en la actividad, y a la vez regula su actividad.

5) Unidad de lo cognitivo y lo afectivo en la actividad de la personalidad: Este principio pone de manifiesto que la personalidad es el sujeto de la actividad que se autodetermina y posee una relativa autonomía en su medio.

A partir de estos dos últimos principios, los psicólogos seguidores de Vigotsky consideran que la personalidad se regula en dos esferas:

a) **la motivacional-afectiva (inductora)**: Nos indica el **por qué** y **para qué** de la actuación y pertenece a ella de forma predominante los fenómenos psíquicos que incentivan, impulsan, dirigen y orientan la actuación del individuo. Conforman la esfera afectiva de la psiquis, las necesidades, motivos, emociones entre otros.

b) la cognitiva-instrumental (ejecutora): Nos responde al **cómo** y **con qué** se realiza dicha actuación. Prevalecen en ella los fenómenos psíquicos que deben tenerse en consideración al precisar las condiciones en que transcurre la actuación del individuo, tales como: sensaciones, percepciones, pensamientos, habilidades, hábitos, capacidades, entre otros.

Es importante señalar que la personalidad del hombre permite regular su actividad teniendo en cuenta no solo las influencias externas, sino en gran medida, las influencias internas de las propias cualidades de la personalidad, por lo que su función reguladora se caracteriza como una **autorregulación.**

Para nosotros la actuación personal implica la interacción de la personalidad con los objetos y los sujetos que conforman su contexto, de lo cual se enriquece ésta en su formación y desarrollo. Es por ello que la actuación de la personalidad se expresa mediante la unidad de su actividad y comunicación.

En el enfoque Histórico Cultural se concibe el aprendizaje como el tránsito de lo externo a lo interno, de la regulación externa a la autorregulación; de la dependencia a la independencia cognoscitiva. Desde el punto de vista didáctico ”*el desarrollo de la personalidad del escolar se concibe*, (en este enfoque)*, mediante la actividad y la comunicación, en sus relaciones interpersonales, constituyendo ambos (actividad y comunicación) los agentes mediadores entre el niño y la experiencia cultural que va asimilar”.* [182, p. 1]; posición que asumimos en esta concepción.

En este enfoque vigotskiano del desarrollo, es muy importante la consideración de dos estadios en la actividad humana, uno de los cuales se caracteriza por lo que la persona es capaz de hacer con ayuda de otras personas, y otro por lo que puede hacer de forma independiente (la distancia entre estos dos estadios es a lo que Vigotsky ha llamado “zona de desarrollo próximo”). Para este autor el aprendizaje es una actividad social: de producción y reproducción del conocimiento mediante la cual el niño asimila los modos sociales de actividad y de interacción.

Estas posiciones son también el sustento teórico de las concepciones cubanas acerca del **aprendizaje desarrollador,** donde se pone en el centro al sujeto consciente, orientado hacia un objetivo, en interacción con otros sujetos, realizando acciones con el objeto mediante la utilización de diversos medios, en condiciones socio-históricas determinadas.

En relación con lo anterior compartimos la concepción del **proceso enseñanza aprendizaje desarrollador** que precisa que *"... constituye la vía mediatizadora esencial para la apropiación de conocimientos, habilidades, normas de relación emocional, de comportamiento y valores, legadas por la humanidad, que se expresan en el contenido de enseñanza, en estrecho vínculo con el resto de las actividades docentes y extradocentes que realizan los estudiantes".* [234; p.8].

No existe contradicción, sino más bien complementación entre la anterior caracterización, con la asumida por los investigadores del Centro de Estudios Educacionales del Instituto Superior Pedagógico "E. J. Varona" donde plantean que un **aprendizaje desarrollador** tendría que cumplir tres criterios básicos:

*"a) Promover el **desarrollo integral de la personalidad** del educando (...)En resumen garantizar la unidad de lo cognitivo y lo afectivo-valorativo en el desarrollo y crecimiento personal de los aprendices.*

b) Garantizar el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación...

c) *Desarrollar la capacidad para realizar aprendizajes a lo largo de la vida."* [125;p. 5]

Los **principios**, regularidades esenciales que rigen el proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador, conceptualizadas por la Dra. Margarita Silvestre, son:

- *"Estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje hacia la **búsqueda activa del conocimiento por el alumno**, teniendo en cuenta las acciones a realizar por éste en los momentos de orientación, ejecución y control de la actividad.*
- *Orientar la **motivación** hacia el objeto de la actividad de estudio y mantener su constancia. Desarrollar la **necesidad de aprender y de entrenarse cómo hacerlo.***
- *Estimular la formación de conceptos y el desarrollo de los **procesos lógicos de pensamiento y al alcance del nivel teórico**, en la medida que se produce la apropiación de los conocimientos y se eleva la **capacidad de resolver problemas."***
- **Vincular el contenido de aprendizaje con la práctica social y estimular la valoración por el alumno en el plano educativo."** [206; p.22]

Los mismos están dirigidos a instruir, educar y a desarrollar al escolar y sirven de premisas para modelar la escuela primaria cubana que se aspira alcanzar.

1.2. Sobre el concepto de problema. Problemas escolares.

Antes de continuar el desarrollo de estas ideas, es preciso detenernos para analizar algunos **presupuestos conceptuales** necesarios. Entre estos conceptos se encuentran los de: **problema matemático (aritmético) con texto**, algunas **clasificaciones** de los mismos, así como la **estructura** de un problema.

La palabra problema procede del griego y significa: tarea, ejercicio o pregunta teórica o práctica que exige solución. Sin embargo, este vocablo tiene en la actualidad múltiples acepciones, en dependencia de la esfera del conocimiento en que se trate y de la posición teórica e ideológica que se asuma.

"*Toda actividad del hombre se relaciona directamente con la solución consecutiva de problemas*". [133; p.57]. Así es como regularmente se emplea la palabra "problema" para designar **cuestiones no resueltas.**

Desde el punto de vista científico conviene precisar las distintas connotaciones del referido concepto:

♦ como <u>categoría de la lógica dialéctica</u> consiste en que éste refleja la existencia de una contradicción dialéctica en el objeto a conocer. "*El problema determina la actividad investigativa de búsqueda del hombre, encaminada al descubrimiento de un conocimiento nuevo o a la aplicación de uno conocido a una situación nueva. El problema es una forma subjetiva de expresar la necesidad de desarrollar el conocimiento científico*". [133; p.58]

♦ como <u>categoría psicológica</u> refleja las contradicciones dentro del proceso del conocimiento del objeto por el sujeto. Según Rubinstein (1966) es la causa primaria del pensamiento*: "El proceso del pensar arranca de una situación problémica".* [191; p.109]. Establece una diferencia entre la situación problémica y el propio problema; la primera es la que presenta elementos desconocidos, poco claros o explícitos, mientras que en el segundo el sujeto tiene conciencia de lo buscado. Por su parte el psicólogo A. Labarrere (1987) plantea que en todo problema interviene "*la actividad psíquica del sujeto*". [114; p.6]. Más adelante agrega que: *"todo genuino problema se experimenta o percibe por el sujeto que lo resuelve como carencia de medios para llegar a un fin (...) hace surgir en aquel que lo resuelve determinadas necesidades y motivos que lo impulsan a acometer la solución (...) un problema es intransferible* [114; p.6-7]. En otro texto más cercano en el tiempo señala: *"...es determinada situación en la cual existen, nexos, relaciones, cualidades de entre los objetos que no son accesibles directa e indirectamente a la persona. Un problema es toda situación en la cual hay algo oculto* *para el **sujeto**, que éste se esfuerza por hallar* [118; p.6].

♦ como concepto matemático, diferentes autores han dado sus criterios, que por ser de nuestro especial interés, nos detendremos en los mismos, asumiendo finalmente aquella caracterización que más se ajuste a nuestros fines:

✓ George Polya (1976), uno de los matemáticos que han sido fundadores de la didáctica de la resolución de problemas, al respecto señala: *"un problema significa buscar conscientemente con alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar".* [177; p.11]

✓ L.M. Fridman (l977) nos indica que un problema es: *"un modelo de la situación problémica, expresado con ayuda de los símbolos de cualquier lenguaje natural o artificial".* [72; p.15]

✓ F.Lester (1985) define problema como *"una situación en donde a un individuo o grupo se le exige realizar una tarea para la cual no existe un algoritmo fácil y accesible que determine completamente el método de solución".* [122; p.287]. Al mismo tiempo asume que debe existir el "deseo" por parte del individuo o el grupo de realizar la tarea.

Esta definición es consistente con otras dadas por: Brownell (1942); Duncker (1945); Hendereson y Pringy (1953); Kinsella (1970); Bourre, Ekstrand y Dominowski (1971); Newell y Simon (1972); Resnick y Glaser (1976), entre otros.

✓ Para Shöenfeld (1993) problemas son*" aquellas cosas que son verdaderamente problémicas para las personas que trabajan en ellas, se asume que estas personas no tienen a mano un procedimiento de rutina para la solución".* [197; p.121].

En el ámbito nacional también han existido un grupo de pedagogos, matemáticos e investigadores que le han dedicado tiempo al estudio de los problemas matemáticos. A continuación citaremos a algunos de ellos, que por su relevancia han tenido mayor divulgación:

El pedagogo pinareño J. Elpidio Pérez Somozza (1930) empleó parte de su labor docente a escribir sobre la metodología de la matemática en la escuela primaria. En su obra más significativa en este sentido expresó: *"cualquier dificultad que se le presente al niño, capaz de provocar en él un esfuerzo de su inteligencia con el fin de darle solución, es un* *problema".* **[172; p.28]. A continuación puntualiza: *"Cuando esas dificultades se refieren a hechos cuantitativos que están dentro del círculo de la experiencia, los intereses por medio de números, tendremos un problema aritmético escolar*".[172; p.28].**

Los destacados pedagogos, matemáticos e historiadores: Dres. Luis J. Davidson y Raimundo Reguera (1987), han señalado que: ***"un problema representa una verdadera situación nueva".*** **[54; p.1]**

En la bibliografía de A. F. Labarrere (l988) hemos encontrado la siguiente definición: ***"Un problema es toda situación en la cual, dada determinadas condiciones (más o menos precisa), se plantea determinada exigencia (a veces más de una). Esta exigencia no puede ser cumplida o realizada directamente con la aplicación inmediata de procedimientos y conocimientos asimilados, sino que se requiere la combinación, la transformación de estos en el curso de la actividad que se denomina solución".*****[115; p1-2]. Añade:** ***"Todo verdadero problema se caracteriza porque exige que aquel que lo resuelve, el alumno en nuestro caso, comprometa de una forma intensa su actividad cognoscitiva..."*** **[115; p.1]**

En los últimos años los matemáticos e investigadores Dres. Luis A. Campistrous y Celia Rizo (1996) han dirigido el grupo "Aprende a resolver problemas aritméticos" del Proyecto TEDI (Técnicas de Estimulación del Desarrollo Intelectual) auspiciado por el ICCP de Cuba. Estos pedagogos han planteado que: ***"Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación"*****. [29; p.IX-X].**

El Dr. M. J. Llivina (1999) propuso una definición que tiene como concepto superior el de ejercicio matemático. Así indica: "***Un ejercicio es un problema si y solo si la vía de solución es desconocida por la persona"*** **[124; p.48].**

Las anteriores conceptualizaciones no se contradicen, sino más bien se complementan. En nuestro caso asumimos la dada por Campistrous-Rizo por ser la que mejor integra los aspectos básicos ofrecidos por las restantes y también por ajustarse a los requerimientos de nuestra propuesta en este estudio.

Existen múltiples clasificaciones de los problemas, según las necesidades de quienes la realizan; es por ello que nosotros nos limitaremos a aquellas que nos sean útiles para nuestra tesis.

Resulta de nuestro interés tener en cuenta lo planteado por el Dr. L. Campistrous (1999) respecto a un concepto más estrecho de problema, es el relacionado a *"problemas escolares****(...) son situaciones didácticas que asumen; en mayor o***

menor grado, una forma problémica cuyo objetivo principal es la fijación o aplicación de los contenidos de una asignatura dada (conceptos, relaciones y procedimientos), y que aparecen regularmente en el contexto de los programas que se quieren trabajar". **[28; p.4]. En nuestra concepción también pueden servir para adquirir nuevos conocimientos.**

En esta tesis nos vamos a referir básicamente a problemas aritméticos **que serán considerados como aquellos problemas matemáticos donde la vía fundamental de solución es la aplicación de una o varias de las cuatro operaciones básicas con números naturales.**

Estos problemas se pueden clasificar según diferentes puntos de vista:

- **Por el "**tipo de lenguaje utilizado**" pueden ser <u>simbólicos,</u> que se caracterizan por la brevedad y en ellos prevalecen el empleo de signos y notaciones matemáticas y <u>con texto</u>: son los que describen relaciones cuantitativas que existen entre objetos en un lenguaje no simbólico, común.**
- **De acuerdo a la "cantidad de pasos de solución" pudieran ser <u>simples</u> que son aquellos que se resuelven en un solo paso de solución y <u>compuestos</u> que se resuelven en más de un paso de solución. Además los compuestos se pueden subdividir por el "tipo de relaciones entre las operaciones" en: <u>independientes</u>: cuando el orden en que se realizan los pasos de solución NO son determinantes para resolverlo y <u>dependientes</u>: cuando se cumple lo contrario**

En esta tesis se trabajará, como antes se ha planteado, con problemas aritméticos con texto (PAT)**, y con** problemas escolares**.**

Estructura de los problemas matemáticos

Veamos ahora en qué consiste la estructura del problema, pero antes puntualizaremos la acepción más amplia de la palabra: estructura.

El vocablo <u>estructura</u> significa:

- ***"Conexión y relación recíproca, estable, sujetos a ley, entre las partes y elementos de un todo, de un sistema. En matemática y en lógica matemática, la definición exacta del concepto de estructura se formula recurriendo al concepto de <u>isomorfismo</u>".*** **[190; p.158].**
- ***"Es el conjunto de relaciones entre los elementos de un sistema establecido en su forma pura, y en grado tal de abstracción, que permite excluir el carácter específico de estos elementos".*** **[57; p.157].**

Como se puede apreciar esta última definición es la más general de todas y por tanto la compartimos ampliamente.

En nuestro caso nos interesa analizar la <u>estructura de los PAT</u>. Veamos primero la llamada <u>estructura general</u> de los problemas matemáticos:

Polya G. (1976) al referirse a los problemas por resolver, cuyo propósito es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema, considera como sus elementos estructurales: incógnita (lo buscado), datos (lo dado) y condición (vía de solución).

Davidson, L y Reguera, R. (1987) señalan que "*los elementos esenciales del problema por resolver son: incógnita, datos y condiciones.* [54; p.3].

Labarrere, A. (1988) considera como *"estructura la siguiente: datos, cantidades y magnitudes, . condiciones: relaciones que guardan entre sí los datos y . pregunta: lo que es necesario encontrar o demostrar".* [116; p.45].

Por su parte Llivina, M. (1999) señala como estructura para todos los ejercicios matemáticos la siguiente: *. "situación inicial: datos o premisas, vía de solución (procedimientos, métodos y estrategias utilizadas en su solución) y situación final (elementos buscados)".* [124; p.45-46].

González, D. (2000) considera la siguiente estructura:

- *datos**: magnitudes, números, relaciones matemáticas explícitas entre los números como: el triplo de, la quinta parte de, aumentado en; el cuadrado de entre otros,***
- *condiciones**: relaciones matemáticas no explícitas entre lo dado y lo buscado, vinculadas con las estrategia de solución, como las derivadas de los significados prácticos de las operaciones de cálculo, propiedades, teoremas, recursos matemáticos a utilizar, no declarados en el problema y***
- *pregunta**: la incógnita, lo que hay que averiguar".*[92; p. 23].**

En sentido general, asumimos esta última caracterización de estructura en esta tesis por ajustarse a nuestras posiciones teóricas y a las propias necesidades didácticas de la propuesta, al darle mayor claridad en la identificación de sus componentes. Solamente vamos a cambiar el vocablo pregunta**, por otro más general:** exigencia**, ya que no en todo problema aparece explícitamente una pregunta, pero sí una orden o exigencia que debe ser cumplimentada.**

1.3. La orientación como etapa de la actividad

Profundicemos ahora en uno de los aspectos medulares de nuestro trabajo: **la orientación.** La mayoría de los psicólogos y pedagogos seguidores de Vigotsky están de acuerdo que el desarrollo de cualquier actividad humana, en particular, las relacionadas con el proceso enseñanza-aprendizaje, transita en tres fases básicas: **orientación, ejecución** y **control.** Debemos destacar que estas etapas no son excluyentes, o sea, que en la orientación también hay ejecución y existe control, pero cronológicamente en el tiempo, predomina una u otra.

Detengámonos en la primera de ellas teniendo en cuenta que en ella se incluye nuestro campo de acción.

El profesor Víctor García Hoz señala que *"La orientación es el proceso de ayuda al individuo para conocerse a sí mismo y a la sociedad en que vive, a fin de que pueda lograr su máxima ordenación interna y la mejor contribución a la sociedad".* [76; p.8]. Como se puede apreciar en esa definición se considera la orientación en una acepción amplia del concepto.

Veamos algunas posiciones teóricas restringidas al proceso enseñanza-aprendizaje.

"La orientación instructiva sería una actividad intencional del orientador (enseñante) que trata de conseguir cambios en el aprendizaje del orientado, acordes con los objetivos que se pretendas. Estaría constituida por tres componentes:

1) <u>Componente estructural</u>, que abarcaría las actividades, estrategias y habilidades que han de conformar el repertorio profesional de los orientadores.

2) <u>Componente intencional,</u> que regula la actividad de los sujetos de la orientación.

3) <u>Componente funcional,</u> por el cual se consigue que tenga un cambio evidente el orientado". [187; p.18]

"La orientación <u>escolar o académica</u> es el proceso de ayuda a un estudiante para que sea capaz de resolver los problemas que su vida académica le plantea, especialmente el de elegir los contenidos y técnicas de estudios más adecuados a sus posibilidades".[76; p.8].

"La orientación debe estar dirigida a la construcción por el alumno de la invariante del contenido de aprendizaje (elemento estable y reiterativo característico para el conjunto dado de objetos o sus relaciones". [15; p.5].

Desde el punto de vista psicológico existen diversos enfoques sobre el término orientación, entre ellos:

S.L. Rubinstein (1969) afirma: "*El problema de la orientación es, ante todo, una cuestión de las* ***tendencias dinámicas****, las cuales determinan la actividad humana como motivos, siendo a su vez determinada por ésta por los fines y tareas de aquellas".* [192; p. 685]. Seguidamente precisa: *"La orientación contiene dos aspectos íntimamente vinculados entre sí: a) el contenido objetivo, en tanto que la orientación signifique el estar orientado sobre algo, sobre un objeto más o menos determinado, y b) la tensión que se forma con ello".* [192; p. 686]. Es decir, enfatiza la importancia del contenido hacia el cual se dirige la orientación y el aspecto dinámico que debe acompañar este proceso, que implica una relación consciente del individuo con respecto a algo que se halla fuera de él, o sea, una relación entre lo interno y lo externo.

Uno de los psicólogos que más estudió la orientación fue sin lugar a dudas P. Ya. Galperin (1982). Primeramente él la considera como una supracategoría al incluir a la **actividad orientadora** como objeto de la Psicología. La define de la siguiente manera: *"La actividad orientadora, consiste en que el sujeto realiza un examen de la nueva situación, confirma o no el significado racional o funcional de los objetos, prueba, modifica la acción, traza un nuevo camino y más adelante, durante el proceso de la realización, lleva a cabo un control de la acción de acuerdo a las modificaciones previamente establecidas".* [75; p.54].

El propio Galperin como sus seguidores, también clasifican toda acción, por las funciones que realiza en tres clases: orientadora, de ejecución y control.

Según N. Talízina (1988): *"La parte orientadora de la acción está relacionada con la utilización por el hombre del conjunto de condiciones concretas, necesarias para el exitoso cumplimiento de la acción dada, que entran en el contenido de la* ***base orientadora de la acción (BOA)".*** [211; p.59]. La BOA la caracteriza como *"el sistema de condiciones en que* ***realmente*** *se apoya el hombre al cumplir la acción".* [211; p.58]. Más adelante N. Talízina precisa: *"...el papel decisivo en la formación de la acción lo desempeña la parte orientadora (Reshetova, 1956; Galperin y Pántina, 1958; Zaporózhets, 1960; etc.) que determina la rapidez de la formación y la calidad de la acción. La parte orientadora de la acción está dirigida a: i) la construcción correcta y racional de la parte ejecutora(...)*

ii) asegurar la elección racional de uno de los posibles cumplimientos" [216; p.87).

En otro libro esta autora afirma: *"No hay necesidad de probar que para realizar acciones prácticas más complejas, el papel de la orientación preliminar crece considerablemente(...) La importancia de las acciones orientadoras preliminares es conocida desde hace ya tiempo".* [210; p.6].

Al mismo tiempo determinaron los distintos tipos de BOA, según su carácter generalizado: concreta o generalizada; según su plenitud: completa e incompleta y de acuerdo al modo de obtención puede ser: elaborado independiente o darse preparado. Desde el punto de vista teórico se pueden obtener ocho tipos de BOA; sin embargo, por vía experimental fueron descubiertos cuatro tipos de BOA.

Sobre este mismo concepto los psicólogos cubanos R. Bermúdez y M. Rodríguez (1996) afirman: *"...la orientación comprende las representaciones anticipadas de los resultados a alcanzar y la imagen de las condiciones a las que hay que atenerse para lograrlos".* [13; p.6].

Los Dres. M. Silvestre y J. Zilberstein (2000), dándole un enfoque más didáctico indican: *"Toda orientación que se ofrezca a las alumnas y alumnos para su aprendizaje debe llevar a que conozcan: qué es lo que van a estudiar; cómo o mediante que vía o vías; por qué y para qué lo realizarán, lo cual es válido tanto para el trabajo independiente en la clase como fuera de ella".* [205; p.92].

Por otra parte M. López et al (1977) afirman que "*la parte orientadora informa las condiciones en que es necesario llevar a cabo la acción para que la misma se realice exitosamente".* [129; p.35]

Ahora bien ¿cuál es nuestra posición teórica al respecto?

Toda actividad puede considerarse estructurada en tres etapas funcionales: **orientación, ejecución y control**, donde la orientación debe preceder a la ejecución y el control se realiza, tanto en la orientación como en la ejecución.

La orientación pudiera considerarse como un sistema de sub-etapas, encaminadas a crear las condiciones favorables, tanto afectivas como cognitivas, para que el orientado esté motivado y preparado para pasar a la fase ejecutora.

Cuando el sujeto ha <u>comprendido</u> lo que debe hacer para ejecutar la actividad es porque ha sido debidamente orientado. *"La comprensión es el descubrimiento de lo esencial en los objetos y fenómenos reales".* [208; p.252] "*...la orientación cumple la función esencial de lograr la comprensión por el alumno de lo que va a hacer antes de ejecutarlo".*[182; p. 55]. Por lo tanto, este es su valor fundamental.

Al mismo tiempo, la orientación, cuando se ajusta a lo necesario, permite que en el alumno se formen **procedimientos generalizados** para abordar la solución de tareas similares e inclusive de otros tipos de tareas y también contribuye a la formación de la habilidad de **planificar.**

Desde el punto de vista didáctico, la orientación se puede ver como un momento de la clase. En este sentido coincidimos con la Dra. Josefina López (1989) cuando puntualiza: *"La importancia de la orientación en la actividad cognoscitiva de los escolares, ha sido enfatizada por la pedagogía contemporánea que la incluye como una función didáctica: la orientación hacia el objetivo"* [126; p.24]. Este aspecto lo retomaremos en el capítulo 2

Teniendo en cuenta la posición teórica del Dr. Bernaza et al. (1997) se tiene que: "*la orientación (...)puede ser clasificada de acuerdo con las siguientes exigencias: plenitud, generalidad, significado e independencia".* [15; p.4]

El punto de referencia para esta clasificación es la ofrecida por N. Talízina en los tipos de base orientadora de la acción.

Los autores, al explicar cada una de estas clases señalan que en la *<u>"Plenitud:</u> La orientación puede ser completa, incompleta o sobrante. La orientación es completa cuando es suficiente, o sea posee todos los elementos que aseguran una construcción racional".* [15; p.4].

Consideramos que conviene hacer algunas precisiones, ya que la orientación incompleta también puede ser faltante y la completitud, además de suficiente, debe ser necesaria. Es por ello que en esta tesis se asume que por su plenitud puede ser: **completa** cuando contiene todos los elementos suficientes y necesarios requeridos para ejecutar las acciones, e **incompleta,** cuando le faltan o sobran elementos; aunque N. Talízina y sus colaboradores no la subdividen, esta última puede ser incompleta **por defecto**, en el caso que falten elementos y **por exceso** cuando sobran, lo cual es una diferencia en cuanto a lo que ellos asumen.

Con relación a la generalidad, lo autores de referencia afirman que "...*la orientación puede ser específica (concreta) que refleja un caso particular o puede ser general (esencial)".* [15; p.4-5].

Coincidimos con esta conceptualización, pero puntualizando las características de la general, o sea: la orientación es **general** o **generalizada** cuando contiene todos los posibles casos particulares que se pueden presentar al ejecutar las acciones, aspecto no por ellos precisado.

En cuanto al tercer aspecto los mencionados autores opinan que "....*la orientación significativa parte de lo que el estudiante sabe y no de lo que debe saber, dirige el proceso de adjudicación de significados por el estudiante, sus valores. La orientación significativa promueve el aprendizaje, la no significativa es formal y poco aceptada por los estudiantes"*. [15; p.6]

Nuevamente asumimos esta teoría; no obstante, a partir de la conceptualización en esta tesis del concepto de problema, resulta necesario incluir en este tipo de orientación el aspecto motivacional y además distinguir bien un tipo de otra, por lo que es más conveniente llamarle **nivel de significación**, en lugar de significado y considerarlos significativos y no significativos.

Por su nivel de significación la orientación puede ser **significativa** cuando se tiene en cuenta los conocimientos y habilidades que el orientado realmente posee, que están relacionados con los que va a adquirir o ejecutar y se logre motivar efectivamente al mismo para ejecutar la actividad y **no significativa** cuando, al menos, incumpla una de las condiciones anteriores.

Finalmente, estos autores señalan:

"Independencia: La orientación didáctica debe estar dirigida hacia el desarrollo de la independencia del estudiante, al desarrollo de su modo de pensar y actuar, Por lo tanto, no es suficiente que sea plena y esencial, generalizada y significativa, sino también comprensible y que permita la autorregulación.

Sin embargo, puede ocurrir que el alumno reciba todo ya preparado. Decimos en estos casos que la orientación es elaborada". [15; p.6]

Aunque compartimos estos puntos de vista, opinamos que resulta preciso distinguir bien un tipo de otro. Además, tanto este colectivo de autores como N. Talízina y sus colaboradores no incluyen la posibilidad que la orientación puede ser elaborada conjuntamente. Es por ello que consideramos más preciso llamarle a esta característica **modo de obtención** en lugar de **independencia** y considerar entonces la tres posibilidades:

1. Elaborada por el orientador (se le da preparada al orientado).
2. Elaborado por el orientado (el orientado la prepara independientemente) y

3. Elaborada conjuntamente entre el orientador y el orientado. (Esta clase no es considerada por N. Talízina y sus colaboradores).

Por otra parte, el Dr. W. Zillmer (1981), a partir de las concepciones teóricas de P. Ya Galperin, señala que se diferencian tres tipos de orientación: **natural, empírica y racional.** [235; p. 106-107]. Nosotros no la tendremos en cuenta, por dos razones de importancia:

1. Las mismas se ajustan más bien para los procedimientos algorítmicos.
2. Cada una de ellas es una combinación de las clasificaciones establecidas con anterioridad.

Tipos de orientación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la solución de problemas aritméticos con texto.

Según N. Talízina (1988) : *"Las investigaciones mostraron que la eficacia de la BOA depende sustancialmente del grado de <u>generalización</u> de los conocimientos que forman parte de ella...y de la <u>plenitud</u> del reflejo en ellos de las condiciones que determinan objetivamente el éxito de la acción".* [211 ;p.88]

Estamos de acuerdo con esta autora cuando señala que la efectividad de la orientación depende del grado de generalización de los conocimientos que se precisen para llevar a cabo la parte ejecutora.

En este sentido, coincidimos con A. Petrovski (1978) cuando afirma: *"...muchos niños resuelven problemas aritméticos en el primer grado orientándose por la operación concreta y pasando de ella directamente a la operación aritmética. Pero se equivocan al resolver los problemas inversos* (se refiere a los problemas de adición y su operación inversa sustracción) *(...)Los niños no comprenden...el <u>sentido generalizado</u> de la operación aritmética,(...)Los niños a los que se le ha enseñado el procedimiento generalizado resuelven con igual facilidad tanto los problemas directos como inversos".* [175;p.35-36].

Además, este procedimiento generalizado al que se refiere Petrovski, se basa en las ideas fundamentales del **pensamiento teórico** defendido por V.V. Davídov (1978) y sus colaboradores, que tienen como componentes esenciales: el análisis, el plano interno y la reflexión.

Sin embargo, consideramos que la orientación, para los problemas que estudiamos, debe ser **incompleta (por exceso).** O sea, que se deben ofrecer más indicaciones de las necesarias, con el propósito de no acomodar al escolar al ir a la búsqueda de la idea de solución. Lo anterior lo ejemplificaremos en el capítulo 2.

En cuanto al modo de obtenerla, por el nivel de complejidades que tiene este proceso, debe ser **elaborada conjuntamente** entre el maestro y el alumno como tendencia general, aunque no se descarta la posibilidad que en cierto nivel de desarrollo sea construida independientemente por el propio estudiante.

Al valorar su nivel de significación, sin lugar a dudas, debe ser **significativo**, para que se concilie lo afectivo con lo cognitivo en esta importante actividad. Esto se confirmará también en el capítulo 2.

Resumiendo, podemos decir, que para nuestro objeto de estudio, los tipos de orientación que se ajustan mejor a la resolución de problemas con texto y a las edades de los niños del primer ciclo son: **el incompleto (por exceso), generalizado, en elaboración conjunta y significativo.**

La orientación como etapa en la solución de un problema.

Sobre la orientación, es necesario reflexionar y valorar su papel en la resolución de problemas, por cuanto el abandono de esta etapa imprescindible de toda acción humana, es la principal causa de la denominada **"tendencia a la ejecución"** que es una de las insuficiencias más serias de los estudiantes cuando se enfrentan a un problema, y que está dada en muchos casos por una mala dirección del proceso de enseñanza aprendizaje por parte de los docentes. Esta manifestación ha sido caracterizada por Labarrere A. (1995) como "la manera impetuosa de conducirse en la solución de problemas y la ejecución de tareas, la inclinación exagerada al operar directo sobre la situación sin que en la conducta tenga cabida la reflexión previa". [117; p.32]. Se ha podido investigar que esta conducta es muy frecuente en nuestras aulas.

Dentro de estas ideas resalta también por su importancia, el problema del control, y agregaríamos también el autocontrol, en los procesos de resolución de problemas. Una importante dificultad que se manifiesta en la resolución de problemas es el hecho de que los alumnos, debido a su tendencia a la ejecución, llegan a respuestas que en muchos casos no se ajustan a las exigencias del problema planteado y en ocasiones niegan la realidad. Esto lo pasan por alto, no los mueve a la reflexión de que lo que han hecho no es correcto y lo asumen como cierto sin ninguna reserva.

Ponerle coto a este acto irreflexivo significa, que es necesario enseñar a los alumnos ciertos procedimientos que les posibilite afrontar con éxito esta etapa de la resolución de problemas, posición que se asume en este trabajo.

A modo de conclusión de estas ideas, consideramos que cuando no se le presta la debida atención a la orientación, se observa reiteradamente una deficiente etapa ejecutora, y el empleo ineficiente del ensayo y error, con una consecuente pérdida de tiempo y la limitación para encontrar procedimientos de solución de mayor nivel de generalidad. Lo anterior obliga al maestro a continuar la orientación en la etapa ejecutora, ya que el alumno no puede avanzar e interrumpe la actividad, por lo que solicita la orientación que le hace falta.

En los principales textos de Metodología de Enseñanza de la Matemática (MEM) publicados en Cuba después del año 1959, se considera la orientación **como una etapa de la actividad bajo la óptica psicológica de la teoría del aprendizaje de Galperin y sus colaboradores, acerca de la formación por etapas de las acciones mentales. Al respecto plantean:** ***"en cada actividad se diferencian tres fases: una parte de orientación, una de acción y una de control(...)***

En la fase de orientación se trata de:

- ***El logro de la idea sobre la acción (¿Qué?)...***
- ***El logro de una idea sobre el transcurso de la acción (¿Cómo?)...***
- ***Reconocimiento de un sistema de características, según las cuales se puede realizar correctamente la acción".*** **[108; p.138-139]**

Estas consideraciones de Galperin, en su concepción del aprendizaje, tienen ciertas limitaciones cuando se trata del aprendizaje de la solución de problemas, pues esta última tiene un carácter eminentemente heurístico, y las acciones de Galperin están más asociadas al aprendizaje de conceptos y de procedimientos algorítmicos. Esto limita sus posiciones acerca de la etapa de orientación, porque deja de considerar aspectos tales como las condiciones previas que se requieren para la realización de la acción, que la considera a veces fuera de esta etapa, ni de los motivos para la acción, que después sí es asumida por Talízina como antes hemos analizado.

Por otra parte, Geissler, E. et al, (1979), asume que *"Toda acción consciente se produce sobre la base de una orientación precisa que determina la calidad de la acción. Cuanto mejor y más completa es la orientación más fácil le resulta al alumno crearse una idea de lo que tiene que hacer, cómo debe proceder y qué debe lograr. Mientras más joven es el alumno más necesaria le resulta la orientación".* [86; p.39]

En cuanto a la estructura de la fase de orientación hace referencia a los aspectos que considera como etapas: el *aseguramiento de las condiciones previas y el logro de una base de orientación completa".* [86; p.176].

Al referirse al logro de una base de orientación completa **que: *"La base de orientación tiene que contener, para la enseñanza de la Matemática de la escuela primaria, los componentes siguientes: el*** *objetivo* ***de la acción, el*** *objeto* ***de la acción y sus propiedades, una*** *sucesión de pasos* ***de la acción y en la elaboración de conceptos, sus*** *características* ***esenciales y las*** *posibilidades de control* ***del resultado de la acción".* [86; p. 177].**

En términos generales, incluye todas las etapas que se van a considerar en la propuesta que se hace en esta tesis, pero no de manera explícita y, limitada a actividades para la elaboración de conceptos y de carácter algorítmico. Lo último se puede percibir cuando en sus componentes incluye la sucesión de pasos para la acción**, del mismo modo que hace Galperin.**

Otros autores, como: H. Müller, 1978; W. Jungk, 1979; S. Ballester, et al, 1992, la consideran como la primera fase del "Programa Heurístico General" que *" constituye para el profesor el instrumento universal de dirección y para el alumno...el fundamento completo de orientación en el trabajo con ejercicios, sobre todo, con los que tienen carácter de problemas"* [148; p.13]. Esta fase, según ellos, consta de las siguientes <u>tareas principales:</u> Búsqueda del problema o motivación, planteamiento del ejercicio y comprensión del ejercicio.

Como se puede inferir del propio título del programa, el mismo se basa en la <u>instrucción heurística</u> que está fundamentada en un sistema categorial muy estructurado de principios, estrategias y reglas que *"facilitan la búsqueda de la vía de solución a tareas de carácter no algorítmico de cualquier tipo y de cualquier dominio científico o práctico"*. [8; p.226].

Desde nuestro punto de vista este programa tiene tres limitaciones:

1. La propia ambivalencia conceptual, que por una parte lo consideran aplicable para cualquier tipo de ejercicio y en otras para los que no tienen carácter algorítmico. Esto crea una expectativa didáctica que no es posible enfrentar, por lo que en cierta medida, es demasiado general para poder ofrecer una ayuda eficiente.

2. No tiene en cuenta en la fase de orientación en el tratamiento de los problemas el aseguramiento de las condiciones previas.

3. La adecuación del mismo para los problemas lo convierten en un procedimiento cuasi-algorítmico, al incluir *"una sucesión de indicaciones para la acción en la solución de problemas".* [110; p.116-117].

No obstante las anteriores limitaciones, consideramos positivo la inclusión de la motivación como parte de la orientación en la solución de problemas.

Como se puede apreciar, los autores consultados abordan de manera incompleta los componentes de la orientación, al dejar fuera o bien el aseguramiento de las condiciones previas o las acciones de control. Por otra parte, en la práctica, limitan sus consideraciones al caso de la elaboración de conceptos o de procedimientos algorítmicos y cuasi algorítmicos y no a la solución de problemas. Los distintos enfoques se resumen en la siguiente tabla:

AUTORES Y AñO	**ESTRUCTURA DE LA ETAPA DE ORIENTACIÓN**		
Geissler et al (1978)	Aseguramiento de las condiciones previas	**Logro de una base de orientación completa:** objetivo, objeto, sucesión de pasos, características esenciales, control	
Müller, (1978); Jungk, (1979), Ballester et al (1992)	Búsqueda del problema o motivación	Planteamiento del problema	Comprensión del ejercicio

1.4. Los significados prácticos de las operaciones aritméticas con números naturales.

El fundamento matemático que se utiliza en la escuela primaria cubana para construir los números naturales, así como sus operaciones algebraicas, se basa en la teoría de conjuntos, utilizando la equipotencia entre conjuntos. Es decir, que se definen genéticamente a partir de las operaciones con conjuntos.

Estas conceptualizaciones teóricas generalmente permiten resolver los llamados ejercicios formales (se conoce la vía de solución) y los ejercicios con texto matemático, pero muy pocos de los problemas aritméticos con texto no matemático, o sea, vinculados con la práctica. Es por ello resulta importante introducir en la escuela primaria los llamados **significados prácticos** de estas operaciones que desde nuestro punto de vista, consisten en cada una de las distintas interpretaciones que se le pueden dar a las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con números naturales desde el punto de vista de la práctica, de la realidad. En la mayoría de ellas se puede emplear la relación parte-todo.

Hasta el momento, el trabajo más completo en cuanto al estudio de estos significados, en nuestro país, ha sido el realizado por los Dres. L. Campistrous y C. Rizo que aparecen plasmados en el libro "Aprende a resolver problemas aritméticos", los que recomiendan para la adición y sustracción:

A D I C I`O N	***S U S T R A C C I O N***
1. Dadas las partes, hallar el todo	1. Dado el todo y una parte, hallar la otra parte.
2.Dada una parte y el exceso de otra sobre ella, hallar la otra parte.	2. Hallar el exceso de una parte sobre otra, o dada una parte y su exceso sobre otra, hallar la otra parte.

Estos significados están correctamente expresados y consideran todos los casos que se pueden presentar, pero en el segundo aparecen dos significados de la sustracción, que sería conveniente separarlos para que desde el principio se aprecie la diferencia entre ambos. Esto se puede apreciar con ejemplos y modelos lineales en el anexo 1.

En la multiplicación y división es donde más ajustes se precisa realizar para poder fundamentar las distintas estructuras semánticas que en dichas operaciones aritméticas se pueden presentar. La propuesta de los referidos autores es:

M U L T I P L I C A C I O N	***D I V I S I O N***
1. Reunión de partes iguales para hallar el todo (suma de sumandos iguales)	1. Repartir en partes iguales el todo (hallar el contenido de cada parte)
2. Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte, hallar el todo.	2. Dado el todo y el contenido de cada parte, hallar la cantidad de partes (cuántas veces está contenida en el todo)
3. Hallar múltiplos	3. Hallar una parte alícuota (una unidad fraccionaria: mitad, décima parte, etc.)
4. Significado de área.	4. Restas sucesivas.
5. Conteo (diferentes maneras de hacer algo)	

Como los significados 1 de la multiplicación y 4 de la división están estrechamente relacionados al aparecer operaciones sucesivas de adición y sustracción, resulta de utilidad agruparlas y además ampliar el significado de restas sucesivas, pues en realidad se pueden obtener dos significados del mismo para la división. Estos dos últimos pudieran redactarse así:

D1: Dado un minuendo y un sustraendo que se resta sucesivamente del anterior; hallar la cantidad de restas sucesivas necesarias para obtener como diferencia cero.
D2: Dado un minuendo y la cantidad de restas sucesivas que se deben realizar hasta que la diferencia sea cero; hallar el sustraendo que se repite.

En el anexo 1 se puede apreciar ejemplos que ilustren los mismos.

Por otra parte, el significado 2 de la multiplicación y el 1 y 2 de la división no requieren de ninguna modificación. (ver anexo 1).

Ahora bien los significados de **múltiplos y divisor** que los autores proponen se pueden considerar como un caso particular de los significados M_2 y D_3 respectivamente como se puede comprobar a continuación:

- **Dulce y Blas son hermanos. Ella tiene 8 años y él tiene el triplo. ¿Qué edad tiene Blas?**

Aquí se conoce la cantidad de partes iguales (que es tres me lo indica el vocablo triplo) y el contenido de cada parte (que es ocho años) y se debe hallar el todo (que es la edad de Blas); es decir que se debe calcular el producto 3.8 = 24.

- **Gloria está leyendo un libro de cuentos que tiene 80 páginas. Ella ya leyó la décima parte. ¿Cuántas páginas ha leído?**

Ahora se conoce el todo (80 páginas que tiene el libro), la cantidad de partes iguales (lo indica el término décima parte o sea diez) y debo hallar el contenido de cada parte (las páginas que ya ha leído o sea: 80 : 10 = 8).

Sin embargo, donde se pone de manifiesto lo inadecuado de estos significados es en los siguientes ejemplos:

- **Una granja porcina tiene ahora 1 744 cerdos. Esta cantidad es el cuádruplo de lo que tenía hace cinco años. ¿Cuántos cerdos tenía esta granja hace cinco años?**

Obsérvese que aquí se habla de **cuádruplo** y por el contexto del problema debe **dividirse** por cuatro luego no se ajusta al significado de múltiplo. Cómo quedaría con el significado D_3: Se conoce el todo (1 744 cerdos) y la cantidad de partes iguales (cuatro que me lo indica el cuádruplo y debemos hallar el contenido de cada parte (es decir calcular 1 744 : 4 = 436).

Por otra parte el siguiente problema donde en apariencia debe aplicarse el significado de **divisor o partes alícuotas** en su contexto se determina que lo que debe hacerse es **multiplicar.** Veamos:

- **Maritza participa en una Olimpiada de Matemática. Hasta el momento ha resuelto 4 ejercicios. Esto es la tercera parte de todos los ejercicios que debe resolver. ¿Cuántos ejercicios debe resolver?**

Aquí se conoce el contenido de cada parte (cuatro ejercicios) y la cantidad de partes iguales(es tres me lo indica la tercera parte) y debemos hallar el todo (es decir efectuar el producto 3.4 = 12).

Por otra parte, el significado de **área** que ellos incluyen como de la multiplicación solamente, también es de la división como se verá seguidamente. Es por ello resulta necesario detallar en los mismos, precisando lo **dado** y lo **buscado** en cada caso. Esto pudiere resolverse enunciándose así:

M_3: Dados la cantidad de elementos que tiene un rectángulo a lo largo y a lo ancho. Hallar la cantidad total de elementos que tiene el rectángulo.
D_5: Dados la cantidad de elementos que tiene un rectángulo y los que tiene en uno de sus lados. Hallar la cantidad de elementos que tiene en el otro lado.

Obsérvese que aquí estamos considerando al rectángulo como un conjunto ”discreto” de puntos (un subconjunto de N) para que se ajuste a los significados con números naturales. Cuando se amplíe el dominio numérico a un subconjunto de R (continuo) se tiene el habitual significado de área.

Lo mismo sucede con el significado de **conteo** que además es de la división y requiere perfeccionar su enunciado así:

M_4: Dados la cantidad de elementos que tienen dos conjuntos. Hallar la cantidad de parejas que se pueden formar con ellos.
D_6: Dada la cantidad de parejas que se pueden formar con los elementos de dos conjuntos y la cantidad de elementos de uno de ellos. Hallar la cantidad de elementos del otro.

En el anexo 1 se pueden encontrar los ejemplos correspondientes.

Una vez que los estudiantes hayan estudiado los anteriores significados están en condiciones de fundamentar a partir de ellos cualquier estructura semántica que para este tipo de problema se les pudiera presentar.

1.5 Las estructuras semánticas de los problemas aritméticos simples con texto.

De acuerdo a la Enciclopedia Electrónica: Encarta 2001 se tiene que el término semántica **se define como la *“parte de la lingüística que estudia la significación de las palabras”.* Tiene otra acepción como adjetivo: *“relativo a la significación: valor semántico de una palabra”*. [58; p.934].**

La comunicación descansa sobre el supuesto que los hablantes comprendan las palabras del mismo modo. Pero toda palabra es significativa, aparece en determinado contexto y situación espacio-temporal que incluye al hablante y al oyente. El contexto y la situación sirven para determinar el significado del mensaje.

Con respecto a la expresión "estructura semántica", en la literatura lingüística consultada solo hemos encontrado referencia explícita sobre la misma en el texto de J. Lyons (1973) que apunta: *"el vocabulario de una lengua contiene una cantidad de* sistemas léxicos *cuya* estructura semántica *puede describirse a base de* relaciones de sentido *paradigmáticas y sintagmáticas".* [131; p.455].

Este mismo autor precisa: *"por* sentido *de una palabra entendemos el lugar que ésta ocupa en un sistema de relaciones que ella misma contrae con otras palabras del vocabulario"*. [131; p. 440].

Las relaciones sintagmáticas (horizontal) son las que se establecen con el resto de las palabras en la cadena hablada en una sucesión temporal que están presentes. No siempre se admite variaciones en el orden de las palabras sin que pierdan sentido. Por el contrario, las relaciones paradigmáticas (vertical) son las que se establecen entre una palabra y todas aquellas que podrían ocupar la misma posición en la cadena hablada que están ausentes.

¿Qué se entiende por "estructura semántica de los problemas simples con texto?"

La mayoría de los trabajos consultados relacionados con este tipo de estructura, no se propusieron conceptualizar sobre la misma. En el artículo de Lozada de M. de Oca, A. (1994) se tiene la aserción: *"La estructura semántica de una expresión o frase se refiere al contenido semántico de la misma, esto es el significado de cada una de las palabras que ensamblado resulta el significado de las oraciones y de la expresión completa".* [130; p.65].

Se puede apreciar que esta definición es tautológica al contener un círculo, o sea, que el concepto es definido mediante el definidor y viceversa. Tampoco particulariza en el concepto concreto que nos interesa caracterizar.

Otros afirman: *"Una categoría semántica está constituida por la conceptualización del sentido de un conjunto de situaciones, reducibles a procedimientos similares de abstracción".* [137; p. 66]. Con anterioridad habían

hecho referencia a que las categorías semánticas se refieren a las estructuras semánticas aditivas o multiplicativas. De lo anterior se infiere que el concepto de categoría semántica está subordinado al de estructura que es más particular; además la definición dada es demasiado general para ajustarse estrictamente al concepto que pretende definir.

En este trabajo se asumirá que la estructura semántica de los problemas aritméticos simples con texto **es cada uno de los diferentes modelos lingüísticos, con énfasis en el significado, que pueden adoptar estos problemas para darle salida a los significados prácticos de las cuatro operaciones básicas con números naturales.**

También hay que tener en cuenta lo que se denomina campo semántico, **considerando que:** ***"...engloba palabras cuyo significado tienen relación entre sí, ya sea una actividad, un arte, una ciencia, etc. Ejemplo: campo semántico de asiento: sillón, sofá, taburete, silla."*. [151; p. 268].**

Muy relacionado con lo anterior se encuentra el empleo de las "palabras claves" **en el tipo de problemas que nos ocupa. Jerman, M. (1972) expresa al respecto él distingue en este tipo de palabras las "pistas verbales" y los "distractores"; para él la primera** ***"son palabras como "más", "menos", etc. cuando ellas sirven de pista para seleccionar una operación específica y la segunda son las mismas palabras cuando no constituyen pistas para la operación".*** **[105; p. 310].**

No somos partidarios de la enseñanza explícita de este tipo de palabras, ya que al alumno no le resulta fácil determinar si es una "pista verbal" o es un "distractor". Además hay problemas donde no se aprecian directamente este tipo de palabras.

Haciendo un breve recuento histórico, las estructuras semánticas para los problemas de adición y sustracción fueron inicialmente establecidas por Heller y Greeno (1979) y consisten en los problemas de: <u>cambio, combinación y comparación</u>. En ese mismo año Nesher y Katriel informan sobre estas mismas categorías semánticas, pero con otras denominaciones: <u>estática, dinámica y comparación.</u>

Riley et al (1982) y Carpenter y Moser (1982) presentan básicamente la misma clasificación que la establecida inicialmente, pero incluyen una cuarta categoría: de <u>igualación</u> que según Carpenter (1985) es un híbrido, donde se vinculan los

problemas de cambio y comparación). Posteriormente Romberg y Collis (1987) emplearon estas mismas categorizaciones.

Veamos las características esenciales de cada uno de ellos, haciendo una

Los PROBLEMAS DE CAMBIO (Co) **son aquellos que describen una acción transformadora aplicada sobre una cantidad inicial (conjunto inicial o de partida) la cual experimenta un cambio (conjunto de cambio) de donde se obtiene un resultado (conjunto resultante). Se tienen seis tipos en dependencia de que la incógnita sea uno de esos tres conjuntos y de que la transformación sea de aumento o de disminución.(ver anexo 2). En general este tipo de problema es dinámico, o sea, hay cambio en el tiempo en que se desarrolla la acción.**

Los PROBLEMAS DE COMBINACION (Cb) **son aquellos donde intervienen dos cantidades disjuntas, que pueden considerarse aisladamente o como parte de un todo, sin que exista una acción transformadora entre ellos. Se obtienen dos clases en dependencia si lo desconocido es el conjunto o un subconjunto de él. (anexo 2)**

Aunque los autores de referencia los distinguen por establecer una relación estática entre los conjuntos, también puede darse el caso contrario, como lo muestra el siguiente ejemplo:

- Miguel perdió tres monedas <u>ayer</u> y dos monedas <u>hoy</u>. ¿Cuántas monedas él perdió en estos dos días?

Los PROBLEMAS DE COMPARACION ADITIVA (CA) **se caracterizan por establecer una relación de diferenciación cuantitativa entre dos cantidades disjuntas. Intervienen tres cantidades o conjuntos: conjunto comparado (el que se compara), el conjunto referente (con el que se compara) y el conjunto diferencia (resultado de la comparación). Se tienen seis tipos en dependencia de que la incógnita sea una de los conjuntos indicados y que la comparación sea de aumento o de disminución.**

Los autores de referencia lo definen como una relación estática entre las cantidades, sin embargo, pudiera ser dinámica como lo ilustra el siguiente ejemplo:

- Rosa caminó 3 500 m <u>ayer</u>, mientras que <u>hoy</u> recorrió 2 000 m. ¿Cuántos m caminó ayer más que hoy?

En el anexo 2 se pueden apreciar los ejemplos clásicos de este tipo de problemas y además otras variantes lingüísticas, que hemos introducido para enriquecer la

misma, con el empleo de los vocablos exceso **y** defecto **(que de hecho prepara a los escolares para la técnica de redondeo) así como el uso de expresiones:** aumento (disminuyo) de...a y aumento (disminuyo) de...en **, donde un sencillo cambio de preposición de** a **por** en **transforma el significado.**

Los PROBLEMAS DE IGUALACIÓN (Ig) **se caracterizan por describir una relación activa o transformadora entre las cantidades o conjuntos involucrados en el problema (similar a los de cambio) y también se establece una relación comparativa (semejante a los de comparación) entre dos cantidades o conjuntos de forma tal que queden igualadas. Tienen seis subcategorías. En el propio anexo 2, además de los ejemplos tradicionales de este tipo de estructura hemos incorporado una adecuación lingüística un tanto más familiar para el escolar.**

Además, coincidimos con Carpenter y Moser (1984) cuando plantean: ***"las categorías dadas arriba para los problemas verbales simples de adición y sustracción están completas si trabajamos con los números naturales, luego es la apropiada para los niños de las escuela elemental"*****. [42; p.200]. También podemos afirmar que todos los significados prácticos de estas dos operaciones aritméticas están aquí representados.**

Se tendría que para los problemas de cambio y combinación se utilizarían los significados A_1 y S_1; mientras que para los problemas de comparación o igualación se pueden basar en A_2 , S_2 y S_3.

Contrariamente a lo que ocurre con las estructuras aditivas y sustractivas donde existe consenso entre los investigadores, en el caso de las relativas a la multiplicación y división existen diversidad de criterios. Desde nuestro punto de vista la conceptualización más completa es la ofrecida por los profesores alemanes Siegbert Schmidt y Werner Weiser que será el centro de nuestro próximo análisis. Existen otros autores que han investigado sobre estas categorías con anterioridad a los mencionados arriba, tales como: Vergnaud (1983, 1988), Fischbein et al (1985), Greer (1987,1992), Schwartz (1988), Nesher (1988), Bell et al (1989), entre otros. Por cuestión de optimización de espacio, al final lo compararemos con las categorías que se estudiarán seguidamente:

"Las estructuras semánticas de multiplicación en el dominio de los problemas orales de un solo paso pueden ser divididos en cuatro clases: Estas clases coinciden con las clases de las estructuras semánticas de la división".**[196; p.56].**

1. ***formación del enésimo múltiplo de medidas.***
2. ***multiplicación combinatoria.***

En una nota aclaratoria ellos asumieron por problemas orales **a los "...** ***referidos a un contenido no matemático".*****[196; p.71].**

Todo el estudio que se realiza en el referido documento está destinado a las estructuras multiplicativas, aclarando que por cada estructura multiplicativa se pueden distinguir dos versiones para la división, siempre que los factores de la multiplicación jueguen diferentes roles.

Un aspecto a perfeccionar, es el relacionado a las definiciones o caracterizaciones de cada una de estas estructuras, pues los autores se limitan a plantear un ejemplo y después enumerar algunos de sus aspectos distintivos.

La primera de las clases es la más amplia y abarca otras cinco subclases: ***"Todo problema de esta clase...tiene en común lo siguiente: Un factor, el multiplicando, es una medida g_1, o especialmente un número cardinal finito. El segundo factor, el multiplicador, es un operador O que forma el enésimo múltiplo de g_1. O aparece como un número "puro", una cantidad sin dimensión. El producto g_2 es una medida de la misma clase que el primer factor. Esto es llamado el g_1 - O - g_2 modelo de multiplicación y división".*** **[196; p.57]. Después se refieren a dos de esos elementos son conocidos y el tercero desconocido; en dependencia de cual es la incógnita se tendrá una de multiplicación o división.**

La primera de estas sub-clases es denominada "<u>estructura de parte-todo</u>" y es descrita por dichos autores así: ***"...O significa un número cardinal... y la misma medida g_1 que está presente simultáneamente. g_2 es representada por la unión de g_1. g_1 y g_2 pueden ser cardinales o cantidades de magnitud".*** **[196; p.57].**

Somos partidarios de establecer otra denominación más práctica para esta estructura, definida en un lenguaje más sencillo en correspondencia con los significados de las operaciones de la multiplicación antes precisados y que sirven de fundamento a las mismas. De hecho, estos autores no hacen referencia a este tipo de significados. Esta estructura se pudiera llamar, como lo hizo Greer (1987): de "grupos iguales" y quedaría así:

Los PROBLEMAS DE GRUPOS IGUALES (GI) **se caracterizan por establecer relaciones entre un todo, la cantidad de partes iguales en que se ha dividido el mismo y el contenido de cada una de las partes. Se tendrían tres clases en dependencia que lo desconocido sea uno de los aspectos mencionados en la definición. (Ver anexo 2).**

Coincidimos con estos autores que en esta estructura usualmente no aparecen las palabra "tiempo" o "vez"; pero se emplea con frecuencia el vocablo "cada".

La segunda de las sub-categorías la llaman "estructura de repetición" que es caracterizada así: *"...O significa el número cardinal de repetición de una acción. Con cada repetición un representante adicional de g_1 ocurre. Un representante de g_2 es sucesivamente descompuesto separando los representantes de g_1".* [196; p.58].

Los PROBLEMAS DE REPETICIÓN ® **son aquellos que en su interpretación inicial nos conduce al planteamiento de operaciones sucesivas de adición (de iguales sumandos) o de sustracción (de iguales sustraendos). Se tendrían tres sub-categorías en dependencia de si la operación sucesiva es de adición o de sustracción (una para cuando la cantidad. de veces es desconocida y la otra si el sustraendo es desconocido). (Ver anexo 2).**

En este tipo de categorías se emplea con frecuencia los términos "veces", "cada vez", "todas las veces", entre otros de su mismo campo semántico.

Nosotros consideramos que las distintas estructuras semánticas establecidas o por puntualizar, son diferentes categorías o tipos y no constituyen una clasificación o división en clases, pues las clases no son disjuntas. Sin embargo, como se verá en estas dos últimas estructuras no siempre es posible determinar con precisión cuando un problema dado pertenece a una categoría o a otra (de hecho esto no tiene repercusiones negativas para el proceso de enseñanza-aprendizaje, todo lo contrario permite desarrollar diversos puntos de vistas y defenderlos). Ilustremos estos planteamientos con el siguiente ejemplo:

- Un jardinero siembra en un cantero 12 filas de lechugas. Si en cada uno de ellos planta 10 de ellos. ¿Cuántas lechugas él ha sembrado en total?

Si se hace énfasis solamente en el resultado **de la actividad (que en este caso es sembrar) el problema sería de grupos iguales, pero si además nos interesa el** desarrollo **de la actividad entonces lo consideraríamos de repetición.**

Esta ambigüedad podría salvarse si estableciéramos que en los casos que lo requieran se considerará tanto el resultado como el desarrollo de la actividad.

La tercera clase que introducen es "la estructura de cambio multiplicativo" que se explica de la siguiente forma: "*O significa un proceso que transforma un representante de g_1 en un representante g_2"*.[196; p.58]. Estos problemas, por lo

general, se caracterizan por establecerse en ellos relaciones de divisibilidad, que estaría representada por lo que ellos denominan operador O. Aquí les denominaríamos simplemente de divisibilidad:

Los PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD (Dv) **se caracterizan por establecer relaciones entre una cantidad y su múltiplo o divisor.**

A diferencia de los autores de referencia, donde de manera implícita, solamente determinan tres sub-categorías, en nuestro caso se tendrían seis, en dependencia de que lo desconocido sea: un múltiplo (divisor), el número conocido un múltiplo (divisor) de él o qué múltiplo (divisor) es un número de otro (anexo 2)

Con frecuencia se emplean los términos "doble" "triplo", "mitad", "tercera parte", entre otros de esta misma naturaleza.

Teniendo en cuenta lo expresado por estos autores, en esta estructura solamente se incluyen relaciones dinámicas **como se ilustra a continuación:**

- Una granja agropecuaria inició la producción con 1 000 cerdos. Durante un año se triplicó esa cantidad. ¿Cuál fue la producción de la granja al finalizar el año?

No obstante, también se pueden considerar relaciones estáticas, **como se muestra en el siguiente ejemplo:**

- En un taller hay 10 máquinas y en otro hay el doble. ¿Cuántas máquinas hay en el segundo?

Este último ejemplo justifica la NO denominación de cambio multiplicativo, **como una extrapolación de la estructura aditiva de** cambio, **por ser esta última dinámica, pero la multiplicativa NO necesariamente lo es.**

La cuarta subclase que indican es "la estructura de comparación multiplicativa" donde se afirma ***"O significa una relación estática entre g_1 y g_2. En la mayoría de los casos los representantes de g_1 y g_2 son disjuntos"*****. [196; p.58].**

Los PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA (CM) **son aquellos donde además de establecer una relación de divisibilidad entre las cantidades o conjuntos que intervienen en el mismo, se introduce una semejanza o diferencia cuantitativa entre dos cantidades que intervienen en el mismo.**

Aquí ellos solamente incluyen tres sub-clases porque emplean como expresión comparativa "tantas veces como", que aunque en nuestro idioma no es muy usado, tiene sentido y lo mantendremos. Existen tres sub-categorías en

dependencia que la incógnita sea: el conjunto comparado, el conjunto referente o el conjunto factor (resultado de la comparación multiplicativa). (Ver anexo 2)

Aunque ellos afirman que se establece una relación estática**, el siguiente ejemplo justifica que también puede ser** dinámica:

- Un ciclista recorrió ayer 5 km., mientras que lo que ha transitado hoy es tres veces tanto como lo que hizo ayer. ¿Cuántos km. ha viajado hoy?

Hemos incluido una variante de esta categoría que es muy usada en el lenguaje cotidiano. La misma se obtiene cuando combinamos los adverbios de cantidad más **o** menos **con un adjetivo. (Ver anexo 2).**

La última subclase las denominan "estructura de proporción" y la idea central expresada consiste en que en este caso el operador O es sustituido por dos conjuntos de medidas:

$G = \{g_1, g_2\}$ y $G' = \{e, g\}$ y que entre los elementos de ambos conjuntos se asume una relación de proporcionalidad. Los problemas con esa estructura son conocidos en nuestro país como problemas de proporcionalidad.

Los PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD (P) **son aquellos donde intervienen cuatro cantidades que cumplen que dos de ellas pertenecen a una misma magnitud y están expresadas en una misma unidad de medida que al multiplicarlas o dividirlas por otras dos correspondientes de otra magnitud que también tienen una misma unidad de medida, el resultado es constante. De ellas una siempre es igual a la unidad y otra es desconocida.**

Los autores de referencia solamente consideran tres sub-categorías, las relacionadas con la proporcionalidad directa; sin embargo, nosotros incluimos otras tres, para la proporcionalidad inversa, aunque no se trabajará en el primer ciclo, con el propósito que quede completo el sistema. (ver anexo 2)

Entre los problemas de proporcionalidad y los de grupos iguales existe una gran relación. A continuación se enunciarán dos problemas con el mismo contexto, pero donde un ligero cambio de alguna palabra cambia su estructura:

- Una persona camina a una velocidad promedio de 5 km. por hora. ¿Cuánto recorre en 3 horas? **(grupos iguales)**

- Una persona camina 5 km. en una hora como promedio. ¿Cuántos km recorre en 3 horas? **(proporcionalidad)**

La segunda clase que Schmidt y Weiser ofrecen en su artículo, como ya se dijo denominan: "la estructura de combinación" donde "*los dos factores a y b son cardinales de los conjuntos finitos A y B. El producto a aparece como el número de elementos de A x B". [*196; p.59].

Siguiendo el significado en el cual se basan los denominaría de conteo, y se pudieran caracterizar de la siguiente manera:

Los PROBLEMAS DE CONTEO © son aquellos donde se aplica la igualdad card(AxB) = card(a).card(B), (se refieren a las distintas formas de hacer algo).

En esta ocasión se tienen dos sub-categorías en dependencia de que lo desconocido sea card(AxB) o el cardinal de otro de los dos conjuntos, ya que aquí los dos factores juegan el mismo rol, para nuestros efectos.(ver anexo 2)

Los problemas de esta estructura con frecuencia emplean los términos de; "posibles combinaciones", "las combinaciones que pueden ser hechas" o "las distintas formas de hacer algo", u otras expresiones lingüísticas parecidas.

La penúltima de las estructuras que proponen la denominan "de composición de operadores"; al respecto señalan: *"En esta estructura los dos factores y el producto son operadores del mismo dominio de medidas. La multiplicación ocurre como la composición de dos factores. La medida de los múltiplos, los cuales tienen que ser formados, aparecen solo como variables"*. [196; p. 60].

Por su nivel de complejidad no la hemos incluido en el primer ciclo pero puede ser introducida en el 5to. grado. No obstante, sí la conceptualizaremos para que quede "completo" el conjunto de estructuras analizadas.

Los autores de referencia solamente indican la posibilidad del múltiplo, pero también se deben incluir los divisores como se puede apreciar en la siguiente definición y en el anexo2. Además, los llamaría:

Los PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD REPETIDA (DR) son aquellos donde se aplica la siguiente inferencia; si $b = k_1.a$ y $c = k_2.b$ entonces $c = k_3.a$ con $k_3 = k_.k_2$ donde a,b,c son números naturales y k_1,k_2 k_3 son números racionales.

Aquí se tendrán seis subcategorías, en dependencia que lo desconocido sea k_1, k_2 o k_3 y de que los mismos sean múltiplos o divisores o sea si $k_i \in N$ o $k_i \in Q$

La última estructura que introducen los autores es la "llamada "multiplicación por fórmula" que es aquella en que *dos factores aparecen como cantidad de*

magnitud. El producto es una cantidad de magnitud también." [1] **[196; p.61]. Para comprender esta estructura es necesario poseer conocimientos de diversas disciplinas y que los alumnos hayan dominado las estructuras anteriores. Es por ello que compartimos el criterio que la misma debe introducirse en el currículo escolar al finalizar la enseñanza primaria. No obstante, por la incidencia que tiene en la geometría escolar consideramos oportuno introducir la estructura siguiente como un caso particular de la que acabamos de nombrar, a partir de 4to. grado:**

Los PROBLEMAS DE ARREGLOS RECTANGULARES (AR) **son aquellos donde intervienen el cálculo del "área" de un "rectángulo", donde los "lados" pueden ser o no un conjunto discreto.**

Aquí se tendrían dos subcategorías para el caso que los lados sean un conjunto discreto (subconjunto de los números naturales) y dos también cuando los lados sea un conjunto continuo (subconjunto de números reales). En ambos casos la estructura multiplicativa corresponde al área desconocida y la de la división cuando uno de los lados es desconocido. (ver anexo 2)

En conclusión, el sistema de estructuras semánticas descrito es completo, pues cada problema aritmético con texto simple de multiplicación o división se le puede asignar, al menos, a una de estas estructuras semánticas y cada significado práctico de estas operaciones está representado en las mismas.

Aunque las estructuras semánticas que hemos definido se refieren a los problemas simples, existe una estructura que se emplea incorrectamente como una de comparación multiplicativa cuando en realidad se establece una comparación tanto aditiva como multiplicativa, luego es un sencillo problema compuesto. Lo pudiéramos caracterizar así:

Los PROBLEMAS DE COMPARACIÓN ADITIVA MULTIPLICATIVA (CAM) **son aquellos donde se establece una relación de semejanza cuantitativa y al mismo tiempo de divisibilidad entre dos cantidades. En ellos intervienen: conjunto comparado, referente y factor. Existen seis sub-clases en dependencia de cual de los conjuntos anteriores es la incógnita y de si la comparación es por exceso o por defecto. (Ver anexo 2).**

[1] Esa magnitud es de un orden mayor que las dadas originalmente. Nota del autor de la tesis.

Veamos ahora como se pueden fundamentar estas estructuras mediante los significados de las operaciones correspondientes. Para los problemas de repetición se tiene M_1, D_1 y D_2; para los de grupos iguales, divisibilidad, comparación y proporcionalidad se emplean M_2, D_3, D_4; para los de conteo nos remitimos a M_4 y D_6 y para los de arreglos rectangulares nos basamos en M_3 y D_5; para los problemas de divisibilidad repetida se emplea los significados M_2, D_3 y D_4 de forma reiterada.

Estamos ya en condiciones de comparar el sistema de estructuras de la multiplicación y división acabado de estudiar con las establecidas por otros autores:

AUTORES Y AÑO	DISTINTAS CATEGORÍAS SEMÁNTICAS							
Greer (1987)	**Grupos iguales**	**NO**	**NO**	**Comparación multiplicativa**	**NO**	**Producto Cartesiano**	**Área Rectangular**	**NO**
Nesher (1988)	**Regla de correspondencia**		**NO**	**IDEM**	**NO**	**Problemas Cartesianos**	**NO**	**NO**
Bell et al (1989)	**Grupos múltiples de medidas repetidas**		**Cambio de medidas**	**NO**	**Estructura de razón**	**NO**	**NO**	**NO**
Vergnaud (1991)	**Isomorfismo de medidas**			**Espacio de medidas**	**NO**	**Producto de medidas**		**NO**
Schmidt y Weiser (1995)	**Parte-todo**	**Repetición**	**Cambio Multiplicativo**	**Comparación Multiplicativa**	**Proporción**	**Multiplicación combinatoria**	**Multiplicación por fórmula**	**Composición de operadores**
Capote (2002)	**Grupos iguales**	**IDEM**	**Divisibilidad**	**IDEM**	**ProporcionalidaD**	**Conteo**	**Arreglos Rectangulares**	**Divisibilidad Repetida**

La consideración de estas estructuras y su relación con los significados de las operaciones aritméticas, constituyen un fundamento de la propuesta que se hará en el próximo capítulo.

Conclusiones del capítulo:

- **La solución de problemas es una actividad humana que se caracteriza por un**

desempeño intelectual de elevadas exigencias y su enseñanza contribuye grandemente al desarrollo cognitivo, volitivo y afectivo de los escolares.

- **Al ser la solución de problemas una actividad humana, la misma transita por las etapas de orientación, ejecución y control, que deben ser consideradas especialmente en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de este tipo de actividad en la escuela, desde los primeros grados.**
- **En la solución de problemas, la orientación es una importante etapa funcional pues garantiza que la ejecución se desarrolle con mayor éxito, que es esencial también en el caso de los problemas aritméticos con texto (PAT), y un eficaz desarrollo de la misma garantiza que los alumnos no pasen a la etapa ejecutora sin que medie un proceso de reflexión y análisis de las condiciones de la tarea.**
- **Los significados de las operaciones aritméticas con naturales es una condición previa imprescindible para poder orientarse adecuadamente al resolver un PAT. Estos significados están muy relacionados con las estructuras semánticas que pueden asumir este tipo de problemas, como modelos lingüísticos que permite darle salida a estos significados, siendo estos últimos su fundamento.**

CAPÍTULO 2:

EL TRATAMIENTO DE LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON TEXTO EN LA ESCUELA PRIMARIA CUBANA, EN ESPECIAL DE LA ETAPA DE ORIENTACIÓN

"...todo esfuerzo por difundir la instrucción es vano, cuando no se acomoda la enseñanza a las necesidades, naturaleza y porvenir del que la recibe"

José Martí [138; p.327]

CAPÍTULO 2: EL TRATAMIENTO DE LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON TEXTO EN LA ESCUELA PRIMARIA CUBANA, EN ESPECIAL DE LA ETAPA DE ORIENTACIÓN

En este capítulo se hace un análisis histórico lógico sobre: el tratamiento de los problemas aritméticos en la escuela, haciendo énfasis en la etapa de orientación y los significados de las operaciones aritméticas con números naturales y las estructuras semánticas para este tipo de problemas. También se estudia la situación actual de la temática y se finaliza con el planteamiento de la estructuración didáctica sobre la etapa de orientación, que es uno de los propósitos fundamentales de esta tesis.

2.1 Análisis histórico-lógico del tratamiento de los problemas aritméticos.

Estudiar la historia de la solución de problemas, coincide con la propia historia de la Matemática, ya que esta última lo que ha hecho es reflejar la forma en que los diferentes matemáticos han resuelto los distintos problemas que se le han presentado al hombre a lo largo de miles de años. (Ver Anexo 3)

¿Cuál ha sido el tratamiento didáctico de la resolución de problemas matemáticos en nuestra patria, en especial la fase de orientación, en la bibliografía editada para los maestros y profesores?

El panorama en este sentido, no ha sido en Cuba muy diferente a lo que hemos planteado con respecto a otros países. Salvo raras excepciones (Dra. Dulce M. Escalona, Dr. Elpidio Pérez Somozza, entre otros) son pocos los estudiosos en la materia que se dedicaron a la didáctica de esta temática, y mucho menos al proceso investigativo en esta dirección, antes del año 1959.

No obstante, en la obra de Dulce M. Escalona y de E. Pérez Somozza encontramos severas críticas a la enseñanza tradicional: *"La escuela tradicional se conformaba con la competencia en el cálculo, y la consideraba como un aporte a la eficiencia social"* [69; p.IV]. *"El cálculo en sí es menos interesante que el problema por cuanto es en esta última forma como se nos presenta los hechos de la vida real".* [173; p.28].

Este último autor recomienda ejecutar los siguientes pasos en lo que él llama "lecciones de aplicación":

1. *Comprender el problema.2.Ensayar soluciones. 3 Comprobación."*[172; p.62]

En cuanto al paso de comprensión E. Pérez Somozza (1930) sugiere:

"El maestro puede ayudar a los alumnos dirigiéndoles preguntas sugerentes sobre las relaciones que ligan los datos (...). A este artificio debe apelarse cuando el alumno no haya podido darse cuenta del problema dejado a sus propias fuerzas" Seguidamente insiste en la necesidad de dejar al niño pensar y trabajar por sí solo: *"... solo una detestable metodología puede engendrar esa pereza e indolencia para la comprensión de los problemas; para los niños bien orientados y conducidos sienten gusto en pensar y comprender de por sí, en darse cuenta de que ellos tienen cierto poder y en que pueden demostrarlo al desenmarañar una situación difícil*".[172; p.62-63]. Sin embargo, no da otras indicaciones precisas para el trabajo del maestro o del niño en este proceder.

Por su parte Dulce M. Escalona (1959) recomienda utilizar el siguiente plan para resolver los problemas:

"1ero. Leo el problema en su totalidad. Trato de entender lo que dice.

2do. Busco la pregunta que debo contestar.

3ero. Separo los datos numéricos del problema, para ver si dispongo de todos los datos necesarios.

4to. Decido que operación debo realizar.

5to. Efectúo la operación propuesta.

6to. Examino la respuesta obtenida para ver si es o no un disparate.

7mo. Compruebo las operaciones realizadas" [68; p.226].

Podemos apreciar aquí un acercamiento a las etapas de Polya, desglosando algunas de ellas en acciones de aprendizaje, algo importante para su época.

Esta autora no hace indicaciones particulares para la orientación, solamente señala: *"Para que el alumno comprenda...se recurre a la ilustración objetiva"* .[68; p.IV].. Sin embargo, como profundizaremos posteriormente ella hace mucho énfasis que el alumno comprenda los significados de las operaciones aritméticas.

En el año 1965 se publicó la obra: "Cómo enseñar Aritmética en la Escuela Primaria" de una discípula y seguidora de la Dra. Escalona: Gloria Ruiz de Ugarrio. Esta autora plantea con respecto a la participación de los maestros en este proceso que *"...la resolución de un problema consta de dos partes:*

1ero. Interpretación de la situación planteada para relacionar los datos y decidir con qué operaciones puede resolverse el problema.

2do. Ejecución de las operaciones determinadas en el paso anterior."[193; p.285).

Sin embargo, en el propio desarrollo de sus argumentos, indicaciones y ejemplos, aunque no de una forma armónica, detalla cuatro momentos:

1. Interpretación de la situación planteada.
2. Determinación de las operaciones que deben aplicar.
3. Ejecución de las operaciones, organización del trabajo.
4. Determinación de la validez de la respuesta.

Por otra parte, esta pedagoga cubana refiere en el mencionado texto algunas **técnicas y procedimientos** para, como según ella misma dice, dirigir el razonamiento de los alumnos, que se resumen a continuación:

A. ADIESTRAR A LOS ALUMNOS EN LA LECTURA DEL PROBLEMA.

Este adiestramiento consiste en indicaciones o impulsos que el maestro puede dar al alumno de carácter general:

"Lean el problema en su totalidad...Lean despacio...las veces que sea necesario hasta que entiendan bien lo que dice el problema. Si encuentran algunas palabras que no conozcan, indíquenlo para explicarles su significado".[193; p.285].

***B.* FIJAR LA ATENCIÓN EN LAS PREGUNTAS DE LOS PROBLEMAS.**

En esta oportunidad recomienda cuatro aspectos a tener en cuenta:

a) Estudiar las preguntas características de cada significado.
b) Destacar la importancia que tienen las preguntas:
c) Dirigir la atención hacia las preguntas.
d) Completar enunciados escribiendo la pregunta conveniente.

C. ADIESTRAR EN LA SELECCIÓN DE LOS DATOS.

Estos aportes de la Dra. Gloria Ruiz, aunque están dirigidos al maestro, no al alumno, tienen el mérito de por primera vez tratar explícitamente técnicas para dirigir el proceso de aprendizaje de la solución de problemas por parte del maestro. Las mismas al parecer están dirigidas a complementar los pasos que la Dra. Escalona planteó de cómo los alumnos debían proceder ante la solución de un problema, y aunque son discutibles pues se afirman posiciones que no compartimos, como por ejemplo que las preguntas caracterizan a las operaciones que se deben utilizar en el problema, sientan un precedente en el tratamiento de la solución de problemas como objeto de enseñanza.

En resumen, estos destacados pedagogos cubanos sentaron pautas en este campo para sus continuadores, que han seguido trabajando en el perfeccionamiento de sus postulados. Ellos tuvieron ideas comunes y en cierto modo coincidieron con las que posteriormente se difundirían en el mundo a través de la obra de Polya, como se puede apreciar en este cuadro resumen:

Autor y Fecha	**Pasos considerados en comparación con los de Polya**				**Dirigidos a maestros o a alumnos**
Polya(1945)	**Comprender**	**Planificar**	**Ejecutar**	**Vista retrospectiva**	**Alumnos**
P.Somozza (1930)	Comprender	Ensayar soluciones		Comprobar	Ambos
Escalona (1959)	Comprender (leo, busco la pregunta, separo los datos)	Planificar (decido la operación)	Ejecutar (efectúo la operación)	Comprobar (analizo si tiene sentido y compruebo operaciones)	Alumnos
G. Ruiz (1965)	Interpretación	Determinación de las operaciones	Ejecución de las operaciones	Validez de la respuesta	Maestros

A partir del curso escolar 67-68 se inició, en forma experimental, la introducción en la escuela primaria de nuevos programas, (LT), (CT), indicaciones metodológicas para los maestros, así como la correspondiente metodología de la Matemática tomados de la antigua RDA.

Uno de los primeros textos que se publicaron en nuestro país sobre Didáctica de la Matemática fue la obra "Conferencias sobre Metodología de la Matemática" en cuatro tomos, del profesor alemán Werner Jungk en el año 1979. En la segunda parte de la misma aparecen las cuatro fases generales que recomienda aplicar para resolver un problema:

1. Orientación hacia el problema. 2. Trabajo en el problema. 3. Solución del problema. 4. Evaluación de la solución y de la vía." [110; p.111-112].

En este caso las etapas que plantea Jungk coinciden con las de Polya, con la diferencia que en las del profesor alemán se refiere a un concepto más amplio de problema (en el sentido de un ejercicio matemático cualquiera) y también que en la primera etapa incluye otros aspectos, además de la comprensión propiamente dicha. Sus ideas llegaron fundamentalmente a los profesores de la educación media, y como se puede apreciar, en este aspecto no superan mucho a lo ya aportado por los pedagogos antes analizados.

Para la enseñanza primaria se adapta y publica en Cuba en 1978 el título "Metodología de la Enseñanza de la Matemática (De 1ero. a 4to. Grados)" en tres tomos, de un colectivo de autores alemanes bajo la dirección de Erika Geissler. En el mismo se plantean cinco etapas:

"1era. Recepción de la tarea y comprensión del problema.

2do. Observación analítica-sintética de los datos en relación con la pregunta planteada. (análisis de las condiciones).

3era. Hallar el principio de solución (la vía de solución).

4to. Realización del principio de solución.

5to. Coordinación de la solución al problema planteado". [86; p.68-69].

Se puede apreciar que las dos primeras etapas de este colectivo, coincide con la primera (en términos generales) de los autores precedentes.

En las guías elaboradas para los maestros de estos grados del primer ciclo se recomiendan utilizar estas cinco etapas, con las adecuaciones pertinentes para cada uno de los grados. Se indica el empleo de gráficos, esquemas, tablas para ayudar a buscar la vía de solución, y de igual modo a la educación media. Estos autores no superan mucho a lo que ya se tenía en Cuba en cuanto al tratamiento de la solución de problemas como objeto de enseñanza, por lo que la didáctica de los problemas siguió estando dirigida fundamentalmente a la fijación y consolidación de las operaciones de cálculo.

A partir de las experiencias acumuladas, se decidió a partir del curso 89-90 implantar nuevos programas, LT, CT y OM elaborados por autores cubanos, más ajustados a nuestra realidad socio-económica y cultural. Algo muy positivo en estos documentos es la inclusión, aunque de manera limitada, de la resolución de problemas como **objeto de enseñanza** desde el 1er. grado, pero ha faltado la enseñanza explícita de estrategias y de técnicas que contribuyan desde el punto de vista práctico a la materialización de este propósito concebido en los referidos programas. El tratamiento didáctico de los mismos es similar a los precedentes, o sea, se parte de acciones de enseñanza, aunque no se utilizan las cinco etapas anteriores, sino que se retorna a las cuatro de Polya, Esto se hace explícito solamente en las OM de cuarto grado.

Estos últimos LT, CT y OM se encuentran vigentes en estos momentos, con algunas modificaciones, sobre todo disminuyendo el contenido de los programas y pasando algunos para los grados posteriores. Sin embargo, sobre el tratamiento de los problemas no se agrega nada sustancialmente diferente.

Estamos ya en condiciones de hacer un balance preliminar del tratamiento didáctico de los problemas en el primer ciclo de nuestra escuela primaria:

De la etapa anterior y cercana al 1959 la labor más meritoria en este sentido la tienen, sin dudas, Dulce M. Escalona y E. Pérez Somozza, ambos desde nuestro punto de vista, fueron precursores de muchos aspectos de la didáctica de la Matemática contemporánea, sobre todo fueron severos críticos de los métodos de la escuela tradicional. La Dra. Escalona se preocupó mucho por la enseñanza de la resolución de problemas; destacó la importancia del significado de las operaciones para la cabal comprensión de su texto; introdujo acciones de aprendizaje, adecuando a su manera, las etapas de Polya (sin mencionarlas); aunque le faltó indicar el empleo de recursos como modelos, esquemas o gráficos, como un recurso para comprender el problema. De hecho, la mayoría de los problemas que propuso no lo necesitaban.

Después del 1959, no se aprecia una tendencia ascendente en esta temática en todos los momentos de su desarrollo. Antes del 1965 se utilizaban los textos de la Dra. Escalona,que como ya dijimos, hace énfasis en el trabajo con los significados de las operaciones y en este sentido se retrocede, pues ni en los documentos vigentes se hacen recomendaciones para su empleo.

Con la introducción del plan alemán, se gana en cientificidad en la enseñanza de la Matemática, pero se pierde un poco algunos logros ya alcanzados en las aplicaciones de la misma; por ejemplo, se descuida totalmente el empleo de los significados de las operaciones aritméticas aunque se gana en variedad lingüística de los problemas (al compararlo con sus antecesores). Por otra parte, en los programas, OM, LT y CT vigentes se gana en asequibilidad de los contenidos, balance y nivel de actualización nacional en los textos de los problemas. Lo demás es similar a sus antecesores. Sus principales limitaciones son: no se enseñan elementos teóricos relacionados con los problemas, se hace énfasis en el proceso de enseñanza y no en el de aprendizaje y éste es pobre en cuanto al trabajo de las acciones en cada etapa, no se prepara adecuadamente para el empleo de modelos, esquemas, gráficos, entre otros factores.

Ahora bien, esa situación no pasó desapercibida por los investigadores. Por ejemplo, A. Labarrere (1987) concibió un programa experimental con estudiantes de 5to. y 6to. grados que incluía las etapas: *Asimilación de conocimientos teóricos de los problemas(...), Medios para realizar la solución de problemas (...)y la solución y formulación independiente de problemas matemáticos mediante el empleo de los conocimientos y procedimientos asimilados*".[114 ; p.92]

Durante la primera etapa se preparó a los escolares en el concepto de problema, sus elementos e importancia social; en la segunda se instruyó a los alumnos en las diferentes etapas de resolver un problema, que coincide con las dadas por Polya, con la diferencia de ampliar la fase de control del proceso. Para la comprensión de los problemas hizo énfasis en el análisis del texto, la utilización de gráficos, esquemas, la reformulación del problema y sus condiciones, el control de los pasos de solución y de la respuesta obtenida y las diferentes vías de solución.

En la tercera etapa, después de entrenar a los escolares, se les propusieron problemas a resolver de manera independiente, donde debían aplicar los conocimientos y habilidades asimilados en las dos fases anteriores.

Otro trabajo de singular importancia es el realizado por los Dres. Luis Campistrous y Celia Rizo (1995), en el ya mencionado Proyecto TEDI. La investigación se realizó de 1990 al 1996 y los resultados principales aparecen en el libro "Aprende a resolver problemas aritméticos" que son:

- Un procedimiento generalizado para utilizar por los alumnos en la solución de un problema (a partir de las ideas de Polya).
- Los significados de las operaciones aritméticas (en este caso rescatan este importante aspecto y lo perfeccionan).

- La utilización de diversas técnicas que ayudan a resolver el problema

A pesar de que los resultados de las investigaciones de estos autores han demostrado su efectividad, al contribuir a darle solución a los problemas que los originaron y que siguen vigentes, los mismos no se aplican en forma generalizada en nuestra práctica escolar.

Se puede resumir este análisis expresando, que las ideas de estos autores, independientemente de no haberse introducido a plenitud en la práctica escolar, no realizan un estudio detallado de la etapa de orientación; tampoco ha sido encontrado en otra literatura consultada. Es por ello que se realiza este trabajo.

2.2 Diagnóstico de la situación actual de la temática.

A partir de los resultados del trabajo de diagnóstico realizado en el curso 1994-1995 referido en la introducción, nos propusimos profundizar en los mismos. Para ello asesoramos trabajos investigativos ejecutados por los estudiantes-maestros del curso sabático durante los cursos escolares comprendidos entre 1996-1997 y 1999-2000. En ellos participaron 81 maestros, todos con alta experiencia en la docencia en la escuela primaria los cuales observaron clases, aplicaron entrevistas a los maestros en ejercicio y pruebas pedagógicas a los escolares, en el primer ciclo. La muestra seleccionada incluyó a los 14 municipios de la provincia; en cada uno de ellos se seleccionaron al azar, escuelas urbanas y rurales.

En este proceso se visitaron 810 clases, donde al menos se propuso un problema aritmético con texto y de ellas solo el 15 % fueron dedicadas completas a problemas. En estas observaciones se determinaron las características del proceso de enseñanza-aprendizaje en cuanto a **la etapa de orientación en la resolución de los problemas**. Como resultados fundamentales se obtuvo que:

- El **aseguramiento de las condiciones previas** se limitó a revisar las habilidades de cálculo y a la realización de ejercicios con texto, así como a las relaciones entre las operaciones que serían aplicadas en los problemas a resolver.
- El 95 % de las **motivaciones** se dedicó a informar la tarea y solo el 45% de los problemas propuestos despertó la atención de los escolares por el propio texto del mismo.
- El 100% de los problemas eran en prosa, sin creatividad en su forma y su contenido y todos, a partir del segundo grado, eran escritos.

- Con respecto a la **comprensión,** el 91% de los maestros aplicó en exceso los impulsos, y en ningún caso se indicó al escolar la ejecución de acciones de aprendizaje y mucho menos acciones de autorregulación por parte del niño.

En las entrevistas a 240 maestros se obtuvieron los siguientes resultados:

- El 100% de los entrevistados manifestaron no conocer con precisión lo que deben hacer en la etapa de orientación para la resolución de problemas.
- El 35% de ellos señalaron poseer dominio de los significados de las operaciones, pero que no lo tenían en cuenta en el aseguramiento de las condiciones previas en las pocas clases completas de problemas que planificaban.
- Todos indicaron la importancia para la comprensión del problema que los alumnos leyeran bien el problema, separaran lo dado de lo buscado y tuvieran en cuenta las palabras claves.

Por otra parte, se aplicaron pruebas pedagógicas a 1 610 alumnos consistentes en dos problemas (uno oral y otro escrito), donde se debía hacer un análisis cuidadoso para su total comprensión, sobre todo por el empleo de las llamadas palabras claves, pero en el sentido inverso de lo acostumbrado, aunque sí de acuerdo a los objetivos de cada grado. El criterio que se tuvo en cuenta para medir la comprensión fue la búsqueda correcta de la idea de solución, o sea, la elección acertada de las operaciones aritméticas a aplicar. Los resultados fueron alarmantes pues solamente el 33% de los alumnos contestaron correctamente los problemas escritos y un 16 % los orales.

A partir de estos resultados se realizó una **entrevista grupal** (ver anexo 4) a los **59 metodólogos municipales** y **jefes de enseñanza,** donde se profundizó en los aspectos anteriormente investigados, y donde se pudo comprobar que:

- sus posiciones en el **aseguramiento de las condiciones previas**, no diferían mucho de las de los maestros.
- la **motivación**, en términos generales la concebían como una conversación inicial vinculada con el trabajo político-ideológico que la asignatura podía tributar al proponer problemas;
- la **variedad** en el **planteamiento de los problemas** la entendían únicamente en la diversidad de su contenido: económico, social, artístico, deportivo, entre otros, así como de las formas de elaborar las preguntas: al inicio, al final;

- el trabajo de la **comprensión** del texto del problema lo veían muy vinculado al proceso de lecto-comprensión y a la correcta orientación que el maestro debía dar para que el alumno comprendiera el problema

Con respecto a los **significados de las operaciones** plantearon:

- la **cantidad insuficiente de material bibliográfico** sobre este tema, en particular afirmaron que la existencia del libro "Aprende a resolver problemas aritméticos" era muy pobre y poco uniforme dentro de los municipios,
- en el caso de poseer este libro, lo **utilizaban** fundamentalmente **en las preparaciones metodológicas** en las distintas instancias municipales y para consultas bibliográficas de los docentes,
- la evaluación que hicieron de sus respectivos municipios, del **dominio de los maestros** sobre los significados, es: cinco bueno, cuatro regular y cuatro insuficiente,
- 11 de esos municipios (84,6%) señalaron que los significados de adición y sustracción eran los **más empleados** por los maestros.

Todo parece indicar que estas limitaciones sobre los significados no son exclusivas de nuestra provincia, ya que en su tesis D. González (2001) subraya *"Las principales deficiencias que presentan los maestros son....significados de las operaciones aritméticas...y aspectos lingüísticos*". [92; p.77].

Al mismo tiempo, en investigaciones dirigidas por C. Rizo y L. Campistrous (1999), tanto en Cuba como en México, destinadas al estudio de las estrategias que utilizan los alumnos en la solución de problemas, se pudo constatar que:

- ✓ "*el alumno identifica el significado mediante el análisis del texto del problema, pero en la mayoría de los casos no pueden explicar la selección que hicieron de la operación".* [30; p.36]
- ✓ sobre identificar los significados de las operaciones en el texto del problema, señalan que: *"Es la estrategia más reflexiva de las que se aislaron pero, lamentablemente, en el estudio realizado la utilizaron muy pocos"* .[30; p.41]

Por la importancia que tiene en esta tesis el trabajo con los significados de las operaciones y las estructuras semánticas de este tipo de problemas, a continuación haremos un análisis del proceso evolutivo de ambos en nuestro país.

2.3 Análisis histórico lógico sobre los significados y las estructuras semánticas de los problemas aritméticos simples con texto.

En diversas investigaciones cubanas aparecen las limitaciones de los escolares primarios para resolver problemas aritméticos: Labarrere, A. (1990, 1995); Campistrous-Rizo (1992); Capote, M.(1995); González, D.(2000), entre otros, donde se ponen de manifiesto que los niños no saben utilizar acertadamente los significados prácticos de las operaciones aritméticas con números naturales.
Sobre lo antes planteado se ha podido constatar que el principal obstáculo es la insuficiente introducción de estos significados de manera explícita e intencional en la enseñanza de las operaciones aritméticas con números naturales en el primer ciclo de la escuela primaria.

Antecedentes del tratamiento de los significados en Cuba

Hasta donde nosotros hemos podido investigar, en la obra: "Metodología de la Aritmética Elemental" del pedagogo pinareño: J. Elpidio Pérez Somozza del año 1930, es donde se hace alusión a los significados de las operaciones por primera vez en nuestra Patria. Y lo hace así:
"Desde el principio de la enseñanza en este período sistemático (se refiere a la escuela primaria) *la preocupación de los maestros, no debe ser meramente la enseñanza de las operaciones mecánicas con enteros y fraccionarios; sino el uso de las operaciones, la aplicación de las mismas a las dificultades reales que a los niños pueden presentarse".* [172; p.199]
A continuación hace referencia a las diferentes formas en que puede lograrse que los niños aprendan a discernir la operación u operaciones que liguen los datos de un problema aritmético:

- *Directamente, presentándole ejemplos numerosos hasta que infiera en que caso debe sumar, restar, multiplicar o dividir tratando de que comprendan la función que cada operación realiza.*
- *Indirectamente, poniendo al alumno frente a los problemas, a las dificultades mismas, espoleando la razón, guiando su reflexión y dejando poco a poco se cultive su criterio aritmético. Las reglas dejarán de ser dictadas por la experiencia del maestro, para ser elaboradas por la razón del niño...".* Seguidamente toma partido de cómo proceder: *"En esta obra, se sigue en general, el método indirecto".* [172; p.199]

Como se puede apreciar no se indica la enseñanza explícita de los significados de las operaciones, sino propone dejarlo a la intuición de los propios escolares para que lo descubran por sí solos cuando se le indiquen cantidad suficiente de problemas con ese fin. No obstante, al revisar los distintos libros de textos y cuadernos de trabajos elaborados por él para los primeros cuatro grados de la escuela primaria, se puede determinar que se emplean todos los significados de la adición y sustracción que abordaremos en este trabajo. En cuanto a los de multiplicación y división solamente utiliza cuatro de los que propondremos.
De manera casi coincidente con el autor anterior, la Dra, Dulce María Escalona, es la primera autora que en nuestro país destacó explícitamente la necesidad de enseñar a los niños los significados de las operaciones con números naturales, como se resume a continuación:

- *"...si el alumno no conoce los significados de las operaciones es difícil que pueda decidir cual es la que tiene que aplicar"* [62; p.6]
- *" Lo que le da sentido a la Aritmética es la comprensión...del significado de las operaciones aritméticas (...) "Esclarecer el sentido de la Aritmética es, también, hacer que el niño descubra los significados de las operaciones. Es esta la única manera efectiva de capacitarlo para la resolución de problemas".* [66; p.V y VI).

- *"Grande ha sido nuestro empeño en hacer que la comprensión del significado de las operaciones preceda al ejercicio" (...)*:*"La aplicación inteligente de las operaciones aritméticas requiere, pues, una comprensión clara de su significado".*[68; p.IV y V].

Los **significados de adición** que aparecen en sus libros son:

- *Siempre que se trata de reunir dos o más conjuntos de objetos iguales para formar uno solo, se usa la suma".* [68; p.8]
- *"...podemos considerar la suma de dos números naturales como una manera de contar abreviadamente en orden creciente***".** [67; p.18].

Con respecto a la **sustracción**, en los libros de quinto y sexto grado sistematiza y amplía lo que había considerado en los grados anteriores cuando afirma:

"Observa como una misma operación 25 – 8 = 17 ha sido usada con tres significados diferentes:

- *En los casos que necesitamos sustraer un grupo de otro mayor.*
- *Cuando deseamos averiguar cuánto le falta a un número para igualar a otro.*
- *En las ocasiones en que comparamos dos conjuntos para ver cuánto mayor o cuánto menor, es uno que el otro. O cuánto excede el uno al otro. O para hallar la diferencia entre ellos*". [65; p.19]
- *"....podemos considerar la resta de dos números naturales como una manera de contar abreviadamente en orden descendente".* [67; p.25].

Con relación a la **multiplicación** desde el tercer grado va introduciendo significados de esta operación:

- *"toda suma de sumandos iguales equivale a una multiplicación"*. [68; p.90].
- *"la multiplicación es una manera de contar abreviadamente por saltos regulares"* . [66; p.28]

Con respecto a la **división**, la autora de referencia la considera:

- *Como una equipartición, o sea, la operación en que se separa un número en partes iguales.*
- *Como operación inversa de la multiplicación.*
- *La operación que sirve para determinar las veces que un número está contenido en otro (comparación).*
- *La última interpretación lleva implícita los conceptos de razón, medida y cantidad".* [62; p.15]
- *"La división es la manera de contar abreviadamente por saltos regulares en orden descendente"*
- *"La división es la operación que consiste en restar el divisor sucesivamente del dividendo. El cociente es igual al número de veces que se resta del divisor"* considerando a este último como "... *la manera en que proceden los individuos que no han aprendido a dividir".* [67; p.44 y 45]

Gloria Ruiz en su obra citada ratifica los mismos significados que acabamos de analizar, solamente amplía en otro de la división que denomina comparación. Al inicio escribe: *"La comparación entre dos números puede hacerse en dos sentidos...Cuando comparamos el menor con el mayor tenemos que averiguar* ***qué parte es un número de otro****...Cuando comparamos el mayor con el menor tenemos que averiguar* ***cuántas veces mayor*** *es un número de otro* [193; p.65].

Hasta el curso escolar 1965-1966 se utilizaron en Cuba los textos de la Dra. Escalona, pero del 1967 hasta el 2000 los que se han empleado, no hacen referencia explícita a los significados de las operaciones que estamos analizando.

En el año 2001 se publica una segunda edición de los programas y OM para los maestros de la escuela primaria. Como aspecto positivo se puede apreciar en estos documentos, relacionados con el primer ciclo, la inclusión de los significados de las operaciones de cálculo con números naturales como objetivo general en la mayoría de estos programas y la referencia explícita de los mismos en las OM; no obstante, este trabajo es insuficiente porque:

- no aparece derivación del objetivo general en cuestión, a los particulares en cada unidad, en los programas de estos grados;
- no se brinda una distribución de estos significados en los distintos grados y
- no se ofrece ninguna indicación concreta para el tratamiento didáctico de los mismos en las mencionadas OM.

Un salto cualitativo se ha logrado en la recuperación y perfeccionamiento de estos significados con la publicación del folleto “Aprende a resolver problemas aritméticos” ya antes referido. Aquí se introducen las mismas en un lenguaje cómodo y sencillo, en la mayoría de los casos utilizando la relación parte-todo.

A modo de conclusión de este aspecto se puede apreciar que a lo largo de más de medio siglo, se ha producido un desarrollo ascendente en el tratamiento de los significados en la escuela cubana, y se han ido recogiendo una buena parte de las ideas que han sido aportadas durante todos esos años por diferentes pedagogos cubanos, enriqueciendo con ello nuestras tradiciones pedagógicas.

Comportamiento histórico de las estructuras semánticas

En relación con las estructuras semánticas, cabe destacar que este concepto no había sido introducido en Cuba formalmente antes del presente trabajo, por lo que en la revisión que se hizo se buscaron las estructuras aunque éstas no aparecen explícitamente así denominadas.

En los libros y cuadernos de trabajo publicados por el Dr. Pérez Somozza se tienen: 644 problemas de adición y sustracción. De ellos sobresalen los de cambio con 410 para un 63% (predominan Co_1, Co_2) y los que menos aparecen son los de igualación con 35 del tipo Ig_1 para un 5,4 %. De los 701 problemas de multiplicación y división descollan los de grupos iguales: 626 para un 90 % (fundamentalmente GI_1) y los de repetición solamente cinco para un 0,7 %. No aparecen las restantes estructuras multiplicativas o de división

En los libros y cuadernos que la Dra. Escalona escribió para el primer ciclo y que fueron utilizados en las escuelas primarias cubanas en periodos cercanos al 1959 (anterior y posterior), aparecen 305 problemas de adición y sustracción. De ellos 117 son de combinación para un 38 % (sobre todo los de Cb_1) y 28 de igualación (para un

9%, de ellos 25 de Ig_1). En cuanto a los 257 problemas de multiplicación y división, 231 son de grupos iguales para un 90% y 9 de repetición para un 4% (98 de GI_2). El resto de las estructuras no aparecen.

Por su parte, en los libros de textos que se emplearon para el primer ciclo de nuestra escuela primaria, cuyos autores fueron profesores alemanes se contabilizaron: 634 problemas de adición y sustracción. De ellos son mayoritarios los de cambio (242 para un 38%, sobre todo los Co_2 con 133) y los menos de igualación 28 para un 4 % (17 de Ig_1). De los 475 de multiplicación y división prevalecen también los de grupos iguales (353 para 74%: 217 de GI_1); los que menos aparecen son los de conteo con dos para 0,4%. El resto no aparecen.

En la siguiente tabla, se resumen las cantidades y tipos de problemas, según su estructura semántica que aparecen en los actuales LT, CT y OM de 1ero. a 4to. grado. En el análisis que hicimos se incluyeron tanto los problemas simp

RESUMEN POR GRADOS SOBRE LAS DISTINTAS ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS						
	ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS	**PRIMER GRADO**	**SEGUNDO GRADO**	**TERCER GRADO**	**CUARTO GRADO**	**PRIMER CICLO**
ION Y	Cambio (Co)	17	59	65	80	221
	Combinación (Cb)	9	48	40	47	144
	Comparación (CA)	11	27	9	24	71
	Igualación (Ig)	0	0	0	9	9
	TOTALES	**37**	**134**	**114**	**160**	**445**
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN	Repetición ®	2	0	0	3	5
	Grupos Iguales (Gi)	3	73	66	106	248
	Divisibilidad (Dv)	0	8	27	9	44
	Comparación (CM)	0	1	0	0	1

RESUMEN POR GRADOS SOBRE LAS DISTINTAS ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS						
	Conteo ©	0	0	0	0	0
	Proporcionalidad (P)	0	0	0	16	16
	Arreglos Rectangulares (AR)	0	0	0	0	0
	TOTALES	**5**	**82**	**93**	**134**	**314**

Haciendo un resumen del ciclo se puede afirmar que de los 445 problemas donde aparecen explícitas las estructuras de adición y sustracción, de ellos 134 son de cambio, lo que representa un 51%. De los 314 de multiplicación o división 264 son de grupos iguales para un 84 %.

Resulta significativo que de las 20 estructuras aditivas o sustractivas no se incluyen dos de ellas: Ig_4 e Ig_6, mientras que otras aparecen con muy poca frecuencia: Co_6, CA_2, CA_5, CA_6, Ig_1, Ig_2, Ig_3, Ig_5 . En las relacionadas con la multiplicación o división los resultados son más alarmantes porque de las 22 posibles estructuras que se recomienda aquí utilizar, solamente se proponen 12 (menos del 50%). Además otras estructuras como Dv_3, Dv_4, , R_1, P_2, P_3 tienen valores inferiores a seis, lo cual nos indica que prácticamente se recomienda aplicar seis de las 22 para un 27% de las que pudieran utilizarse. En el anexo 5 se puede ver cómo se comportan estos datos por subcategorías en cada estructura.

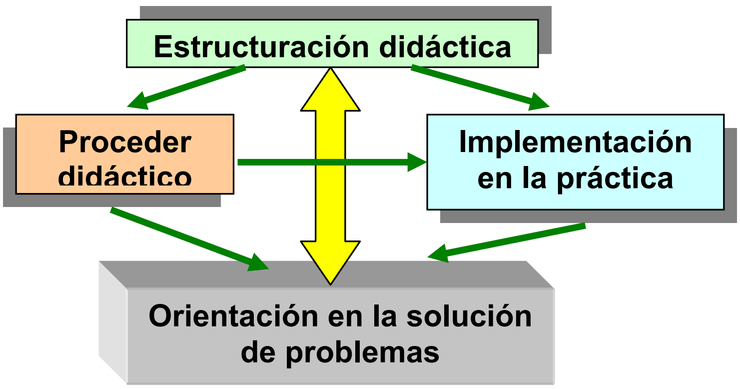
Analizando la tendencia histórica del desarrollo de las estructuras semánticas, de las 42 estructuras semánticas resumidas en el Capítulo 1, en los libros de: P. Somozza se usan 22, en los de la Escalona también 22, en los del plan alemán 28 y en los actuales 27. Lo anterior indica un ligero ascenso en la variedad lingüística hasta el plan alemán y después prácticamente se mantiene. Casi siempre han predominado los de adición y sustracción. Entre ellos se ha reiterado más los de cambio (en particular los de Co_2), mientras que se han propuesto menos de igualación. En cuanto a los problemas de multiplicación o división han tenido un amplio predominio los de grupos iguales (en especial los del tipo Gi_1) y de los menos propuestos son los de repetición, divisibilidad, comparación y conteo.

En ninguno de los documentos revisados aparecen problemas de las siguientes estructuras: Ig_4, Ig_6, Dv_5, Dv_6, CM_1, CM_2, CM_3, R_2, R_3, C_2 y AR_2.

Para concluir estos primeros epígrafes, es conveniente destacar que ha existido avances en el tratamiento de los problemas aritméticos con texto en la escuela primaria, desde el punto de vista didáctico, pero quedan aún muchas limitaciones, muy en especial en el trabajo en la etapa de orientación y dentro de ella en el aseguramiento de las condiciones previas y en el tratamiento de los significados. De igual modo no es satisfactoria aún la variedad en el planteamiento de los textos de los problemas. Lo antes planteado hace evidente la necesidad de instrumentar un proceder didáctico que pueda favorecer al desarrollo de la etapa de orientación en la resolución de este tipo de problemas, de manera que los escolares puedan comprender mejor su texto.

2.4 Estructuración didáctica de la etapa de orientación para la resolución de problemas aritméticos con texto

La estructuración didáctica comprende el **diseño de un proceder didáctico** para el tratamiento de la solución de problemas aritméticos con texto que contribuya a un mejor desarrollo de la etapa de orientación en la solución de estos problemas, que es el objetivo de esta tesis, y una **propuesta de implementación** del mismo en **la práctica:**



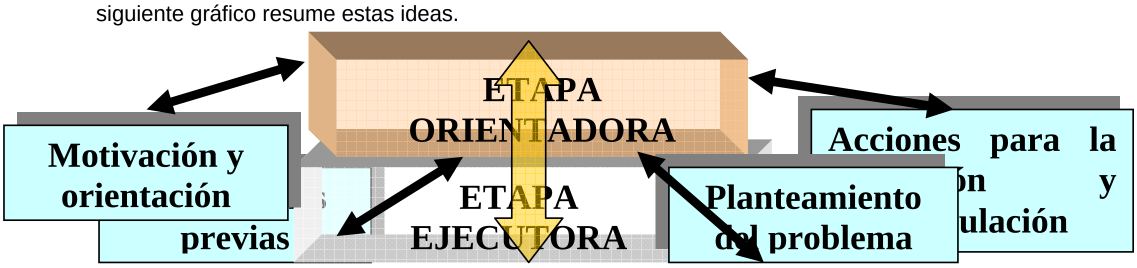
I. Diseño del proceder didáctico de la etapa de orientación

Caracterización de la etapa de orientación

Este diseño partió de la **caracterización** de la etapa de orientación para la resolución de problemas y de las **vías a utilizar** en cada una de ellas para el logro de lo que se aspira. La propuesta que se hace está dirigida al docente, para que el pueda estructurar adecuadamente la etapa orientadora y, en consecuencia, el niño pueda orientarse adecuadamente cuando está ante un problema y se favorezca, de este modo, su posterior actuación en la etapa ejecutora.

Para la **caracterización de la etapa de orientación,** se consideraron las sub-etapas:

1. Aseguramiento de las condiciones previas. 2. Motivación y orientación hacia el objetivo. 3. Planteamiento del problema.4. Acciones para la regulación y autorregulación. De manera sintética el siguiente gráfico resume estas ideas.



Cada una de estas subetapas requiere de un tratamiento específico que es lo que se resume a continuación.

❑ Aseguramiento de las condiciones previas:

En esta subetapa, la propuesta responde a las siguientes interrogantes:

- **¿Qué son las condiciones previas?**
- **¿Cuáles deben ser consideradas en este caso?**
- **¿Cómo asegurarlas?**

Algunas de las posibles respuestas a estas interrogantes se dan a continuación.

- **Las condiciones previas**

En los distintos textos de Metodología de Enseñanza de la Matemática consultados, aunque no definen en qué consisten las condiciones previas, sí plantean sus componentes: *"las condiciones previas no solo se aprecian en determinados conocimientos, habilidades y capacidades de los alumnos, sino también en las actitudes, opiniones, los hábitos y las convicciones, así como las cualidades características de la personalidad del alumno. Este amplio complejo de condiciones previas es denominado **nivel de partida"*** [8; p.120].

Seguidamente las clasifican a las primeras (las propias del complejo de materia de la asignatura) como **condiciones previas específicas,** mientras que a las restantes como **condiciones previas generales**.

Por las características del contenido matemático que estudiamos (PAT) y de los escolares para los cuales va dirigida, estableceremos que: **Las condiciones previas es un sistema de conocimientos, habilidades, hábitos, capacidades que una persona posee y que le resultan necesarios para poder aprender un nuevo conocimiento, habilidad, hábito u capacidad.**

El **aseguramiento de las condiciones previas** no solamente es considerado dentro de la mencionada teoría de Galperin y sus colaboradores, al incluirlo en la BOA, sino que también valoran su importancia otros autores de la escuela soviética: *"Se puede alcanzar la comprensión solamente sobre la base de los conocimientos adquiridos en la experiencia pasada.* [208; p.253].*"...el intento de resolver un problema tienen por premisa, generalmente, el recurrir a determinadas tesis de conocimientos ya existentes...".*[126; p. 392].

También es objeto de atención, entre otros, por algunos autores pertenecientes a la Psicología Cognitiva: *"Un requisito para el aprendizaje es que se establezca algún tipo de conexión entre el conocimiento nuevo y el conocimiento previo"*. [74 p. 61]. Al mismo tiempo desde la perspectiva del aprendizaje significativo, D. Ausubel al explicar su posición señala la importancia de este tipo de conocimiento. Abreviadamente, su posición se resume en que un aprendizaje es tanto más significativo cuantas más relaciones con sentido sea capaz de establecer el alumno entre sus conocimientos previos y el nuevo contenido que se le presenta como objeto de aprendizaje.

Sin embargo, este es un asunto insuficientemente tratado en la literatura de la Didáctica de la Matemática. Solamente en el texto de Metodología de la Enseñanza de la Matemática (Tomo I) de un colectivo de autores cubanos se plantea: *"El nivel de partida puede asegurarse antes de iniciar el trabajo con los problemas mediante el desarrollo de habilidades en la traducción del lenguaje común al algebraico...o a través de impulsos apropiados a los alumnos, el desarrollo del pensamiento lógico y* *creativo, y la utilización de los medios matemáticos necesarios"* [8; p.436]. Como se puede apreciar son indicaciones fundamentalmente para la enseñanza media.

A su vez en el libro "Metodología de la Enseñanza de la Matemática en la Escuela Primaria" (Tomo I) de un colectivo de autores cubanos, al referirse a este proceso lo hace de forma general de la siguiente manera": *Durante el proceso de asimilación el maestro debe asegurar el nivel de partida de sus alumnos, esto significa que debe asegurar el conjunto de condiciones previas necesarios para lograr los objetivos correspondientes al tratamiento del nuevo contenido".*[207 p.33]. Es decir que no existen indicaciones concretas para el aseguramiento de las condiciones previas para el trabajo con los problemas en la escuela primaria.

- **Condiciones previas a considerar:**

Desde nuestra posición teórica, se puede asumir que un alumno está mejor preparado para orientarse en el problema, de manera que pueda posteriormente resolverlo, cuando domina (teniendo en cuenta las particularidades de cada grado) los siguientes aspectos relacionados con las operaciones aritméticas de adición, sustracción, multiplicación y división con números naturales, que le servirán como condiciones previas:

- **Habilidades de cálculo:** procedimientos orales y escritos para el cálculo con estos números en las cuatro operaciones aritméticas básicas;
- **Relaciones entre dichas operaciones y sus términos:** se refiere a las relaciones entre una operación y su inversa, así como los nombres que reciben cada uno de los términos de estas operaciones;
- **Significados de las operaciones (**lo**s** establecidos en el capítulo 1);
- **Técnicas de la resolución de problemas aritméticos asociadas a la etapa orientadora** como la modelación, lectura analítica, reformulación y determinación de problemas auxiliares. En este caso nos basamos en las introducidas en el libro "Aprende a resolver problemas aritméticos"

- **Vías para asegurar las condiciones previas:**

Como se sabe, algunas condiciones previas se pueden asegurar de forma **inmediata** y otras **mediata** o a **largo plazo**. Por las peculiaridades que tiene el proceso de resolución de problemas, donde intervienen una amplia gama de pre-requisitos, es que planteamos que esta última es la más importante, ya que garantiza un aprendizaje más sólido y perdurable; aparte que resulta muy difícil revisar todas las condiciones necesarias en una clase completa de problemas al inicio de la misma. Es por ello, debe declararse de manera planificada la enseñanza de los aspectos que acabamos de enumerar en el momento preciso.

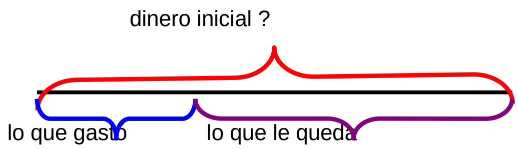
La forma de materializar esta importante cuestión a largo plazo pudiera ser de la siguiente manera: se parte de un ejemplo concreto de un problema con la estructura semántica que se desea introducir, que se corresponda con el significado práctico deseado; después de explicado el ejemplo se puede generalizar su empleo, para que en los futuros problemas similares, el propio escolar sea capaz de reconocer el significado que en esta nueva oportunidad se pone de manifiesto. Así se procederá con los restantes significados y estructuras semánticas.

Los significados prácticos deben ser dominados por los niños (su contenido) para poder decidir el empleo de una u otra operación a aplicar al resolver cada problema y fundamentarlo de manera consciente. Sin embargo, las estructuras semánticas, sus denominaciones y características solo deben ser del dominio del maestro, para buscar la variedad lingüística requerida al introducir y ejercitar los distintos significados mediante los problemas que se propongan.

Para asegurarlas en la introducción de una clase completa de problemas, o sea, de forma inmediata, no debe faltar la presentación de algunos problemas orales (que pudieran estar relacionados temáticamente entre sí), que no contengan datos numéricos, y que se fundamenten con los significados de las operaciones que serán utilizados en los problemas que se propondrán en el desarrollo y otros que no aparecerán para evitar el acomodamiento (como hemos expresado en el epígrafe anterior). Se le pedirá a los alumnos que seleccionen las operaciones que permitirán resolverlos y después deberán justificar las mismas mediante los significados de las operaciones correspondientes. A modo de ejemplo, se puede ver el siguiente que se ajusta a la estructura semántica que hemos denotado por Co 6:

"Si conocemos lo que Marcos gastó cuando salió de su casa y el dinero que le quedó al regresar al hogar. ¿Cómo pudiéramos averiguar con cuánto dinero él salió al inicio?

Aquí se pudiera utilizar la modelación lineal para comprender mejor el problema, que podría ser:



A partir de este esquema (que se hará solo si fuera necesario) no le resultará difícil al niño expresar que: "el dinero con que salió es igual a lo que gastó más lo que le queda", porque conocemos dos partes y queremos hallar el todo.

Otra forma de proceder, con un mayor nivel de abstracción y generalización que puede ganarse paulatinamente, es partir de los propios significados de las operaciones de manera abstracta, para que los niños identifiquen lo que se debe hacer; después se pudieran elaborar ejemplos de forma conjunta o independiente que se corresponda con estos significados.

En cuanto al empleo de las técnicas mencionadas, no siempre son necesarias aplicarlas todas; las mismas se introducirán según la

❑ Motivación y orientación hacia el objetivo:

Las interrogantes que son abordadas en esta segunda subetapa son:

- **¿En qué consisten la motivación y la orientación hacia el objetivo?**
- **¿De cuántas formas diferentes podemos motivar este tipo de problemas y cómo lograrlo?**
- **¿Cómo dirigir la orientación hacia el objetivo?**

▪ **La motivación y la orientación hacia el objetivo**

La **motivación** del alumno en la solución de PAT, es el estado afectivo del mismo que lo impulsa a darle solución. Es conveniente que por parte del maestro exista la intención pedagógica de estimular al escolar para que éste le dé solución de forma consciente y deseada.

Mediante la selección adecuada de diversos problemas, el docente debe hacerle ver al niño que la solución de este tipo de ejercicios es importante para él, porque:

- son un medio efectivo para la adquisición y fijación de conocimientos, habilidades y capacidades (aspecto instructivo);

- contribuyen al desarrollo intelectual del escolar, específicamente sobre su pensamiento. *"La solución de problemas es una de las actividades más inteligentes del hombre"* .[29; p.79]; (aspecto desarrollador);
- ponen al alumno en contacto con la vida: social, económica, cultural y política de su país; es decir, permite vincular la Matemática con la vida, la teoría con la práctica. Además los problemas constituyen instrumentos significativos para la formación y desarrollo de la personalidad del alumno (aspecto educativo).

La motivación más frecuente, en este tipo de problemas, es la llamada extramatemática (tomado de la práctica que rodea al estudiante). En este caso se puede tener en cuenta lo que plantean los Dres. L. Campistrous y C. Rizo, como requisitos para que los problemas resulten verdaderamente interesantes para el resolutor: *"Estar actualizados, ajustarse estrictamente a la realidad y ser asequibles para los alumnos, sin perder de vista que las dificultades que incluyen deben aumentar cada vez"*. [29; p.80].

Al mismo tiempo, por **orientación hacia el objetivo** se debe entender la información anticipada a los alumnos del resultado de su actividad, de lo que se espera de ellos ante la actividad que se le ha planteado.

La orientación hacia el objetivo está muy ligada al aseguramiento de las condiciones previas y a la motivación. En el primer caso, porque debe decirse de qué condiciones y conocimientos se parte y en el segundo, ya que los alumnos deben ser capaces de valorar por qué es valioso alcanzar el objetivo previsto.

En una clase completa de problemas debemos diferenciar la orientación hacia el objetivo, de su formulación. La orientación debe perdurar durante toda la clase, mientras que la formulación ocurre en un momento relativamente breve. A su vez, la formulación transcurre en dos ocasiones: cuando el maestro redacta el objetivo en su plan de clases y cuando lo enuncia verbalmente a los escolares. Debe tenerse en cuenta que el docente escribe explícitamente la habilidad que se pretende desarrollar (solucionar problemas), los conocimientos que se precisan (de qué operaciones se tratan, significados de las mismas, estructuras semánticas, entre otros), así como las posibles vías, niveles de dificultades y otras características; sin embargo, al expresarlo oralmente debe prescindir de estas últimas informaciones, pues estaría ofreciendo pistas que el alumno debe descubrir por sí solo.

Por otra parte, en el capítulo 1 aceptamos como caracterización de problema a aquella que incluía la condición que "la persona debe querer hacer la transformación". Es por ello que una misión inaplazable de todo docente al plantearle problemas a sus educandos, debe ser contribuir a que los niños realmente deseen resolverlo pero no siempre es fácil lograrlo.

- **Formas diferentes para motivar este tipo de problemas y vías para lograrlo:**

En los textos de Metodología de Enseñanza de la Matemática consultados, se hace referencia en forma general a cómo realizar la motivación en la etapa de orientación de solución de problemas. En uno de ellos se resume las ideas básicas al respecto: *"No es necesaria una motivación para cada ejercicio aislado, sino que es razonable una motivación para el tratamiento de un grupo de ejercicios seleccionados de un dominio determinado. Además se debe considerar que ciertos motivos para la solución pueden estar en el propio ejercicio"* [108; p. 111].

Al estar de acuerdo con esta última afirmación, señalamos que una vía importante a emplear para motivar a los escolares para solucionar este tipo de ejercicios, es la selección adecuada del **propio texto del problema**. Debe corresponderse con las necesidades e intereses de los niños

Además, existen otros ejercicios que deben resultar interesantes para los alumnos si son bien elaborados. Son los llamados **"ejercicios portadores de información"**. Su incentivo radica que una vez resuelto, los estudiantes adquieren un nuevo conocimiento que puede ser de otra disciplina. Este tipo de problema resulta muy apropiado para establecer relaciones Inter.-materias.

Todo lo anterior se puede complementar si se hace un **comentario previo o conversación introductoria que contribuya a la motivación** y que despierte un verdadero interés en los escolares por resolverlo. Esto puede hacerse mediante comentarios si se ha decidido proponer un sistema de problemas que tengan un tema común, por ejemplo: deporte, economía, cultura, o uno para cada problema, en caso contrario. Según las características de los escolares de los dos primeros grados, este tipo de comentarios deben resultar más efectivo en los dos primeros grados.

No menos importante resulta la búsqueda de **diferentes formas de presentación** para evitar la monotonía, aspectos que se tratan en la siguiente sub-etapa.

- **Dirección de la orientación hacia el objetivo**

En cuanto a la **orientación hacia el objetivo**, se puede decir que está **estrechamente ligada a la motivación** y que el docente debe dirigir la atención de los niños con un **lenguaje sencillo pero preciso** para que estos estén correctamente guiados a lo que realmente se espera de ellos en la clase; estos **objetivos deben estar expresados en función de aprendizaje** (habilidades a desarrollar por los escolares).

En esta sub-etapa debe quedar claro para el niño **qué es lo nuevo que va a aprender o a fijar y en qué se diferencia de lo anterior** conocido por él. En las clases donde se introducen nuevos contenidos, los PAT pueden servir como instrumento para adquirir un procedimiento de cálculo aritmético o un significado, desconocidos para él. Por otra parte, en las de fijación es importante precisar qué es lo nuevo que va a ejercitar. En ambos casos, debe partirse de la premisa de comparar los contenidos o procedimientos a emplear ahora con los ya dominados por el estudiante de clases precedentes.

❑ Planteamiento del problema:

En esta tercera subetapa se le da respuesta fundamentalmente a las siguientes interrogantes:

- **¿En qué consiste el planteamiento de un problema?**
- **¿En qué formas presentar el problema y cómo hacerlo?**

Para darle respuesta a estas interrogantes habría que referirse primero a qué le estamos llamando planteamiento del problema.

- **Planteamiento de un problema:**

En realidad, en la literatura consultada no se establece claramente a qué se denomina plantear un problema. No obstante, se puede inferir que el uso más compartido por la mayoría de los didactas de la Matemática de la Europa Oriental y los de nuestro país, es la considerar al planteamiento de un problema **como la acción de proponer un problema a los escolares por cualesquiera de las vías posibles en que esto se puede ejecutar**. Sin embargo, muchos autores de Norteamérica tienen otra concepción del mismo. Por ejemplo, el profesor de la Universidad de Pittsburg: Edward A. Silver expresa: *"El planteamiento de un problema se refiere tanto a la producción de nuevos problemas como a la reformulación de un problema dado. Así, el planteamiento puede ocurrir antes, durante o después de la solución de un problema".*[203; p. 19]. Como se puede apreciar, es una concepción mucho más amplia, más completa que la que asumimos, pero no la consideramos para esta tesis por la limitación que obviamente impone el nivel en que estamos trabajando.

Con respecto al planteamiento de un problema, los libros de Metodología de la Enseñanza de la Matemática que hemos tomado de referencia, únicamente hacen alusión a las formas en que el maestro puede presentarlo en cuanto a su propia elaboración, con mayor o menor participación del alumno; esto está estrechamente relacionado con la capacidad de formular problemas. En el texto donde mejor se precisa este aspecto se señala:

"El planteamiento del problema puede hacerse de las siguientes formas:

a) ...se plantea una situación inicial a los alumnos, con su ayuda se complementan los datos y luego colaboran en la formulación y solución del problema, participando activamente(...)

b) Plantear una situación problémica que conlleva al planteamiento del ejercicio.

c) Plantear directamente el ejercicio".[8; p. 412].

Es decir, están más referidas a la forma del planteamiento y no a lo que es en sí mismo dicho planteamiento. En este caso, indirectamente están dando variantes en cuanto a la participación del alumno en esa acción, pero en todos los casos hablan de nuevo de la idea original de proponer un problema al escolar por cualquiera de las vías posibles que es en definitiva la que vamos a asumir también en este trabajo.

- **Formas de presentar el problema y vías para lograrlo:**

Para darle respuesta a la segunda de las interrogantes habría que referirse a como deben ser presentados los problemas en cuanto a su forma. Esta cuestión está muy relacionada con la anterior, porque la **forma** en que se plantee el problema, es un factor **externo** que puede influir positiva o negativamente en el escolar para aceptar el problema y sentir deseos de resolverlo.

Primeramente, el problema puede plantearse de forma **oral** o **escrita.** Nuestra propuesta recomienda buscar un adecuado equilibrio entre el planteamiento de problemas orales y escritos (a partir de segundo grado). Estos pueden presentarse de diversas formas de presentar los problemas. Veamos algunas de ellas:

- **Escrito:** mediante el libro de texto, cuaderno de trabajo u otro libro u hoja de trabajo, escrito en la pizarra, cartulina, retroproyector, video, pantalla de la computadora, entre otras.
- **Oral:** lo más frecuente es que el propio maestro lo lea cuidadosamente, pero también lo puede hacer un alumno aventajado con buena dicción, o llevar grabado en casette.

A su vez, los argumentos que justifican la inclusión de los **problemas orales** en esta estructuración, queda evidenciado porque:

- Cuando solamente se proponen problemas escritos a partir del segundo grado, se comienza a perder la habilidad iniciada en el primer grado de aprender a escuchar, que como lo demuestran las investigaciones realizadas, de las cuatro habilidades fundamentales de la enseñanza de la lengua, es la que mayores dificultades presentan las personas, en términos generales. **(necesidad lingüística).**
- En la vida,la mayoría de los problemas que al hombre se le presenta y debe resolver son orales y como se sabe la escuela tiene la alta responsabilidad de preparar al individuo par enfrentarlos y resolverlos**. (necesidad social).**
- Proponer problemas orales, nos pudiera permitir resolver una mayor cantidad de ellos, y también ahorrar materiales escolares. **(necesidad pragmática).**
- *"La osificación de las falanges del metacarpo de las manos acaba hacia los nueve-once años, y la muñeca hacia los diez-doce. Si se tiene en cuenta dicha circunstancia, resulta comprensible por qué al pequeño escolar con frecuencia le cuesta mucho las tareas escritas. Se le fatiga rápidamente la mano, no puede escribir muy de prisa, ni demasiado tiempo"* [175; p.97]. Este propio autor al referirse al desarrollo de los procesos cognoscitivos en estos escolares expone: *"Del primero al tercer grado, en los alumnos aumenta la efectividad de la retención en la memoria de los conocimientos expresados verbalmente con*

más rapidez que la efectividad de la memorización de los datos visuales, cosa que se explica por la formación intensiva en los niños de los procedimientos de retención consciente en la memoria" [175 p.129]. Además relacionado con estos argumentos podemos encontrar en el texto de Didáctica del Dr. Pérez Somozza, al cual nos hemos referido en varias ocasiones en esta tesis, lo siguiente: *"Las investigaciones muestran que una persona puede ser rápida en el trabajo escrito y no serlo en el oral. Esto pone de manifiesto la necesidad de ofrecer al niño problemas de ambas clases, a fin de que se entrene en la resolución de los dos tipos".*[172; p.31-32] **(necesidad anatomo-fisio-psicológica).**

Ahora bien, tanto en una forma como en la otra, puede y debe ampliarse estructura externa del problema; es decir, puede ser en prosa, en verso, en forma de diálogo, con apoyo gráfico, en forma de adivinanza, o de trabalengua.

Otra manera de diversificar la presentación de los problemas es mediante **la utilización de las distintas estructuras semánticas** que aquí se introducen, para que se correspondan con los significados de las operaciones aritméticas que se necesite ejercitar. Pero teniendo en cuenta lo que recomiendan Campistros L. y C. Rizo: *"...**dentro de cada grupo escogido con una intención didáctica dada** (digamos que sea fijar el significado de la adición), **se propongan algunos problemas fuera de contexto** (que no sean de adición), para que el alumno no proceda de forma mecánica al resolverlos".* [29; p.90].

❑ Acciones de regulación y autorregulación:

Con esta sub-etapa se culmina la fase de orientación; por ser decisiva en esta etapa le hemos prestado especial atención. En ella se le darán respuesta a las interrogantes siguientes:

- **¿A qué llamamos acciones de regulación y autorregulación en la etapa de orientación hacia el problema?**
- **¿Cuáles se pueden emplear en esta subetapa para culminar el proceso de orientación que hasta ahora se ha seguido y cómo hacerlo ?**

▪ **Acciones de regulación y autorregulación en la etapa de orientación hacia el problema.**

Las **acciones de regulación y autorregulación** que el escolar debe realizar durante la etapa de orientación hacia el problema, consisten en acciones de control y autocontrol que él realiza al inicio, durante y al final de esta etapa con el propósito básico de regular su actividad, de modo que la etapa ejecutora (que de hecho ya se está entrelazando con la de orientación) se realice con éxito. En esta subetapa, el alumno debe recorrer el proceso mental que realiza monitoreando lo que está teniendo lugar, regulándolo en correspondencia con los fines, objetivos, condiciones del problema dado y constituye un importante recurso de control de su actividad. Es un acto muy consciente, por ello se considera determinante para lograr la comprensión del problema por parte del niño.

Dadas sus características, estas acciones pasan desde el mismo momento que el alumno se enfrenta al problema e intenta entenderlo, hasta aquellas donde ya pasa a tratar de encontrar la idea de la solución.

Como una antesala a estas acciones, se encuentran los **impulsos** que el docente debe ir dando de manera sistemática y que contribuirán a interiorizar las mencionadas acciones por parte de los escolares, en forma gradual y progresiva hasta que se conviertan en un modo de actuación de los mismos. Desde el punto de vista didáctico, debe tenerse claridad que los impulsos solamente deben estimular a: dirigir mediante indicaciones el desarrollo del trabajo, explorar o analizar la situación y buscar analogías con otros procedimientos o ejercicios aplicados o resueltos con anterioridad, pero NO debe llevar implícito la respuesta y mucho menos, el próximo paso o acción a efectuar.

- **Impulsos, acciones de regulación y de autorregulación a emplear.**

Como antes hemos planteado, esta subetapa está muy relacionada con los procesos de comprensión, y por ello veamos las cuestiones más significativas que plantean algunos de los libros de Metodología de Enseñanza de la Matemática que hemos consultado relacionados con ella, pero que ya van mostrando algunas acciones que se deben realizar. *"Para lograr la comprensión del problema, los alumnos deben realizar una lectura cuidadosa del mismo. Con frecuencia resulta recomendable formular el texto con sus propias palabras, observar figuras, tablas o esquemas dados en el problema, o elaborarlos (si fuera necesario); interpretar palabras claves o buscar la aclaración de términos desconocidos.*

El profesor para lograr la comprensión del problema pudiera realizar los siguientes impulsos: Lee el problema detenidamente; ¿de qué trata el problema?; formula el texto con tus propias palabras". [8: p. 413].

Ante todo debemos decir que estas consideraciones están hechas para la enseñanza media, luego requieren de la correspondiente adecuación para la primaria y de la debida articulación entre los impulsos del docente y las correspondientes acciones de respuestas por parte de los alumnos, lo que actualmente no se contempla en las orientaciones para la escuela primaria.

Este vacío didáctico, en gran parte es cubierto con la introducción de las técnicas de lectura analítica y reformulación establecidas por los Dres. L. Campistrous y C. Rizo, y que ya hemos hecho referencia en la primera sub-etapa. Aquí los autores recomiendan el empleo de acciones por parte del alumno (en el propio lenguaje del escolar) y preguntas de autocontrol para las mismas, por lo que se convierten en acciones de autorregulación. Estas acciones se han adecuado en la propuesta que hacemos a continuación, y sistematizado desde el punto de vista didáctico, y se le ha agregado un sistema de impulsos que debe dar el docente para que los alumnos ejecuten las correspondientes acciones mentales o materiales. Expliquemos esto con un poco de más detalles.

En primer lugar, se ofrecen **sugerencias de impulsos que el docente pudiera dar a los estudiantes**, según las necesidades individuales o colectivas, con un cierto orden lógico de ejecución. Cada uno de estos impulsos, presentados en forma de preguntas, tendrá su correspondiente respuesta por parte de los alumnos, expresados con un vocabulario acorde a sus posibilidades intelectuales y, por último se brindan **preguntas de autocontrol** que el estudiante pudiera hacerse así mismo para controlar su trabajo, que se ajustan a los dos aspectos anteriores.

A continuación se indican dichas acciones:

I M P U L S O S	**ACCIONES DE REGULACIÓN**	**ACCIONES DE AUTORREGULACIÓN**
1.¿Qué es lo primero que debes hacer cuando vas a resolver un problema?	1.Leo o escucho con cuidado el texto del problema (las veces que me sea necesario)	1.¿Qué me dice el problema?
2. ¿Existen palabras desconocidas para ti? En caso afirmativo ¿qué debes hacer con ellas?	2. Busco el significado de las palabras desconocidas (si existieran)	2. ¿Qué significa lo que leo o escucho?
3. ¿Qué conoces y qué desconoces en el problema?	3. Busco lo que conozco y lo que no conozco	3. ¿Qué es lo que conozco y qué es lo que no conozco?.
4. ¿Qué condiciones se establecen entre las distintas partes del problema?	4. Reconozco las distintas condiciones que se establecen entre las distintas partes del problema.	4. ¿Qué me dice sobre lo qué conozco y sobre lo qué desconozco?
5. ¿Existen datos innecesarios? En caso afirmativo ¿qué debes hacer con ellos?	5. Elimino los datos innecesarios (si existieran).	5. ¿Existen datos innecesarios? ¿qué hago con ellos?
6. ¿Aparece en el texto toda la información necesaria? En caso negativo ¿qué debes hacer ahora?	6. Descubro si en el texto aparece toda la información necesaria para poder resolverlo (en caso contrario buscarla o concluir el proceso)	6. ¿Se me da toda la información que me hace falta? ¿qué debo hacer en caso que no la tenga?
7. ¿Cómo puedes expresar su texto con tus propias palabras?	7. Formulo otro problema similar más comprensible para mi.	7. ¿Cómo puedo expresarlo con mis propias palabras?
8. ¿Aún no has comprendido el problema? En caso negativo. Utiliza materiales concretos, modelos,	8. Represento los datos y las relaciones con materiales, modelos, esquemas, etc. (si fuera necesario).	8. ¿Me hace falta usar objetos, esquemas, etc. para acabar de comprender el problema?

esquemas etc.		

Debemos aclarar que no se pretende que los alumnos memoricen este sistema de acciones de regulación y autorregulación, ni tampoco es necesario aplicarlas todas (depende del grado en que se empleen, del problema que se proponga y de las propias características individuales del escolar). En la práctica es más conveniente que en primer grado se empleen las más simples y fáciles de comprender por el vocabulario que se emplea (que siempre puede ser reformulado en dependencia de cada grupo de alumnos) como la uno, tres, siete y ocho; y después se vaya abriendo el procedimiento en dependencia de cada grupo de alumnos, hasta que en el cuarto grado el sistema esté completo.

Los escolares las incorporarán a su sistema de habilidades en la medida que las empleen de forma reiterada y consciente.

II. Implementación del proceder en la práctica

Para su **implementación en la práctica,** se diseñó una **propuesta** de estrategia de trabajo con los maestros del primer ciclo, que tuviera en cuenta los aspectos deficientes obtenidos por la vía del diagnóstico de la situación ya referidos en con anterioridad en este propio capítulo.

El diagnóstico arrojó la necesidad de aumentar el nivel de conocimientos de los docentes sobre aspectos esenciales de su trabajo en cuanto a enseñar a los alumnos a resolver problemas, en particular de la etapa de orientación, así como de incidir de alguna manera en el currículo para propiciar un mayor éxito en la introducción de las nuevas vías de transformación de la situación en cuanto a la enseñanza de la resolución de problemas.

Las interrogantes que se responden en este segundo aspecto son:

- **¿Cuáles son los contenidos previos que requieren los maestros para poder desarrollar el proceder didáctico antes concebido?**
- **¿Qué adecuaciones curriculares sería necesario realizar?**
- **¿Cómo propiciar la puesta en práctica de los elementos esenciales de la propuesta?**

Las respuestas a las anteriores interrogantes se resumen a continuación.

- **Contenidos previos para los maestros para poder desarrollar el proceder didáctico:**

Estas condiciones previas que necesitan los maestros para llevar a la práctica escolar esta propuesta, pueden resumirse en los contenidos siguientes:

- El concepto de problema aritmético con texto. Su clasificación. Estructura para este tipo de problemas.
- Los significados prácticos de las operaciones con números naturales.
- Las estructuras semánticas para este tipo de problemas.
- Algunas técnicas para la resolución de problemas aritméticos.
- Características de la etapa de orientación en forma general.

Estos contenidos, que la mayoría de ellos aparecen desarrollados en el capítulo 1, se han adecuado en un lenguaje más sencillo y abreviado para este tipo de maestros y se han plasmado en un documento introductorio general que es de consulta permanente para estos docentes.

En cuanto a las técnicas para la resolución de problemas aritméticos, nos estamos refiriendo a las seis que se han introducido en el ya mencionado libro "Aprende a resolver problemas aritméticos" de L. Campistrous y C. Rizo. Las mismas resultan muy útiles para el trabajo de los maestros. Especial atención deberán prestar a las técnicas de: modelación, lectura analítica, reformulación y determinación de problemas auxiliares, ya que las indicaciones y acciones que en ellas se sugieren, pueden ser aplicadas en la etapa de orientación.

- **Adecuaciones curriculares a realizar**

Las características de la propuesta, permiten mantener vigente los programas, OM, LT, CT actuales, con ciertas precisiones que complementan estos documentos. Entre ellas se encuentra la propuesta de distribución (por grados) de los significados de las operaciones con números naturales y las propuestas de estructuras semánticas de los PAT que aparece reflejada en los anexos 6 y 7, en cuanto al grado donde se introducen por vez primera. La misma no es de obligatorio cumplimiento pues compartimos lo señalado por la Dra. Celia Rizo (2000): *“los colectivos de ciclo, y en forma colegiada los maestros de cada uno de los grados que integran cada momento del desarrollo, podrán determinar qué contenido darán en cada grado, atendiendo a las condiciones de sus alumnos, a sus potencialidades, a lo que sus alumnos deben alcanzar al finalizar el momento de desarrollo de que se trate y de los contenidos previstos en los programas para ese grupo de grados*“. [184; p. 103]. Al compartir plenamente estos puntos de vista, afirmamos que el docente podrá y deberá hacer los ajustes pertinentes sobre los contenidos de referencia acordes a las particularidades de su grupo de estudiantes.

En el Anexo 8 hemos incluido sugerencias para ejercitar de una forma armónica y balanceada estos significados y estructuras, combinándolos con los nuevos que se deben introducir, lo que también contribuye a su sistematización.

- **Puesta en práctica de la propuesta**

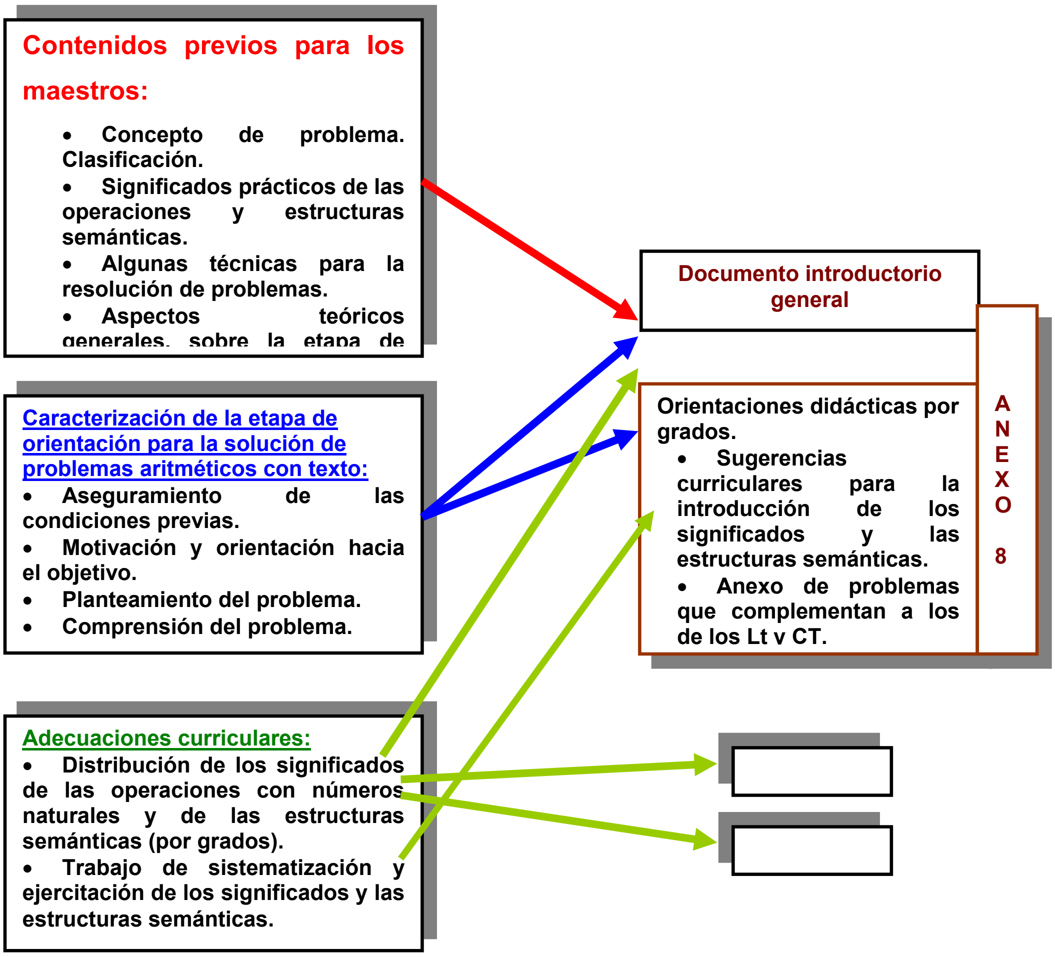
Para lograr su implementación en la práctica un elemento esencial es la preparación de los docentes. Con ese objetivo, y teniendo en cuenta que las vías que el maestro dispone para su superación pueden ser: seminarios, cursos, la preparación metodológica y también su propia autosuperación, se ha confeccionado un **Folleto para los maestros,** con la intención de que los encargados de la organización de esta superación y el propio maestro posean un documento de consulta permanente donde aparezcan los aspectos básicos de esta propuesta. El folleto está constituido por tres partes:

a) Un **documento introductorio general** dirigido para todos los maestros del primer ciclo que contiene los conocimientos previos que dichos docentes deben dominar para poder llevar al aula lo recomendado y que aparece explicitado en el aspecto 1. Esto aparece explicado en un lenguaje sencillo y asequible.

b) **Orientaciones didácticas (por grados)** que contienen sugerencias didácticas para la introducción de los significados de las operaciones aritméticas con números naturales y las estructuras semánticas. Se hacen adecuaciones lingüísticas de los significados, acordes con el grado que cursan los escolares y se instrumentan modelos para ser utilizados en las distintas estructuras semánticas, a partir de la técnica en cuestión utilizada como base. Así como se dan indicaciones concretas de cómo introducir en la práctica escolar algunos de sus componentes, que incluye sugerencias de en qué epígrafe de cada programa se deben incorporarlos distintos significados prácticos y estructuras semánticas. Para estos casos se recomiendan ejemplos de problemas a utilizar, algunas ideas para la motivación y sugerencias para descubrir los significados en cada caso, a partir de acciones de regulación. También se orienta en qué momentos del curso se deben ejercitar y sistematizar los significados y estructuras ya estudiados.

c) **Anexo de problemas**: Consiste en una colección de 276 problemas escolares, para cada grado del primer ciclo, que amplían y complementan los existentes en los LT y CT del ciclo vigentes, sobretodo de los significados y estructuras no abordados en los mismos o con menos frecuencia de aparición. También se ilustran algunas formas de presentación de los problemas.

A continuación, se resumen las características generales de la instrumentación didáctica que se propone en esta tesis, integrando los dos aspectos esenciales de la misma para dar una idea de un cierto orden en su realización en la práctica.



Conclusiones del capítulo:

- La didáctica de la resolución problemas en el primer ciclo de la escuela primaria ha tenido un discreto avance en los últimos 60 años, con algunos momentos de mayor cientificidad, pero con pérdida en identidad.
- En las investigaciones vinculadas a la solución de problemas no se abordó con profundidad la etapa de orientación y algunas de ellas confirman que existen limitaciones tanto teóricas como prácticas para el tratamiento de la etapa de orientación para la solución de los PAT, por parte de los maestros encargados de impartir la docencia en este ciclo. En especial se destaca el insuficiente trabajo con las condiciones previas, el aspecto motivacional descuidado, la poca variedad en el planteamiento de los problemas y falta de sistematicidad en las acciones de regulación y autorregulación que pudieran aplicar los escolares para afrontar con éxito la etapa ejecutora.
- Una nueva estructuración didáctica de la etapa de orientación, que contemple un diseño del proceder didáctico de los docentes y una propuesta de implementación en la práctica, se convierte en una necesidad del desarrollo de la didáctica de la matemática.
- El proceder didáctico que se diseñe debe contemplar aspectos teóricos sobre la caracterización de la orientación como etapa de la actividad y su desglose en subetapas, que abarquen de una forma más completa la misma, desde el aseguramiento del nivel de partida, la motivación, el planteamiento del problema hasta las acciones de regulación y autorregulación, donde se precise la actuación del maestro a partir del conocimiento de **qué es** cada una de ellas, **cuáles o cuántas** son y **cómo** llevarlas a la práctica con sus alumnos.
- La propuesta de la implementación en la práctica del proceder didáctico, debe partir de la necesaria preparación de los docentes para poder llevarla a cabo, de las indicaciones de carácter didáctico para su desarrollo y una colección de problemas que se ajusten al trabajo con los significados y a las estructuras semánticas correspondientes que le dan la variedad lingüística y amplía en los alumnos sus posibilidades de comunicación y comprensión.

CAPÍTULO 3:

VALIDACIÓN DE LA ESTRUCTURACIÓN DIDÁCTICA Y SUS RESULTADOS

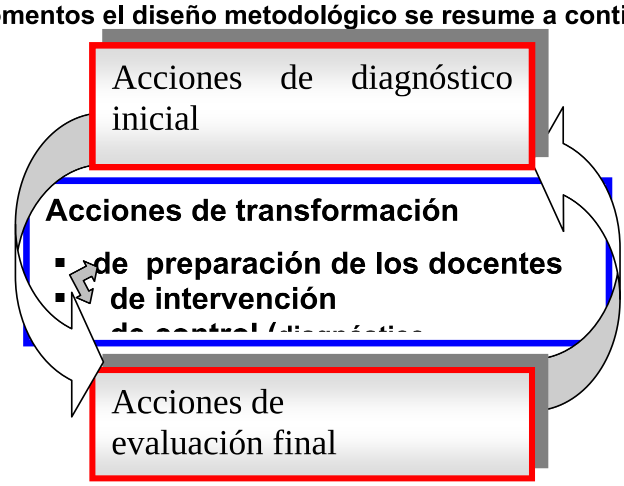
"La inteligencia humana tiene como leyes la investigación y el análisis"

José Martí [137;p.234]

CAPÍTULO 3: VALIDACIÓN DE LA ESTRUCTURACIÓN DIDÁCTICA Y SUS RESULTADOS

En este capítulo final se analiza los principales resultados obtenidos en los dos momentos, en cursos sucesivos, donde se introdujo en la práctica la estructuración didáctica propuesta: la primera intervención en la práctica**, que hemos denominado** estudio exploratorio**, que sirvió para precisar el nivel de asequibilidad de la misma en los escolares y la** segunda etapa de intervención en la práctica**, que hemos llamado** validación empírica**, donde se introdujo la propuesta a partir de la experiencia obtenida en la etapa precedente para validarla y medir su efectividad.**

En ambos momentos el diseño metodológico se resume a continuación:



3.1 Primera etapa de intervención en la práctica: estudio exploratorio.

Este estudio se efectuó durante el curso escolar 1999-2000 con 134 alumnos del primer ciclo de la enseñanza primaria, distribuidos en ocho grupos (dos por cada grado) pertenecientes todos al semi-internado "Carlos Hidalgo" del municipio de Pinar del Río, con edades comprendidas entre seis y nueve años.

Los objetivos previstos para esta etapa fueron:

1. **Determinar el nivel de asequibilidad de la propuesta para los escolares para los cuales fue concebida.**
2. **Valorar con los docentes que la introdujeron en el proceso de enseñanza-aprendizaje, el nivel de efectividad de la misma.**

A partir de ellos se podrían efectuar los ajustes y modificaciones pertinentes a la versión que se utilizaría en la etapa de validación.

3.1.1 Realización de acciones de diagnóstico

Para conocer el nivel de partida de los escolares sobre la temática de investigación se aplicó un diagnóstico inicial **(prueba pedagógica) en todos los grados del primer ciclo (excepto en primer grado, por razones obvias). El mismo consistió en la resolución de dos ó tres problemas de contenidos del grado anterior. Los instrumentos utilizados aparecen en el anexo 9.**

Al elaborar este diagnóstico hemos tenido en cuenta que la efectividad de esta propuesta en el aprendizaje de los niños se medirá tanto dándole seguimiento al proceso de obtención del resultado (evaluación del proceso) como el resultado o producto acabado (evaluación del resultado). Lo primero lo aplicaremos durante todo el proceso de transformación, mediante la observación y otras técnicas e instrumentos investigativos que posteriormente se declararán, y la evaluación final mediante las pruebas pedagógicas.

El proceso de comprensión no resulta fácil medirlo cuantitativamente pues el mismo se perfecciona gradualmente en periodos de tiempo no cortos. Sin embargo, hemos decidido la utilización de este tipo de técnica debido a que cuando un escolar de este ciclo comprende correctamente el texto de un problema prácticamente ha encontrado la vía de solución y, de hecho, es capaz de resolverlo con relativa facilidad.

En esta oportunidad no se incluyó al primer grado porque los alumnos no tienen antecedentes del trabajo con PAT**, por lo que se esperó al diagnóstico intermedio para tener elementos posteriores de comparación.**

Para evaluar el nivel de partida de los escolares se elaboraron escalas ordinales con tres valores cada una (B, R y M) y con criterios establecidos para cada una de ellas, (B sin dificultades, R con una correcta selección de la operación pero con errores en el cálculo y M si no seleccionaba la operación correcta con cualquier otra alternativa). Los resultados por tipo de actividad se resumen a continuación.

Diagnóstico Inicial a los alumnos

Grado	Tipo de problema	Significados	Estructura semántica	Resultados por incisos (B o R)	Aprobados total
Primero					
Segundo	Simple	**Sustracción (S1)**	*Cambio 2*	**80.6%**	**64.4%**
	Simple	**Adición (A2)**	**Comparación aditiva 3**	**84.0%**	
Tercero	**Simple**	**Sustracción (S1)**	**Cambio 3**	**65.5%**	24.2%
	Compuesto	**División (D3) y División (D3)**	**Grupos iguales 2 Divisibilidad 2**	27.5% y 20.6%	
Cuarto	**Simple**	**Sustracción (S1)**	**Cambio 5**	**44,7%**	**50%**
	Compuesto	**Multiplicación (M3) y Sustracción (S2)**	**Divisibilidad 4 y Comparación aditiva 1**	**60% y 86,8%**	

En la prueba total los resultados pueden ser diferentes a la de los incisos que la conforman debido a que los evaluados Bien (o mal) en un problema no necesariamente coincidían en el otro.

Desde el punto de vista cualitativo se pudo apreciar que en la medida que aumentaba el grado donde se aplicaron los cuestionarios, disminuía su competencia de interpretar oralmente el texto del problema (manifestaban progresiva necesidad de repetir la lectura del problema).

3.1.2. Realización de acciones de preparación

Las primeras acciones se realizaron después de finalizado el diagnóstico, pues estos resultados fueron analizados con los docentes de cada grado y a partir de las indicaciones dadas en el folleto que contiene los aspectos básicos de la propuesta (anexo 8), se recomendó como remediar estas dificultades.

También se previó una sesión de trabajo para explicar las características fundamentales de la propuesta. En esa oportunidad se le entregó el folleto que contenía indicaciones generales para todos los docentes así como las orientaciones didácticas para cada uno de los grados del ciclo.

A partir de la sesión anterior se acordó planificar otras reuniones similares que se realizaron con una periodicidad que variaba entre 15 días a un mes, acorde a las necesidades de ambas partes. Las mismas fueron muy productivas, pues se logró identificar a los docentes con la propuesta y este intercambio fue valioso porque

nos permitió aclarar sus dudas y tomar ideas para mejorar el proyecto para el próximo curso. Además se pudo apreciar las potencialidades y limitaciones de los ocho docentes, para instrumentar la propuesta y trabajar a partir de esos resultados. Estos maestros participaron en el diagnóstico de la situación actual del epígrafe 2.2

3.1.3. Realización de acciones de intervención y control.

Se visitaron un promedio de cuatro clases por cada maestro (aproximadamente una en cada periodo), Para el análisis de las mismas se tuvieron en cuenta las siguientes dimensiones:

1. **Trabajo con los objetivos.**
2. **Trabajo con el aseguramiento de las condiciones previas.**
3. **Trabajo con la motivación**
4. **Trabajo sobre el planteamiento del problema.**
5. **Trabajo con la comprensión (acciones de regulación y autorregulación).**

La dimensión trabajo con los objetivos **se añadió en la observación a las clases que no estaba incluida en la propuesta, por la influencia que tiene el mismo en el desarrollo posterior de todas las acciones de la clase. Las observaciones realizadas se caracterizaron por el enfoque cualitativo y el intercambio que es propio del entrenamiento metodológico conjunto, donde participamos con los docentes en la preparación, ejecución y análisis de cada una de las clases observadas. Esto nos permitió, entre otros factores:**

- **Determinar los distintos indicadores que debían ser incluidos en cada una de las dimensiones anteriores para la etapa de validación.**
- **Comprobar si el material elaborado esa asequible para los maestros,**
- **Verificar si los contenidos de la propuesta, que fueron abordados en el aula, eran verdaderamente aceptados por los escolares.**
- **Detectar cuáles dimensiones e indicadores presentaban mayores dificultades por los maestros y tratar de puntualizar sus causas.**

Diagnóstico intermedio

Al inicio del tercer período se aplicó otra prueba pedagógica como forma de diagnóstico intermedio **y los instrumentos se pueden apreciar en el anexo 10. Esto nos permitió valorar la marcha de este proceso de introducción a la práctica escolar de la propuesta. En todos los casos se incluyeron tres problemas con la**

misma cantidad de estructuras semánticas y con la misma escala valorativa utilizada en el diagnóstico inicial. Los resultados fueron:

Diagnóstico Intermedio a los alumnos					
Grado	Tipo de problema	Signifi-cados	Estructura semántica	Resultados por incisos (B o R)	Aprobados total
Primero	**Simple**	**Adición Sustracción Sustracción**	**Combinación 1 Cambio 2 Cambio 4**	**90.2% 70.0%** 50.0%	**66.6%**
Segundo	Simple	**Sustracción Adición Adición**	*Igualación 2 Igualación 4 Igualación 5*	**68.5 % 71.6 % 83.8 %**	**70.9%**
Tercero	**Simples y compuestos**	**Sustracción Sustracción Sustracción**	**Comp. aditiva 5 Igualación 1 Comp. Aditiva 1**	**79.3 %** 41.3 % **65.5 %**	62.1%
Cuarto	**Simples y compuestos**	**División Multiplicación Multiplicación**	**Comp. Multiplicativa 3 Divisibilidad 1 Conteo 1**	**62,0 %** 52,0 % **63,6 %**	60.5%

Para el análisis de estos resultados se consideró oportuno hacerlo colectivamente con los propios docentes que participaban en este proyecto. Se concluyó que en el primer grado los niños no le resulta fácil la comprensión de la estructura de Cambio 4 (Co 4) lo que puede estar asociado a los significados de la sustracción. Se está trabajando para que los propios escolares empleen la modelación para interpretarlo mejor. En el segundo grado los maestros plantean que los problemas de igualación inicialmente tienden a confundir a los niños y hay que apoyarse en materiales concretos o modelos para una mejor comprensión, por lo cual se reclama seguir trabajado en esta dirección. Esto mismo se repite con los alumnos de tercero. Estos resultados son consistentes con lo obtenido en España por Aguilar M, et al (1998) donde solamente el 23 % de los alumnos de 3er. grado diagnosticados por ellos pudieron resolver correctamente los del tipo Igualación 4 (Ig) 4 y el 26 % los de Igualación 1 (Ig 1); mientras que en Chipre (Christov, C y G. Phippou, 1998) comprobaron que los problemas de Ig 2, Ig 3 e Ig 4 solamente lo resolvieron los alumnos de promedio alto.

En los alumnos de 4to. Grado las estructuras de Divisibilidad 5 y 6 (Dv 5 y Dv 6) le resulta difícil al establecer esa relación de divisibilidad entre dos cantidades. Es

por ello que se infiere que debe hacerse más énfasis en el significado de la división en el cual se fundamentan ambas estructuras.

3.1.4. Acciones de Evaluación final

Como un aspecto que en cierta medida permitía valorar el cumplimiento de los objetivos para esta etapa, se previó la realización de una prueba pedagógica con carácter de evaluación final, **que en sus aspectos fundamentales aparecen en el anexo 11. También se aplicó la misma escala valorativa ordinal que en los dos instrumentos anteriores y la misma cantidad de problemas que en el intermedio. Los resultados cuantitativos fueron los siguientes:**

Evaluación final a los alumnos					
Grado	Tipo de problema	Signifi-cados	Estructura semántica	Resultados por incisos (B o R)	Aprobados total
Primero	**Simple**	**Sustracción** **Sustracción** **Adición**	**Cambio 5** **Comp. aditiva 1** **Comp. aditiva 6**	2.6 % **64.1 %** 20,0 %	39.0%
Segundo	Simple	**División** **División** **Multiplicación**	*Grupos iguales 2* *Grupos iguales 3* *Divisibilidad 1*	**76.3 %** 50.5 % **90.0 %**	**77.4%**
Tercero	**Simples y compuestos**	**División** **División** **División**	**Repetición 2** **Comp. Multiplicativa 3** **Divisibilidad 3**	**79,3 %** **100 %** 67,2 %	**82,8%**
Cuarto	**Simples**	**División**	**Divisibilidad 6** **Comp. Multiplicativa 3** **Conteo 2**	**87.3 %** **79.3 %** 56.0 %.	**84,2 %**

Por los bajos resultados en algunos problemas y estructuras se realizaron discusiones amplias y profundas con los maestros en la búsqueda de las posibles causas y se pudo arribar a las siguientes conclusiones:

A los alumnos de primer grado les resulta difícil comprender, aún con la ayuda de la técnica de modelación, aquellos problemas de adición y sustracción donde el comienzo es desconocido; por ejemplo, los problemas de las estructuras Co 5; y Co 6, donde el conjunto de partida es desconocido. A estas mismas conclusiones han arribado algunos investigadores de otras latitudes. Por ejemplo, en los EEUU "*Riley, Greeno y Séller (1983) examinaron el comportamiento de los estudiantes de primer grado al resolver problemas simples de un solo paso con números enteros(...) ellos resolvieron correctamente solamente el 33 % de los problemas de comienzo desconocido*".[150; p. 171]. De manera similar en Bélgica se

expresan De Corte y Verschaffel (1983) donde estos problemas de cambio son difíciles hasta para los alumnos de segundo grado, mientras que en España según Aguilar, M. et al (1998) los escolares de tercer grado solamente resolvieron correctamente los de Co 6: el 37,0 % y los de Co 5: el 40,0 %. Análogamente, se manifiestan los maestros respecto a los problemas de comparación del tipo CA 5; y CA 6 que a los niños no les resulta fácil comprender. Esto también es semejante a lo obtenido en España por Aguilar, M. et al (1998), donde los escolares de 3ro. resuelven correctamente los de CA 5; solo el 31 %, mientras que el tipo CA 6 solo el 17 %. En Chipre este tipo de problema solo lo resuelven correctamente los alumnos de rendimiento promedio alto.

No se esperaba que en el 2do. grado los alumnos presentaran limitaciones al resolver problemas de las estructuras clásicas GI 2 y GI 3. Aunque no se arribó a una respuesta convincente, todo parece indicar que se hizo énfasis en otras estructuras como Dv 1 y Dv 2 y se descuidó estas.

Al valorar los resultados en el 3er. grado, se aprecia que el índice más bajo le correspondió a la estructura Dv 3. Se consideró que en esta estructura el propio hecho de hablar de múltiplo y tener que dividir, provoca confusión en los escolares cuando no se le asocia al significado práctico correspondiente. De esto se infiere que es necesario establecer en el futuro las debidas comparaciones entre los problemas de grupos iguales y de divisibilidad.

Al pasar a 4to. Grado lo más significativo resultó la cantidad de aprobados en la estructura C 2. Los maestros plantean que a los alumnos les cuesta trabajo comprender esta estructura y se consideró la necesidad de apoyarse más en la modelación ramificada y ejercitarla con más frecuencia. Esto también es coincidente con lo obtenido en sus investigaciones por los autores chipriotas mencionados, ya que hasta los alumnos de rendimiento alto (tope) lo resolvieron por debajo del 50 %.

No obstante, se puede apreciar que los resultados de los diagnósticos (excepto en primer grado por los argumentos expresados), fueron elevándose, lo cual nos da una medida de la asequibilidad de la propuesta. Esto puede observarse en el gráfico de barras del anexo 12.

Con la intención de hacer un balance del trabajo desplegado durante todo el curso escolar, se convocó a una reunión con los maestros participantes, la jefa

del primer ciclo y el director. La misma se centró en tres aspectos esenciales: determinar los logros, las limitaciones y las sugerencias para perfeccionar el trabajo a desarrollar el próximo curso. Por consenso, se obtuvieron estas conclusiones:

Logros:

- ✓ **Se valoró que la estructuración didáctica es efectiva para contribuir a mejorar el objeto de investigación y a la solución del problema científico formulado.**
- ✓ **Su contenido resulta asequible para los escolares en términos generales.**
- ✓ **El folleto para el trabajo del maestro resultó bastante completo, y contiene orientaciones precisas para el trabajo de ejercitación y sistematización.**
- ✓ **Se apreció una elevación del dominio de la compresión de los escolares al resolver estos problemas.**

Limitaciones:

- ✓ **El folleto que contiene la propuesta para el uso de los docentes le falta precisiones conceptuales y didácticas en su parte introductoria para que el mismo pueda ser utilizado de forma más independiente por los docentes.**
- ✓ **Las estructuras Co 5, Co 6, CA 5; y CA 6 presentaron serias dificultades en los niños del primer grado.**
- ✓ **Las orientaciones didácticas para cada grado están elaboradas para ser desarrolladas de forma longitudinal; sin embargo, para abreviar el tiempo de su aplicación se han introducido de manera transversal, lo cual implica que en cada grado se aborden las que corresponden a los anteriores.**
- ✓ **Desde el punto de vista investigativo faltó un seguimiento y control más sistemático de los planes de clases y de las libretas de los alumnos.**

Sugerencias:

- ✓ **Perfeccionar la parte introductoria del folleto para los maestros.**
- ✓ **Pasar las estructuras Co 5; , Co 6, CA 5; y CA 6 para segundo grado.**
- ✓ **Suplir las limitaciones que presenta el desarrollo transversal de la propuesta por indicaciones complementarias a los docentes en los encuentros periódicos.**
- ✓ **Mejorar los métodos, procedimientos, técnicas e instrumentos investigativos.**

3.2 Segunda etapa de intervención en la práctica: Validación empírica.

Este proceso fue llevado a cabo en el curso escolar 2000-2001 con 130 alumnos del primer ciclo de la enseñanza primaria, distribuidos en siete grupos, dos de cada grado, excepto el 2do. grado que solo participó un grupo; todos pertenecientes a la Escuela Primaria "Eberto Polanco", ubicada en el sector urbano del municipio de Consolación del Sur, con edades comprendidas entre los seis y nueve años, de los que el 50 % eran varones. Los detalles por grupos aparecen en la tabla a continuación:

Grado	Primero		Segundo	Tercero		Cuarto		***Total***
Grupo	A 23	B 22	B 15	A 14	B 15	A 20	B 21	
Total	45		15	29		41		130

El objetivo previsto para esta etapa consistió en:

- **Validar la propuesta re-elaborada después de haber realizado los ajustes correspondientes, como resultado de la intervención en la práctica escolar que le precedió, de manera que permita medir la efectividad de la misma.**

3.2.1 Realización de acciones de diagnóstico inicial:

Para iniciar el trabajo en esta decisiva etapa, nos reunimos con la directora, jefa del primer ciclo y los maestros de este ciclo llegando a la conclusión de que el problema de investigación también afecta el proceso de enseñanza-aprendizaje en ese centro y ofrecimos las ideas generales de la propuesta con la intención de despertar el interés para una participación consciente en su instrumentación.

Se aplicaron las mismas pruebas pedagógicas de diagnóstico inicial **que aparecen en el anexo 8. Como se puede apreciar en los anexos 13 y 14, los resultados más bajos en por ciento de aprobados fue:**

- **En el 2º grado: CA 3 con 66,7 % y resultado integral del diagnóstico 60 %.**
- **En el 3º. grado: Dv 2 con 17,2 % y GI 2 con 31,0 %; resultado integral 27,6 %.**
- **En el 4º. grado: Co 5;: 52 % y Dv 4: 55,0 %¨; resultado integral 57,5 %.**

El que solamente el 47,6 % de los examinados en el ciclo lograron aprobar los cuestionarios aplicados, nos indica un relativamente bajo desarrollo de la etapa de comprensión de los problemas, de acuerdo a nuestros presupuestos teóricos.

3.2.2 Realización de acciones de preparación

A partir de los resultados obtenidos en la etapa anterior nos dedicamos a la re-elaboración y perfeccionamiento del folleto destinado a los docentes. Por limitaciones de espacio en el anexo 8 solamente aparece la versión definitiva.

Estos documentos fueron entregados a los docentes para su estudio y revisión; previamente se les explicó en detalles la importancia del trabajo, lo que contribuyó a su plena motivación y a lograr una participación consciente. Estos intercambios se efectuaron con una periodicidad quincenal durante todo el curso, para aclarar cualquier duda que pudiera surgir e ir valorando los logros y las limitaciones de la introducción de esta propuesta. De los siete maestros que participaron en este proceso ya se tenían sus caracterizaciones, porque participaron en el diagnóstico de la situación actual discutida en el epígrafe 2.2. En esta ocasión actualizamos y profundizamos en sus posibilidades y limitaciones en de sus conocimientos previos para llevar a la práctica la propuesta.

3.2.3 Realización de acciones de intervención y control.

Observación a clases

Tomando como referencia la experiencia del curso anterior, se pudo elaborar una guía de observación a clases **con sus dimensiones e indicadores, que aparece en el anexo 15. La medición de las diferentes dimensiones e indicadores se hizo en escalas ordinales nominales, pero para buscar mayor uniformidad y tener mejor criterio de comparación se emplearon los indicadores porcentuales (escala continua).**

En la dimensión trabajo con los objetivos **se pudo apreciar una buena correlación entre éste y cada uno de sus indicadores, pues en 1º, 3º y 4º grados el índice es de 91.6 %, tanto para la dimensión como para el indicador. En segundo grado ambos aspectos se comportaron en un 83,3 %. Lo anterior nos permitió afirmar que, en general, los problemas propuestos se corresponden con los objetivos previstos y que la orientación que se realiza permite a los alumnos identificarse con ellos. En el ciclo se evalúa integralmente B: 71,4 % y R: 28,6 %.**

En el trabajo con el aseguramiento de las condiciones previas, **en todos los casos, el maestro revisa algunos contenidos conocidos por los alumnos que sirven de**

condiciones previas para cada una de las clases; en general el maestro posee conocimientos sobre las condiciones previas que poseen sus alumnos para aplicarlo en nuevas situaciones (88,9 en el ciclo con puntaje mayor para 1º. y 4º., con 91,6 y el más bajo para 2º con 83,3). En el 50 % de las clases observadas el maestro siempre propicia que el alumno establezca nexos entre los métodos y recursos empleados en los problemas ya resueltos con los que tienen que resolver, y el otro 50 % lo hace algunas veces.

Entre los aspectos que el maestro tiene más en cuenta para el aseguramiento de las condiciones previas **se tienen los significados prácticos con 71,4 % en el ciclo (50 % en 2º y el resto 75,0 %) y las estructuras semánticas también con el 71,4 % en el ciclo (50 % en 2º y el resto 75,0 %). En menor grado están las habilidades de cálculo aritmético con el 50 % en el ciclo (100 % en 2º y el resto 41,7 %), las técnicas de modelación: 42,8 % en el ciclo (50,0 % en 1º, 33,3 % en 2º y 41,7 % en el resto) y las relaciones entre las operaciones con un 36 % en el ciclo (50 % en 2º y el resto 33,3 %).**

Los maestros realizan la revisión de los significados, las estructuras y la modelación fundamentalmente mediante ejemplos, y solo un 18,7% de los maestros de tercer grado lo hacen de forma general. En el ciclo, cuando lo hacen mediante ejemplos, es básicamente con números o sin números **como se indica a continuación:**

- En los significados **se realiza en ambos casos en un 46,7% y** en las estructuras **en un 40,0% con números y en un 53,3% sin números.**
- **En la** modelación **lo hacen con números en el ciclo en un 38,9% y sin números en un 50%.**

En sentido general, esta dimensión se evalúa con una eficiencia del 88,7 % en el ciclo (destacándose positivamente 1º y 4º grados con un 91,6 %), lo cual refleja un nivel alto en la ejecución de este aspecto por parte de los docentes, excepto en segundo grado.

Desde el punto de vista cualitativo se puede apreciar un acercamiento progresivo a lo orientado en la propuesta; es decir, que estos resultados son globales, pero si lo analizamos por etapas o periodos podemos determinar significativos resultados en el último período. Se evalúa el ciclo de B: 66,7 % y R: 33,3 % integralmente.

En cuanto al trabajo con la motivación **se pudo determinar que el grado de motivación que los maestros del ciclo logran en la mayoría de los alumnos durante la clase es alto en el 61,9 % y medio en un 31,0 % lo cual hace un índice porcentual de 84,9 %, verificándose un adecuado equilibrio entre los diferentes grados; esto se realiza durante** toda **la clase en un 64,3 % y** solo en algunos momentos **en un 35,7 % para un índice porcentual de 88,1 (el más bajo es en 2º con 77,8 % y el más alto en 1º y 3º con 91,6).**

La motivación **se realiza a partir del propio texto del problema el 64,3 % en el ciclo (75,0 % en 3º y 4º; 33,3 % en 2º);utilizando problemas portadores de información el 28,6 % en el ciclo (33,3 % en 1º y 3º; 16,7 % en 2º); realizando un comentario previo el 45,2 % en el ciclo (50,0 % en 2º y 4º; 41,7 % en el resto) y haciendo una simple "información" general el 16,6 %, lo que solo ocurrió en el primer periodo.**

Aquí también es válido el planteamiento anterior en cuanto al incremento cualitativamente favorable en función del tiempo.

En resumen, esta dimensión se cuantifica integralmente en el ciclo en un 85,7 %, existiendo un comportamiento bastante balanceado en los distintos grados. Se evalúa el ciclo de B: 64,3 %, R: 28,6 % y M: 7,1 %.

Al estudiar el trabajo con el planteamiento del problema **se comprobó que existe variedad en la sintaxis del texto del problema en el 71,4 % de las clases visitadas en el ciclo. Ahora bien la forma de presentación se manifiesta de la siguiente manera:**

- **problemas en prosa: 93,4 % en el ciclo (95,0 % en 2º y 93 % en 3º y 4º);**
- **problemas en verso: 6,6 % en el ciclo (7,0 % en 3º y 4º; 5,0 % en 2º);**
- **problemas en forma de trabalengua: 5,3 % en el ciclo (6,5 % en 1º y 5,0 en 2º);**
- **problemas en forma de diálogo: 2,0 % en el ciclo (4,7 % en 3º y 0 % en 2º y 4º);**
- **problemas con apoyo gráfico: 5,2 % en el ciclo (10 % en 20 y 4,3 % en 1º).**

Se proponen un promedio de 3 a 4 problemas por clase en el ciclo; de ellos el 56,6 % se hace oral, destacándose como es lógico el 1º con 95,7 % y después 3º con un 41,9 %.

Los problemas planteados se toman fundamentalmente del libro de texto o cuaderno de trabajo **(30,3 % en el ciclo con el 50,0 % en 2º y 13,0 % en 1º),** del folleto de investigación **(33,6 % en el ciclo con 39,1 % en 1º y 25,0 % en 2º) o son** elaborados por el maestro**(36,2 % en el ciclo (47,8 % en 1º y 25,0 % en 2º).**

Los problemas son leídos por el maestro en un 56,6% de los casos (fundamentalmente en primero y segundo grados con el 95,7% y 35,0% respectivamente), dictados en un 7,2%, escritos en la pizarra en un 8,6% y entregados en hojas de trabajo en un 1,3%.

Los problemas seleccionados tienen potencialidad para el empleo de la función desarrolladora en los alumnos siempre en un 61,9 % y el resto algunas veces, lo que hace un índice porcentual del 87,3 % en el ciclo, tomando como valores particulares: 91,7 % en 1º y 3º y 66,7 % en 2º.

Se comprobó que existe variedad en los problemas escogidos en cuanto a las distintas estructuras semánticas y significados de las operaciones en un 71,4 % del ciclo, destacándose los grados 1º, 3º y 4º con un 75 %.

De forma integral esta dimensión tiene un nivel de efectividad de 85,7 % en el ciclo, lográndose un balance adecuado en los distintos grados. De manera integral se evalúa el mismo de B: 71,4 %, R: 14,3% y M: 14,3 % en el ciclo.

Desde el punto de vista cualitativo se puede afirmar que se logró una buena variedad de los problemas planteados en cuanto a su sintaxis, significados de las operaciones y estructuras semánticas; los mismos contribuyeron paulatinamente al desarrollo intelectual del escolar; se logró un buen equilibrio entre el planteamiento de los problemas orales y escritos. Sin embargo, en las distintas formas de presentación no se alcanzó similares avances.

Al valorarse la importante dimensión del trabajo con la comprensión **se puede señalar con respecto a la dirección de esta actividad** por parte del maestro **las características siguientes:**

1. **Los** impulsos que ofrece **son oportunos en un 73,8 % en el ciclo (83,3 % en 1º y 50,0 % en 2º); necesarios en un 76,2 % en el ciclo (83,3 % en 1º y 66,7 5 en 2º) y suficientes en un 85,7 % en el ciclo (91,7 % en 1º y 66,7 % en 2º).**
2. **El maestro** solicita explicar las acciones del proceso de comprensión **por parte de los alumnos (en caso que resulte necesario): siempre en un 61,9% y algunas veces en un 38,1 % para un índice porcentual en el ciclo 87,3 (91,7 % en 1º y 4º; 66,7 % en 2º).**
3. **Lo hace siempre** en el orden establecido **en un 71,4 % y algunas veces el 23,8 %, para un índice porcentual del ciclo del 88,7 % (94,4 % en 3º y 83,3 % en 2º).**

4. **Las** acciones más deficientemente tratadas **fueron el empleo de modelos, esquemas, materiales en 3 ocasiones en 1º, la reformulación del problema en 4 ocasiones en 2º, eliminar datos innecesarios en 10 ocasiones en 3º y 4º.**

5. Dirige acertadamente el proceso de autorregulación **de los escolares: siempre 54,8 % y algunas veces 28,6 % en el ciclo para un índice porcentual de: 79,4 (83,3 % en 4º y 66,7 5 en 2º).**

La actuación del alumno **se caracteriza a su vez por:**

1. No demostrar "tendencia a la ejecución": siempre 64,3 % y algunas veces 23,8 % en el ciclo para un índice porcentual de 84,1 (88,9 en 1º y 66,7 en 2º).

2. Exteriorizar las acciones que debe realizar: siempre 83,3 % y algunas veces 16,7 % en el ciclo para un índice porcentual de 61,1 (88,9 % en 2º y 58,3 % en 3º y 4º).

3. Ejecutar las acciones mentales en forma independiente: 29,2 % en el ciclo (34,6 % en 1º y 18,2 % en 2º); con ayuda de sus compañeros: 38,2 % en el ciclo (45,5 % en 2º y 35,7 % en 3º); con ayuda del maestro: 32,6 % en el ciclo (39,2 % en 3º y 23,1 % en 1º).

4. Reformular el problema de manera creadora el 42,9 % en el ciclo (58,3 % en 3º y o % en 2º); medianamente creadora el 28,6 % en el ciclo (50,0 % en 2º y 16,7 en 3º) y de forma reproductiva el 28,5 % en el ciclo (50,0 % en 2º y 25 % en 1º,3º y 4º).

5. En los casos que las primeras acciones le resultaran insuficientes para la comprensión del problema se comprobó que saben utilizar las técnicas de modelación siempre el 54,0 % y algunas veces el 30,3 % en el ciclo para un índice porcentual de 79,8% (83,3 % en 4º y 66,7 % en 2º) y que emplean materiales concretos algunas veces en el 50 % de las clases visitadas en 1º y el 33 % en 2º.

Esta dimensión de trabajo para la comprensión se evalúa integralmente en el ciclo B. 69 %, R: 19 % y M: 12 % para un índice porcentual del 85,7% (88,9% en los grados 1º, 3º y 4º, mientras que en 2º fue del 66,7 %)

Desde el punto de vista cualitativo también se apreció un progresivo perfeccionamiento de las acciones de enseñanza y de aprendizaje, en la medida que el curso avanzaba. El aspecto que costó mayores dificultades para que los escolares lo aprehendieran, fueron las acciones de autorregulación.

Aunque hasta aquí culmina la etapa de orientación, hemos considerado oportuno valorar la trascendencia del trabajo desplegado para que el escolar encuentre la

vía de solución; es por ello que valoramos dos aspectos que consideramos de interés en la primera parte de la etapa ejecutora:

- El proceso seguido para la comprensión del problema contribuyó a que el alumno encontrara la vía de solución: siempre en el 66,6 % y algunas veces 21,4 % en el ciclo para un índice porcentual de 84,9 (88,9 % en 1º y 66,7 % en 2º).
- El maestro solicita justificar las operaciones seleccionadas para resolver los problemas mediante los significados de las operaciones (los mismos valores que en el aspecto anterior).

En resumen, se puede decir que en las observaciones a clases se aprecia en términos generales un equilibrio entre los índices porcentuales de las diferentes dimensiones e indicadores por grados, excepto en 2º donde en la mayoría de las veces estuvo por debajo de las restantes, como se muestra en la siguiente tabla resumen con los índices porcentuales de cada dimensión:

Resumen Observaciones a Clases. Índice Porcentual.					
Dimensiones	**Primero**	Segundo	Tercero	Cuarto	Ciclo
Trabajo con los objetivos	**91,6%**	83,3%	**91,6%**	**91,6%**	**90,5%**
Aseguramiento de condiciones previas	**91,6%**	83,3%	**86,1%**	**91,6%**	**88,7%**
Trabajo con la motivación	**86,1%**	**88,8%**	**86,1%**	**83,3%**	**85,7%**
Planteamiento del problema	**86,1%**	83,3%	**86,1%**	**86,1%**	**85,7%**
Trabajo con la comprensión	**88,9%**	66,7%	**88,9%**	**88,9%**	**85,7%**
Trabajo en la etapa ejecutora	**88,9%**	66,7%	**80,0%**	**83,3%**	**79,8%**

Lo anterior nos permite aseverar que los docentes interpretaron adecuadamente los aspectos básicos de la propuesta y fueron capaces de llevarla al aula.

Revisión de planes de clases

En cumplimiento de una de las sugerencias derivadas de la etapa anterior, se decidió revisar todos los planes de clases de Matemática de los maestros que laboraron en la propuesta. El instrumento utilizado aparece en el anexo 16.

Se revisaron 863 clases de Matemática en el ciclo; de ellas están destinadas al cálculo aritmético 751 para un 87 %; se incluyen al menos un problema en 752 para un 87,1 % y se dedican completas a problemas 154 para un 17,8 %.
En cuanto a las dimensiones del trabajo con los objetivos, el aseguramiento de las condiciones previas y el trabajo con la motivación, en la siguiente tabla se resumen los índices porcentuales alcanzados en total:

Resumen planeamiento de las clases. Índice Porcentual.					
Dimensiones	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Ciclo
Trabajo con los objetivos	**97,3%**	**97,6%**	**96,7%**	**97,5%**	**97,3%**
Aseguramiento de condiciones previas	**91,1%**	63,3%	**87,2%**	**91,7%**	**89,7%**
Trabajo con la motivación	**94,5%**	83,3%	**94,7%**	**92,7%**	**92,5%**

En el trabajo con los objetivos **se comprobó que en un por ciento muy elevado estos se correspondían siempre con lo que debían ser (91,8%) y los problemas planteados siempre se ajustan a esos objetivos en un 94,6 %, lo que indica un trabajo muy bueno en la concepción de los objetivos y en la selección de los problemas que se ajusten a los mismos.**
Por otra parte en las clases planificadas destinadas completamente a la resolución de problemas se hizo énfasis en dos aspectos: el aseguramiento de las condiciones previas y la motivación**.**
En el primer caso, en cada uno de los grados, excepto en el 2do. se observa una elevación gradual de la concepción del aseguramiento de las condiciones previas **de acuerdo a lo orientado. Se comprobó como regularidad, que se tiene previsto revisar algunos contenidos conocidos por los alumnos que sirven de condiciones previas para la clase, teniendo en cuenta, fundamentalmente, las habilidades de cálculo, los significados prácticos de las operaciones y las estructuras semánticas de los problemas y en menor grado las relaciones entre las operaciones y las técnicas de modelación, siendo el 2do. grado donde más bajos resultados se obtiene en todos los indicadores. La forma en que planifican revisar estas condiciones previas es básicamente mediante ejemplos, tanto con números como sin números.**

En cuanto a la motivación, en todos los planeamientos se tiene declarada la forma en que se va a realizar la misma y que esto se ejecutará haciendo énfasis en el propio texto del problema, excepto en segundo grado, o realizando un comentario previo. En pocos casos se plantearon utilizar problemas portadores de información y muy pocos la realizan efectuando una "información general" acerca de lo que se va a realizar. También en esta dimensión se pudo apreciar un mejoramiento progresivo en la medida que el curso avanzaba y resulta significativo que la misma se centre, en sentido general, en el propio texto del problema.

Al analizar la dimensión relacionada con el planteamiento del problema se pudo constatar que la variedad de los problemas escogidos en cuanto a su sintaxis, los distintos significados de las operaciones y las estructuras semánticas se evalúa de R en todos los grados. Desde el punto de vista cualitativo es necesario ampliar en este aspecto. Aunque se observa que en la medida que el curso avanza los docentes perfeccionan esta variedad, todavía no se aprovechan las potencialidades de un mismo problema para explotar diversos significados y estructuras semánticas; lo mismo sucede con algunos sistemas de clases.

En cuanto a la sintaxis, cabe señalar que tampoco se ha logrado superar la redacción que hasta el presente ha prevalecido en los problemas con texto, presentándose en prosa en el 90,3% de los planes revisados y en por cientos inferiores al 10% en forma de versos, trabalenguas, adivinanzas, diálogos. Por otra parte solo el 11,7% de los problemas planificados tenían apoyo gráfico.

Los 1 069 problemas seleccionados para resolver en clases se caracterizan porque el 96,7% responden a las exigencias del grado, con ligero predominio de los problemas orales sobre los escritos, todos con variedad temática que propician las condiciones para contribuir a la formación de la personalidad y son suficientes para el logro de los objetivos del grado, sin embargo, no muchos de ellos contribuyen al desarrollo intelectual de los alumnos.

Por todo lo anterior, el trabajo con el planteamiento del problema se evalúa integralmente de R, básicamente por las limitaciones en las variedades lingüísticas, de significados o estructurales; tampoco se aprecia variedad en la presentación (prevalecen los en prosa de forma tradicional).

Cuando se revisó lo escrito por los docentes para el trabajo con la comprensión**, se verificó que solamente algunas veces se prevé:**

- ✓ **Los posibles impulsos que se puede dar el docente en esta sub-etapa.**
- ✓ **Las solicitudes a los alumnos para que expliquen las acciones a realizar en este caso (si fueran necesarias).**
- ✓ **Cómo darle atención diferenciada a los escolares.**

También se pudo comprobar que de las 639 tareas previstas para la casa relacionadas con el cálculo aritmético se incluyeron 368 problemas, lo que representa el 57,6% del total, destacándose 4º con 71,1% y 1º con 13,6% (este último valor es lógico por las características del grado).

Al valorar de manera integral la calidad de la preparación de las clases por parte de los maestros se pudo llegar a las siguientes conclusiones:

- ❑ **Se incrementó notablemente la cantidad de clases completas de problemas al compararlas con el curso anterior.**
- ❑ **El trabajo con: los objetivos, el aseguramiento de las condiciones previas y la motivación presentan índices altos en su ejecución acorde a lo orientado.**
- ❑ **No obstante, el trabajo con el planteamiento del problema no se evalúa como los anteriores, al considerarse con un nivel promedio, teniendo en cuenta que:**
  - ▪ **La variedad temática se logra en un porcentaje alto, pero no es así en la variedad en la sintaxis, en los significados de las operaciones y en las estructuras semánticas.**
  - ▪ **Predomina el empleo de los problemas en prosa y en estos no se logra un mejor equilibrio entre otras formas que pudieran utilizarse.**
  - ▪ **No todos los problemas son instrumentos que coadyuven a la formación de la personalidad del escolar.**
- ❑ **El trabajo con la comprensión, de acuerdo a lo planeado, se debe valorar como regular, pero al discutir esto con los docentes ellos señalan que no siempre declaran en sus planes de clases todo lo que harán en el aula.**

Por lo tanto, la preparación de las clases acorde con los planes revisados, en términos generales tiene buena calidad, al corresponderse con las distintas dimensiones e indicadores previstas para esta propuesta.

Revisión de libretas de los alumnos

También se decidió revisar las libretas de los alumnos. Los aspectos utilizados como indicadores para realizar este estudio aparecen reflejados en el anexo 17. Se pudo apreciar que los significados de las operaciones y las técnicas de modelación fueron introducidos al formar el concepto de la operación correspondiente y que los mismos se ejecutaban por vía inductiva.

En la siguiente tabla se refleja para qué tipo de estructura semántica los escolares, en los diferentes grados y niveles de aprovechamiento, utilizaron las técnicas de modelación:

	2º GRADO			3º GRADO			4º GRADO		
	AR	MR	BR	AR	MR	BR	AR	MR	BR
Cambio 5 (Co 5)		x	x			x			x
Cambio 6 (Co 6)	x	x	x		x	x			x
Comp. Aditiva 5 (CA 5)			x						
Comp. Aditiva 6 (CA 6)			x						
Igualación 3 (Ig 3)			x						
Igualación 4 (Ig 4)			x						
Igualación 5 (Ig 5)		x	x			x			x
Igualación 6 (Ig 6)	x	x	x		x	x			x

En la misma se ha utilizado la siguiente simbología: AR: alto rendimiento, MR: rendimiento promedio o medio y BR: bajo rendimiento.

De esta tabla se infiere que el grado que más utiliza la modelación es el segundo y que las estructuras que más reclaman su empleo son las de cambio 6 (Co 6) que tiene significado de adición, y las de igualación 6 (Ig 6) con significado de sustracción. Esto puede estar motivado por la disminución del empleo de la técnica en la medida que aumenta el rendimiento del alumno, o por el comienzo tardío del aprendizaje de esta técnica, como sucede en estos alumnos, y la consecuente falta de hábito en su empleo en la solución de problemas.

En el 71,0% de los problemas revisados se aprecia variedad en cuanto a los significados de las operaciones y estructuras semánticas.

Los problemas escritos se caracterizan por su contenido en que: responden a las exigencias del grado en casi todas las libretas revisadas, tienen variedad temática y pueden propiciar a la formación de la personalidad. Solo algunos tienen

variedad en su presentación y contribuyen al desarrollo intelectual de los alumnos.

En sentido general se consideraron suficientes para el logro de los objetivos del grado, contabilizándose 1 184 problemas en estos materiales escolares, con un promedio bastante parejo por niveles de dificultad en los tres grados, correspondiendo 184 a 2º, 523 a 3º y 477 a 4º. Por otra parte, de las 1 588 tareas para la casa relacionadas con el cálculo aritmético, 1066 son problemas aritméticos con promedios similares en los distintos niveles de dificultad.

Se pudo detectar en los mismos 154 errores matemáticos en la solución de los alumnos; de ellos fueron señalados por los docentes 130, desglosado por niveles de dificultad de la siguiente manera: AR: 82,5%; MR: 78,4% y BR: 90,5% en el ciclo. Solamente en 86 de esos errores se hicieron indicaciones precisas para su corrección, lo que se particulariza así: AR: 52,5%, MR: 49,0% y BR: 63,4%. Los errores lingüísticos siempre fueron señalados en 3º y 4º pero en 2º algunas veces.

Al comparar los problemas que aparecen en las libretas de estos tipos de alumnos se determinó que algunas veces no se le da atención a las diferencias individuales.

En resumen, se precisó que los escolares utilizan algunos recursos para comprender los problemas, siendo los más frecuentes la modelación lineal y su empleo depende tanto del tipo de estructura semántica que tiene el problema, como del nivel de rendimiento de los alumnos.

Diagnóstico intermedio

De manera similar a como se hizo en el curso anterior, al inicio del tercer periodo se aplicó un diagnóstico intermedio**, con las mismas características que el utilizado en aquella oportunidad (ver anexo 10). Se utilizó la misma escala valorativa que en el diagnóstico inicial. Los principales resultados se presentan y analizan a continuación y se pueden apreciar en detalles en los anexos 13 y 14.**

En 1º grado los problemas de las estructuras: Cb 1, Co 2 y Co 4 resultaron aprobados el 95,5%, 80,0% y el 44,4% respectivamente. La evaluación integral de este instrumento arrojó un 80,0% de aprobados.

En el 2º grado los problemas de las estructuras: Ig 2, Ig 4 e Ig 5 resultaron aprobados el 80,0%, 50,6% y 86,6% respectivamente, lo cual hace un 82,7% de aprobados de forma integral en este diagnóstico.

En el 3º grado los problemas de las estructuras CA 5, Ig 1 y CM 1 resultaron aprobados el 82,7%, 55,2% y el 93,15 respectivamente de los examinados. La evaluación integral en esta prueba fue de un 82,3% de aprobados.

En el 4º grado los problemas de las estructuras CM´3, Dv 5 y C 1 resultaron aprobados el 85,0%, 75,0% y el 60,0% respectivamente, lo que permitió que un 72,5% de los estudiantes resultaran aprobados de manera integral.

Estos resultados fueron analizados colectivamente con los docentes que participaron en esta validación. Se arribó a las siguientes conclusiones:

- **A los escolares de 1º grado no le resulta fácil la comprensión de la estructura Co 4 (esto coincide con lo obtenido en el curso anterior) a pesar de iniciar el empleo de la técnica de modelación lineal.**
- **Tanto los maestros de 2º como los de 3º grado señalan que a sus alumnos les resulta, al principio, difícil comprender los problemas de igualación y que deben apoyar este trabajo con el empleo de materiales y modelos (también coincide con lo planteado en el curso anterior).**
- **En 4º se pudo comprobar que los problemas de C 1 presentan algunas limitaciones para estos escolares, ya que se confunden al interpretar este tipo de situaciones y precisan de hacer tablas o modelos ramificados para comprenderlos. (En esta oportunidad este resultado no coincide con el del curso anterior; en nuestra opinión esto se debe a que se profundizó en la preparación de los docentes en cuanto a los problemas de divisibilidad).**

3.2.4. Acciones de Evaluación final

En esta etapa se aplicó una prueba pedagógica con carácter de evaluación final**, que nos permitió valorar de forma empírica la efectividad de la propuesta al ser introducida en la práctica escolar. En el anexo 18 se pueden apreciar los distintos instrumentos utilizados al respecto. En esta ocasión se aplicó la misma escala ordinal para evaluar cada problema que la utilizada en los dos diagnósticos anteriores, mientras que para evaluar cada prueba se empleó la siguiente clave:**

a) Contiene 6 ítems (problemas o sub-problemas):

B: al menos 4 con B y los otros dos R ó (B y M)

R: al menos 2 B; 2 R y 2 M y cualquier otra combinación superior a esta.

M: al menos 3 con M.

b) **Contiene 7 ítems (problemas o sub-problemas):**

B: al menos 5 con B y los otros dos R ó (M y M).

R: al menos 3 con B, 2 con R y 2 con M.

M: al menos 3 con M.

Los resultados cuantitativos más significativos de esta se pueden observar detenidamente en los anexos 12 y 13 y que se resumen a continuación.

Evaluación Final 2000-2001	Primer Grado		Segundo Grado		Tercer Grado		Cuarto Grado	
	Tipo	**%**	**Tipo**	**%**	**Tipo**	**%**	**Tipo**	**%**
	Co 3	91,0%	Gl 2	80,0%	R 2	89,6%	Dv 6	95,0%
	CA 1	91,0%	Gl 3	80,0%	Dv 3	82,7%	CM”3	87,5%
	R 1	88,8%	Dv 1	80,0%	CM 2	82,7%	C 2	87,5%
	Cb 2	97,7%	Ig 4	80,0%	Ig 1	93,1%	C 1	90,0%
	Co 4	86,6%	Co 5	73,3%.	CA 6	86,2%	AR 2	87,7%
	CA 3	95,5%	Co 6	73,3%.	Co 6	86,2%	CA 6	87,5%
							P 1	60,0%
Total	91.2%		77,3 %.		89,7%		87,5%	

En sentido general los resultados cuantitativos son superiores al 80,0%, excepto en 2º grado, y de la estructura P 1 en cuarto grado. En cuanto a 2º grado los mismos se corresponden con otros obtenidos con anterioridad que se refieren a la calidad de las clases observadas, la revisión de los planes de clases y de las libretas.

Entrevistas

Después de aplicada la prueba pedagógica final, se realizó una entrevista individual **con algunos estudiantes examinados (ver anexo 19). Se entrevistaron 28 estudiantes (cuatro en cada uno de los siete grupos); de ellos se escogieron al azar dos que hubieran resuelto todos los problemas y dos entre los que presentaron mayores dificultades, tratando que en ambos casos uno fuera de cada sexo.**

La entrevista comprendía dos preguntas que estaban relacionadas con las acciones de regulación y autorregulación y otras dos para valorar las dificultades que habían tenido en los diferentes problemas que se les habían planteado.

Ante la pregunta sobre las acciones que habían seguido para comprender cada uno de los problemas en cada grado, tanto los alumnos que salieron bien como

los que presentaron alguna dificultad se plantearon las mismas que están previstas para cada grado, expresadas en su propio vocabulario y de una manera más limitada en el 1er. grado donde los alumnos que tuvieron dificultades no consideraron el apoyo con esquemas o gráficos y hubo que preguntárselo explícitamente. De igual modo se comporté la situación ante la pregunta sobre sus propias acciones de autocontrol.

Ante la pregunta sobre las dificultades que tuvieron para comprender los problemas, en la tabla siguiente se resumen los tipos de problemas más señalados en cada grado, destacados en negrita **y subrayados, separándolos en los considerados por los alumnos de evaluación Bien y los de más dificultades:**

	Primer Grado		Segundo Grado		Tercer Grado		Cuarto Grado	
	Con Bien	**Con dificultades**	**Con Bien**	**Con dificultades**	**Con Bien**	**Con dificultades**	**Con Bien**	**Con dificultades**
Evaluación Final 2000-2001	Co 3	Co 3	**Gl 2**	Gl 2	**R 2**	**R 2**	**Dv 6**	**Dv 6**
	CA 1	CA 1	**Gl 3**	**Gl 3**	**Dv 3**	Dv 3	**CM"3**	**CM"3**
	R 1	**R 1**	**Dv 1**	Dv 1	**CM 2**	**CM 2**	C 2	C 2
	Cb 2	**Cb 2**	Ig 4	Ig 4	**Ig 1**	**Ig 1**	**C 1**	**C 1**
	Co 4	Co 4	**Co 5**	**Co 5**	**CA 6**	CA 6	**AR 2**	**AR 2**
	CA 3	CA 3	CA 6	CA 6	Co 6	Co 6	**CA 6**	**CA 6**
							P 1	**P 1**
Total	91.2%		77,3 %.		89,7%		87,5%	

Los resultados más significativos fueron los siguientes:

En primer grado **con respecto a las dificultades que tuvieron al responder, los alumnos evaluados de Bien solo plantearon la confusión ante las condiciones dadas, y los que presentaron dificultades plantearon la duda ante** la palabra clave **(sin llamarlas así), el apuro en resolverlos y uno no estaba seguro y por eso no lo hizo. En todos los casos, los estudiantes se percataron de los errores cometidos.**

En segundo grado los alumnos, tanto los de evaluaciones de B como los que tuvieron mayores dificultades, plantearon duda ante las palabras en el texto que indicaban una operación pero que no era la que había que hacer, otro no sabe por qué lo hizo de una manera incorrecta y otro expresó (Dv 1) que se confundió pues oyó duplo en lugar de triplo, por lo que efectuó el producto por 2.

En el tercer grado los alumnos evaluados de B coinciden al señalar que el problema que al inicio le costó cierto trabajo comprender fue el último (CA), ya que tenían que contestar dos preguntas y que en las dos había que pensar bien, pues las palabras "triplo" y "defecto" pueden confundir a cualquiera.

Los alumnos con dificultades no contestaron de una manera muy clara sino repitiendo las operaciones que habían realizado, o explicando que se habían confundido en cuanto a quién era el todo y quiénes las partes, y otros confesaron que no usaron modelos y cuando se les explicó usando los mismos lo pudieron comprender bien. En el caso del último problema ya antes referido, dicen que se guiaron por las palabras "triplo" y "defecto" y no pensaron que debían fijarse en todo lo que decía el texto completo del problema y al leérselos de nuevo descubrieron sus errores y comprendieron lo que debían haber realizado.

En el cuarto grado los cuatro alumnos evaluados de B, tres coinciden que el problema que más trabajo les costó entender fue el quinto (C 2) porque tenía dos preguntas y que en la segunda podía uno equivocarse si se fijaba solo por la palabra "disminución" que da la idea de sustraer cuando debía adicionarse y el otro señaló que fue el último (P 1) pues inicialmente pensaba que debía dividir 8:4 y no era así.

De estas entrevistas se puede inferir que:

- La amplia mayoría de los entrevistados utilizan las acciones de aprendizaje de regulación de forma bastante coincidente con las de la propuesta, tanto los alumnos evaluados de B como los que tenían dificultades.
- Las acciones de autorregulación son menos utilizadas por los escolares de primer grado y no la emplean los que tienen dificultades en este grado.
- A pesar del trabajo correctivo realizado, algunos alumnos (sobre todo los de bajo rendimiento) tienden a confundirse inicialmente al comprender el texto de los problemas, al escuchar las "palabras claves" y no se ha conseguido eliminar totalmente la "tendencia a la ejecución" que ciertos estudiantes aún manifiestan.

Después de informado estos resultados a los docentes que introdujeron en las aulas esta propuesta, se procedió a realizar una entrevista grupal **con estos maestros para conocer sus opiniones y valoraciones sobre la misma. En el anexo 20 se puede observar el instrumento empleado para la realización de esta técnica. Las respuestas generalizadas, por consenso, de los entrevistados se pueden resumir asÍ:**

1.La principal barrera que nos enfrentamos, fue la de nosotros mismos, porque no resulta fácil cambiar nuestros modos de actuación que hemos realizado durante cierto tiempo y que, además, hemos considerado correctos. Por ejemplo, al principio no comprendíamos que resultaba necesario enseñar de una manera explícita los significados de las operaciones con números naturales. Ahora, nos damos cuenta del lamentable error que estábamos enfrascados (aparte del limitado conocimiento que teníamos sobre estos significados).

Tampoco con frecuencia, impartíamos clases completas de problemas. Ahora, nos percatamos de su importancia. Por otra parte, en cursos anteriores y al inicio del presente, nos preocupaba la frecuente tendencia a la ejecución de nuestros alumnos al enfrentarse al problema para darle. Ahora estamos convencidos que la principal causa de esta actuación es la insuficiente orientación que nosotros le ofrecíamos.

En cuanto a las dificultades que hemos encontrado al llevar a nuestras clases la propuesta mencionada, podemos citar:

✓ **Encontrar los contenidos y la forma de asegurar las condiciones previas de la mejor manera posible, en las clases completas de problemas.**

✓ **Elaborar distintas formas de presentación de los problemas, en especial los que son en verso, de manera que se logre un adecuado balance.**

✓ **Hallar la medida justa para dar los impulsos precisos, oportunos, sin excesos, ni defectos, a los alumnos en el proceso de comprensión final de la etapa de orientación, atendiendo las diferencias individuales.**

✓ **La necesidad de incluir algunas estructuras semánticas en el grado que estoy trabajando, cuando debían conocerlas del grado precedente.**

✓ **Los alumnos han presentado algunas limitaciones al ejecutar ciertas acciones en la parte de la comprensión del problema. Entre ellas podemos citar**

eliminar los datos innecesarios, reformular (creadoramente) el problema y utilizar materiales o modelos acordes con la situación dada.

2. Consideramos que la propuesta que hemos introducido en nuestras aulas, reúne todos los requisitos básicos para el logro de los objetivos para lo cual fue concebida. Además, no ha resultado una carga de trabajo para nosotros, todo lo contrario, las indicaciones complementarias que hemos recibido por escrito con el anexo de problemas (para cada grado), así como el documento introductorio común para todo el primer ciclo, nos ayudó mucho en la preparación de nuestras clases y a elaborar otros problemas similares a los allí presentados.

Nos ha llamado mucho la atención la inclusión de las llamadas estructuras semánticas de los problemas para materializar los significados prácticos de las operaciones. Esto nos permitió utilizar variados modelos lingüísticos que enriquecieron la redacción de los problemas. Tampoco debemos dejar de mencionar lo provechoso que nos resultó el empleo de la técnica de modelación para interpretar mejor las relaciones entre lo dado y lo buscado en ciertos problemas.

También resultó útil la recomendación de balancear la cantidad de problemas escritos y orales. Esto propició, no solo resolver una mayor cantidad de problemas, sino que el niño fuera perfeccionando el limitado dominio que tenía de la habilidad de escuchar y, por supuesto, comprender correctamente lo escuchado.

En definitiva, el éxito de la misma lo encontramos en la elevación de la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje, donde hemos percibido como los niños han mejorado mucho en la comprensión del problema, que a su vez ha contribuido decisivamente a encontrar la vía de solución y ejecutarla. Y al mismo tiempo, hemos logrado que los alumnos se sientan motivados para resolver problemas.

3. Opinamos que las potencialidades de esta propuesta se podrán apreciar cuando el niño transite con la misma desde primero hasta cuarto. Si al trabajar con algunas estructuras semánticas se obtuvieron resultados altamente significativos, a pesar del aumento del volumen de contenido, fundamentalmente en los grados 3ero. y 4to, pues debían haberla aprendido en los grados anteriores y que nosotros tuvimos que enseñarlas, ¡qué no se lograría al dosificar

y entrenar de manera progresiva a los niños con los distintos aspectos que conforman la propuesta!

Finalmente los maestros en las conclusiones expresaron su agradecimiento por lo que aprendieron durante el curso y nos desearon éxitos profesionales.

3.2.5 Evaluación de los resultados:

Para valorar la efectividad de la propuesta introducida en la práctica escolar, además de los cálculos porcentuales precedentes, hemos aplicado distintas pruebas estadísticas, utilizando para ello el programa computacional SPSS para Windows, versión 10-2000.

❖ Prueba de Mcnemar para la significación de los cambios de signos (no paramétrica):

Fue utilizada para comparar los resultados alcanzados en las pruebas pedagógicas aplicadas antes **de introducir la propuesta (diagnóstico inicial) y** después **de haberla efectuado (evaluación final). Para ello se evaluó cada estudiante en una** escala ordinal**: A o D (**A **para los estudiantes que obtuvieron calificación de B ó R, o sea fueron aprobados y** D **para los que no aprobaron: M) en cada una de estas pruebas, para que cada individuo fuese empleado como su propio control. En el primer grado se tomo el diagnóstico intermedio y final.**

A continuación se muestra la tabla donde se pueden apreciar los resultados. En cada caso se ha considerado para la significación de los cambios:

- **Si $p \leq 0,05$ es significativo el cambio de menos (–) a más (+)**
- **Si $p \leq 0,01$ es altamente significativo el cambio de menos (–) a más (+).**
- **Si $p > 0,05$ el cambio NO es significativo.**

La hipótesis alternativa utilizada es que los resultados de los alumnos en la evaluación final son superiores a los del diagnóstico inicial.

Significación de los cambios entre el diagnóstico inicial y la evaluación final. Prueba Mcnemar para la significación de los cambios de signos (no paramétrica)				
	Conservan su categoría	Aumentan de categoría	Probabilidad	Significación
1er. Grado (31)	7	22	P=0,000105<0,01	Muy alto
2do. Grado (15)	9	4	P=0,683091>0,05	No es significativo
3er. Grado (31)	7	22	P=0,000008<0,01	Muy alto
4to. Grado (40)	25	15	P=0,000301<0,01	Muy alto

Como se puede apreciar los cambios fueron altamente significativos en todos los grados, excepto en segundo. Esto indica que en los grados primero, tercero y cuarto se puede afirmar con un nivel de confiabilidad del 99 %, que los resultados finales son significativamente muy superiores, desde el punto de vista estadístico, a los del diagnóstico, mientras que en el segundo grado no se puede rechazar la hipótesis de que los resultados son iguales. No obstante, téngase en cuenta que la cantidad de alumnos de este grado es inferior al 50% de las matrículas de los restantes y que en el mismo, solamente ocurrieron dos **cambios desfavorables de más a menos, o sea de A a D, y** tres **no cambiaron su categoría negativa de D. Por otra parte,** seis **escolares se mantuvieron dentro de la categoría positiva A y** cuatro **mejoraron su desaprobado inicial por un aprobado final. Por tanto, el 67% de los escolares de este grado o mejoraron su categoría inicial negativa o conservaron su calificación de A.**

- Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon (no paramétrica):

Al aplicar las pruebas pedagógicas intermedias **a los escolares donde se introdujo la propuesta didáctica, nos percatamos que de los tres problemas incluidos en cada test para cada grado de este ciclo, uno de ellos presentaban resultados** desfavorables **al compararlos con los otros dos, y que a su vez estos se correspondían con ciertas estructuras semánticas: C4 para 1er. grado, Ig4 para 2do., Ig 1 para 3ero. y C1 para 4to. Es por ello que se decidió esmerar el** tratamiento didáctico **de los problemas aritméticos que están asociados a estas estructuras durante el tiempo que restaba para culminar el curso escolar y después se incluyeron nuevamente problemas similares a los que los escolares presentaron dificultades con estas mismas estructuras semánticas, para poder valorar si el trabajo correctivo utilizado, fue o no efectivo. Para comparar los resultados de ambas pruebas hemos decidido emplear esta prueba. Para ello se tomó la escala** ordinal **M = 1; R = 2 y B = 3. En el anexo 21 se pueden observar los resultados de esta prueba en los cuatro grados.**

Aquí se tuvo en cuenta que entre los resultados alcanzados entre el diagnóstico intermedio **y el** final **en cierta estructura semántica:**

- **Existe diferencia significativa si $p \leq 0,05$**

- **Existe diferencia** altamente **si p ≤ 0,01**
- **No existe diferencia significativa si p>0,05**

Nuevamente se aprecia que en los grados 1ero., 4to. y 3ero. (en ese orden) existen diferencias altamente significativas entre el diagnóstico intermedio y el final, en cuanto a las tres estructuras semánticas que fueron objeto de repetición en ambos tests, a favor de la prueba final. Esto puede significar que el tratamiento utilizado fue efectivo. Sin embargo, en 2do. grado no existen diferencias significativas entre los resultados de ambas pruebas ya que p = 0,317>0,05.

❖ Pruebas de coeficientes de correlación:

Estas pruebas se utilizaron para comprobar la existencia de correlación entre las cinco dimensiones que hemos utilizado para evaluar el estado de los resultados en la fase de orientación con lo observado en las visitas a clases, la revisión de los planes de dichas clases y la revisión de las libretas de los alumnos. Estos tres últimos elementos fueron tomados como "variables", mientras que se tomaron como "sujetos" los siete grupos escolares donde se introdujo la propuesta didáctica.

A continuación detallaremos las pruebas de este tipo aplicadas, con sus correspondientes valoraciones de sus resultados:

a) Correlación entre las observaciones a clases y la revisión de los planeamientos

Resulta de interés conocer la relación existente entre los resultados obtenidos en las 42 clases visitadas y los planeamientos de las mismas, elaborados por los maestros. Como la información obtenida de ambas variables pudo ser medida de diferentes maneras, fue posible utilizar dos pruebas distintas que permitieran contrastar ambos resultados: Prueba de Pearson (paramétrica) **tomando los datos en una escala** continua **(valores porcentuales) y de** Spearman (no paramétrica**) estableciendo una escala** ordinal **de B = 3, R = 2 y M = 1**. **En ambos casos se hizo corrección con ligaduras al repetirse los valores de algunas variables. Los resultados en detalles de las mismas se pueden observar en el anexo No. 22.**

En cuanto al trabajo con los objetivos **el coeficiente de correlación en ambas pruebas es** positivo **(0,989 y 0,884 respectivamente). Esto nos indica que existe una estrecha concordancia entre ambas variables analizadas. Es decir, que en los planeamientos de los maestros se prevée una orientación hacia el cumplimiento**

de los objetivos en estrecha correspondencia con lo que se ejecuta en las clases observadas.

El trabajo con el aseguramiento de las condiciones previas (ACP), **muestra en ambos casos un coeficiente alto de correlación** positivo **(0,996 y 1,000), lo que revela la existencia de una estrecha e intensa concordancia entre ambas variables analizadas. O sea, que los maestros ejecutaron un ACP en las clases observadas con una fuerte correspondencia con lo previsto en los planes de clases.**

Al comparar los coeficientes de correlación en el trabajo con la motivación **nos percatamos que ambos son** positivos **(0,995 y 1,000). Aquí también se aprecia una fuerte e intensa concordancia entre ambas variables. Esto se puede interpretar como que lo planificado en las clases y lo ejecutado en el aula en cuanto a la motivación guardan una estrecha relación.**

Los coeficientes de correlación en el trabajo con el planteamiento del problema **en ambas pruebas son** positivos **(0,998 y 1,000). Teniendo en cuenta que estos valores están muy próximos o son iguales a 1, podemos afirmar que la concordancia entre ambas variables es muy intensa y fuerte. Esto quiere decir, que existe estrecha correspondencia entre lo previsto en los planes de clases y lo observado en el aula en cuanto al planteamiento del problema.**

En el trabajo con la comprensión **los coeficientes de correlación son** altos **en valor absoluto y** positivos **(0,997 y 1,000). Esto manifiesta una estrecha e intensa concordancia entre lo planificado y lo ejecutado en el aula en esta dimensión.**

Resumiendo podemos plantear que en los cinco aspectos analizados se aprecia una estrecha correspondencia entre las clases observadas y los planes de las mismas. En todos los casos el nivel de significación es de 0,01.

b) Correlación entre las observaciones a clases y las revisiones de libretas:

Por otra parte, para comparar la relación existente entre las 42 clases observadas y las revisiones de las libretas de los alumnos de acuerdo con las notas tomadas por los niños en el desarrollo de estas clases, se aplicó la prueba no paramétrica de coeficientes de Spearman utilizando la misma escala ordinal anterior.

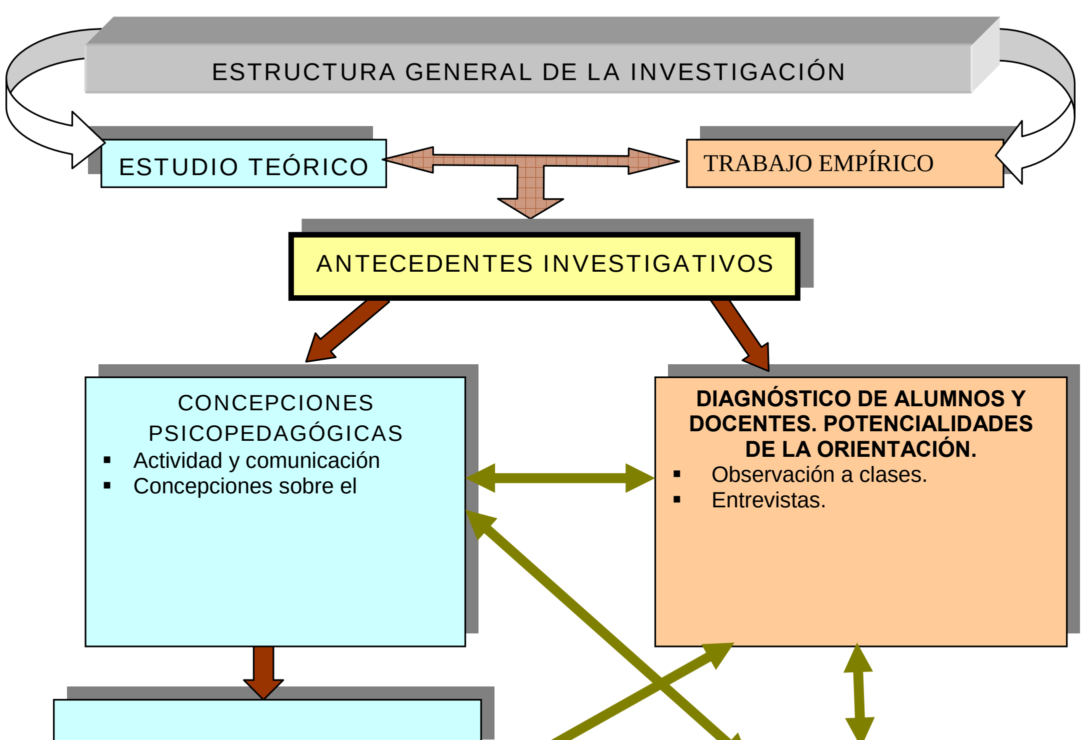
Teniendo en cuenta, que por las propias características de la etapa de orientación solamente fue posible medir la dimensión relacionada con el trabajo con el planteamiento del problema.

En el anexo No. 23 se puede observar en detalles los resultados de este estudio por cada uno de los grados y en general en el ciclo. Allí se puede apreciar que en todos los casos el coeficiente de correlación es positivo; en tres grados 1ero., 3ero. y 4to., el nivel de significación está al nivel de 0,01, mientras que en 2do. es de 0,05. En general, en el ciclo el coeficiente es de 0,882.

Lo anterior refleja que existe una estrecha concordancia y una fuerte relación entre las variables comparadas, que se puede traducir en el sentido de que existe un alto nivel de correspondencia entre lo orientado por el maestro durante el desarrollo de las clases observadas, en lo relativo al planteamiento de los problemas, y lo ejecutado por los escolares y plasmado en sus libretas.

Conclusiones del capítulo:

- **La realización del** estudio exploratorio **en la primera etapa de intervención en la práctica permitió determinar el nivel de asequibilidad de la propuesta por parte de los escolares para los cuales fue prevista y, además, valorar su efectividad en el proceso de enseñanza aprendizaje mediante los criterios de los docentes que la introdujeron en el mismo. Este trabajo contribuyó a puntualizar los aspectos a favor y en contra de la misma a los efectos de la investigación.**
- **La segunda etapa de intervención en la práctica, permitió valorar con un mayor nivel de rigurosidad la efectividad de la misma, mediante el empleo de diversas técnicas e instrumentos investigativos que le dieron confiabilidad a los resultados a los que se arribaron.**
- **La** evaluación de los resultados **obtenidos en ambos procesos de intervención en la práctica, permitió elaborar la versión definitiva de la propuesta, que unido al fundamento teórico de la misma y apoyado en el trabajo de diagnóstico desplegado, nos conduce a poder afirmar que dicha propuesta es efectiva para perfeccionar la etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la escuela primaria, en las condiciones en que esta fue aplicada.**


ESTRUCTURA GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN
ESTUDIO TEÓRICO
TRABAJO EMPÍRICO
ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS
CONCEPCIONES PSICOPEDAGÓGICAS
Actividad y comunicación
Concepciones sobre el
DIAGNÓSTICO DE ALUMNOS Y DOCENTES. POTENCIALIDADES DE LA ORIENTACIÓN.
Observación a clases.
Entrevistas.

CONCLUSIONES:

El desarrollo del proceso investigativo llevado a cabo en esta tesis nos permitió arribar a las siguientes conclusiones:

1. Existen serias limitaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la solución de problemas aritméticos con texto, motivadas fundamentalmente por el pobre tratamiento de la etapa de orientación, lo que ha estado condicionado por:
   - La no inclusión de manera explícita del trabajo en esta etapa en la mayor parte de los documentos normativos de la enseñanza primaria.
   - El pobre conocimiento de los docentes sobre el tratamiento teórico y práctico de esta etapa para la solución de los problemas considerados, en especial lo relativo a los significados de las operaciones y de las estructuras semánticas de este tipo de problemas.

- La falta de información escrita sobre el trabajo con esta etapa, particularmente la relativa al tratamiento de los problemas aritméticos con texto.

2. Es conveniente estructurar la etapa de orientación, para que favorezca la comprensión de los problemas aritméticos con texto en los escolares primarios del primer ciclo, teniendo en cuenta: el **aseguramiento de las condiciones previas** (incluyendo los significados de las operaciones y algunas técnicas), **la motivación**, **el planteamiento del problema** (considerando las distintas estructuras semánticas, entre otros aspectos) y **acciones de regulación y autorregulación.** Estos aspectos aparecen detallados en la propuesta didáctica que se ha diseñado para darle cumplimiento al objetivo central de esta tesis.

3. Los resultados favorables obtenidos en la introducción de la misma en la práctica escolar nos permite afirmar que su empleo en la docencia, en condiciones similares a las que se desarrolló esta investigación, favorece a un mejor desarrollo de la etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos con texto en los escolares primarios del primer ciclo de la escuela primaria, de manera que puedan enfrentar en mejores condiciones la etapa de ejecución de los mismos.

RECOMENDACIONES:

1. Que se analice la posibilidad de utilizar la propuesta didáctica para el perfeccionamiento de la etapa de orientación. Pudiera ser utilizada en el primer ciclo de la escuela primaria en todo el país, teniendo en cuenta que:

- La mayoría de los aspectos que contiene, no son abordados en la actualidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la solución de los problemas aritméticos con textos en nuestras escuelas primarias.
- Se ha demostrado, tanto teórica como práctica, que son favorables para mejorar la comprensión de este tipo de problemas
- Ha sido elaborada con un buen nivel de generalidad.

Las instancias pertinentes del MINED pueden valorar la conveniencia de su aplicación en todo el territorio nacional, mediante el empleo de los recursos informáticos que se han introducido en todas las escuelas primarias de nuestra Patria, al hacerles llegar el CD (disco compacto) que se adjunta como anexo en esta tesis.

2. **Para determinar el efecto más completo en los escolares del primer ciclo y lograr la continuidad deseada en el proceso de enseñanza-aprendizaje, esta propuesta:**
   - **Debe validarse con mayor amplitud y llevarse a la práctica con los mismos escolares que transitan en el primer ciclo, de 1ero. a 4to. grados.**
   - **Puede servir de referencia para concepción y ejecución de otros trabajos investigativos que le dan continuidad en el segundo ciclo de la escuela primaria.**

3. **Existen algunas interrogantes que no fue posible abordarlas en este proceso investigativo y que pudieran ser tratados en futuras investigaciones, tales como:**

- **¿Qué relación existe entre la etapa de orientación y las posibles estrategias de solución que pudieran seguir los escolares para encontrar la vía de solución del problema a resolver?**
- **¿Cómo influye la introducción en la docencia de los significados de las operaciones aritméticas con números naturales y las estructuras semánticas de los problemas aritméticos con texto, en el proceso de lecto-comprensión en los escolares de primaria?**
- **¿Cómo perfeccionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la formulación de problemas aritméticos en la escuela primaria, al tener en cuenta la propuesta didáctica que en esta tesis se ha introducido, en especial las estructuras semánticas para este tipo de problemas?**
- **¿Cuál sería la repercusión que tendría en esta propuesta, la introducción de aspectos lúdricos y/o la enseñanza en pequeños grupos?**

BIBLIOGRAFÍA:

1. Aguilar, M. (1996): “Diseño y aplicación de un programa instruccional de resolución de problemas aritméticos. Tesis Doctoral. Departamento de Psicología, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Psicología de la Universidad de Cádiz (editada en soporte magnético).
2. Aguilar, M. [et al] (1998): “Las dificultades en la resolución de problemas aritméticos al iniciarse el segundo ciclo de la Educación Primaria”, II Congreso Iberoamericano de Psicología, Madrid, INTERNET.
3. Alanís, J.J. (1995): “El papel de los significados en la solución de problemas aritméticos en la escuela primaria”, Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Guerrero, México.
4. Álvarez de Zayas, C. (1995): “La escuela en la vida”, Editorial “Félix Varela”, La Habana.
5. Álvarez de Zayas, C. (1996): “Epistemología”, ENPES, La Habana.
6. Álvarez de Zayas, C. (1996): “Hacia una escuela de excelencia”, Editorial Academia, La Habana.
7. Arnal, J., D. del Rincón y A. Latorre (1992): “Investigación educativa: fundamentos y metodología”, Editorial Labor S.A., Barcelona.
8. Ballester, Sergio [et al] (1992): “Metodología de la Enseñanza de la Matemática” (tomo 1), Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
9. Bates, W.W. [et al] (1981): “Mathways 4”, Copp Clark Pitman, Toronto, Canadá.
10. Bebout. H.C.(1990): “Children´s symbolic representation of addition and subtraction word problems”. Journal for Research in Mathematics Education, 21, p.123-131, EEUU..
11. Bell, A.G. ,B. Greer, I. Grimison y C. Mangan (1989): “Children’s performance on multiplicative word problems: elements of a descriptive theory ”.Journal for Research in Mathematics Education, 20, 5. p.434-449, EEUU.

12. Bello, M. [et al] (1991): “Matemática 4” (Cuaderno de trabajo), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.
13. Bermúdez, Rogelio y M. Rodríguez (1996): “Teoría y metodología del aprendizaje”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
14. Bernaza, Guillermo [et al] (1997): “Orientar una necesidad del aprendizaje”, Pedagogía ´97, C. Habana, (manuscrito).
15. Bernaza, G y C. Douglas (2000): “Orientar para un aprendizaje significativo”, Revista “Avanzada”, No. 8, Universidad Medellín, p. 9-17, Colombia.
16. Best, J.W. (1969): “Cómo investigar en Educación”, Ediciones Morata S.A. Madrid.
17. Blanco, Ivonne [et al] (1980): “Curso de Lingüística General”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.
18. Bloomfield, L. (1933): “Language”, Holt, Rinchart and Winston, New York.
19. Bozhovich, L.I. (1981): “La personalidad y su formación en la edad infantil”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
20. Bruner, Jerome, J. Goodman y G. Austin (1956): “A study of Thinking”, Wiley and Son, New York.
21. Bunge, M. (1972): “La investigación científica”, Editorial Ciencias Sociales, La Habana.
22. Burillo Juan J. [et al] (1984): “¿Cómo investigar en el aula?”, Revista “La escuela en acción”, No. 10.450, dic., p. 22-24, Madrid.
23. Butzke, H. , J. Sieber y A. Wolf (1972): “Matemática 2” (Libro de texto para 2do. grado), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.
24. Butzke, H. y J. Sieber (1975): “Matemática 1” (Libro de texto para 1er. grado), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.
25. Calviño, Manuel (2000): “Orientación Psicológica: esquema referencial de alternativa múltiple”, Editorial Científico Técnica, La Habana.
26. Campistrous, L y C. Rizo (1996): “Informe de Investigación del Grupo “Aprende a resolver problemas aritméticos”, ICCP, C. Habana.
27. Campistrous, L. y C. Rizo (1996): “Aprende a resolver problemas aritméticos”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.
28. Campistrous, L y C. Rizo (1998): “Indicadores e investigación educativa”, material impreso, C. Habana.
29. Campistrous, L. (1999): “Didáctica y resolución de problemas”, Pedagogía `99, C. Habana,
30. Campistrous, L. y C. Rizo (1999): “Estrategias de resolución de problemas en la escuela”, Revista Latinoamericana de Investigación Matemática Educativa (RELIME), Vol. 2, Núm. 3, Nov. p. 31-45, México.
31. Camps, María T., Asunción Viñas (1980): “Matemática 2”, Casals de Edición y Librería, Caspe 79, Barcelona (13).

32. Caparros, Gérard, Jean Mariani y Gilbert, Kosina (1976): “La mathématique au C.E. 1 et 2”, Collection Gerard Caparrros, Bordas, Paris.
33. Capella, Jorge y Guillermo Sánchez (1999) “Aprendizaje y constructivismo”, Ediciones Massey and Vanier, Lima, Perú.
34. Capote, M. (1996): “Situación actual de la resolución y formulación de problemas por los escolares de primaria en la provincia de Pinar del Río”, impresión ligera, Instituto Superior Pedagógico , P. del Río.
35. Capote, M. (1999): “Análisis de las estructuras semánticas de los problemas aritméticos de adición y sustracción del programa de primer grado en la escuela primaria cubana”, Pedagogía ´99, C. Habana.
36. Capote, M. (2001): “Propuesta didáctica para la comprensión de los problemas aritméticos con texto en los escolares primarios del primer ciclo”, Evento provincial Pedagogía 2001, Pinar del Río.
37. Capote, M. (2002): “La etapa de orientación en la resolución de problemas aritméticos” CD editado por el II Congreso Internacional de Didáctica de las Ciencias, C. Habana.
38. Capote, M. (2002), “La etapa de orientación en la resolución de problemas aritméticos” Revista Eléctrónica “Avances”, CITMA, Vol. 3, No. 2. P. del Río.
39. Capote, M. (2002), “Las estructuras semánticas para los problemas de multiplicación o división” Material impreso por el Instituto Superior Pedagógico “Rafael M. de Mendive”, P. del Río.
40. Capote, M. (2002), “Los significados prácticos de las operaciones aritméticas con números naturales” artículo aceptado para su publicación en la Revista Iberoamericana de Pedagogía “Desafío Escolar”, C. Habana.
41. Carpenter, T. [et al] (1981): “Problem Structure and first-grade children´s initial solution processes for simple addition and subtraction problems”, Journal for Research in Mathematics Education, 11,. 1, p. 27-39, EEUU.
42. Carpenter, T.P. y J.M. Moser (1984): “The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three”, Journal for Research in Mathematics Education, 15, 3, p. 179-202, EEUU.
43. Carpenter,T.P.,J.M.Moser y H.C. Bebout (1988). “Representation of Addition and Subtraction Word Problems”. Journal for Research in Mathematics Education, 19, 4. p.345-357, EEUU.
44. Carraher, T.N., D.W. Carraher & A.D. Schliemann (1987): “Written and oral mathematics”, Journal for Research in Mathematics Education,. 18,. 2, p. 83-97, EEUU.
45. Cascon M. Eugenio (1994): “Análisis lingüístico de textos”, EDINUMEN, Madrid.
46. Castellanos, Doris (1999): “El aprendizaje desarrollador y sus dimensiones”, Centro de Estudios Educacionales, Material impreso, Instituto Superior Pedagógico “Enrique J. Varona”, C. Habana.

47. Castro Martinez, E.(1991). “Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa”. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Granada. España. (soporte magnético).

48. Castro Martinez, E.,I.Rico,.y F.Gil, (1992): “Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos”.Enseñanza de las Ciencias, 10, 3. p.243-253, España.

49. Christov, C. & G. Philippou (1998): “The developmental nature of ability to solve one-step word problems”, Journal for Research in Mathematics Education, 29,. 4, p. 436-442, EEUU.

50. Cummins,D.D.,W.Kintsch, K,Reusser y Weimer, R. (1988): “The role of understanding in solving word problems ”.Cognitive Psychology, 20. p.405-438, EEUU.

51. Curran, John (1995): “Gender differences in primary school problem solving”, Mathematics Competitions, 8, 2, , p. 15-20, Australia.

52. Davidov, V.V. (1978): “Tipos de generalización en la enseñanza”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

53. Davidov, V.V.(1988): “La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico”, Editorial Progreso, Moscú.

54. Davidson, L.J. [et al] (1987): “Problemas de Matemática Elemental 1”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

55. De Corte, E. y L. Verschaffel (1987): “The effect of Semantic Structure in first grade´s strategies for solving addition and subtraction word problems”, Journal for Reasearch in Mathematics Education, 18, 5, p. 363-381, EEUU.

56. De Corte, E. y L. Verschaffel:(1987): “Using retelling data to study young children’s word problem solving ”,EN SLOBODA y ROGERS (comp.), *Cognitive processes in Mathematics*, New York. Oxford University Press. p.42-59.

57. De Galina Mingot, T. (1988) “Pequeño Larousse de Ciencia y Técnica, Editorial Ciencia y Técnica, La Habana.

58. De Toro, Miguel (1968): “Pequeño Larousse Ilustrado”, Ediciones Revolucionaria, La Habana.

59. Eiller, R. [et al] (1978): “Math et calcul”, cycle élémentaire, 1re. Année, Hachette, Paris.

60. Eiller, R., Ravenel y R. Rabéenle (1980). “Math et calcul”, cycle moyen, 1re. Année, Hachette, Paris.

61. Enciclopedia Microsoft, Encarta 2001.

62. Escalona, Dulce M. (1948): “Metodología de la Aritmética”, material mecanografiado, La Habana.

63. Escalona, Dulce M. (1954): “Aprende a contar”, Cuaderno Primero, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.

64. Escalona, Dulce M. (1954): “Aprende a sumar”, Cuaderno Segundo, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.

65. Escalona, Dulce M. (1957): “Aprende Aritmética”, Cuaderno Quinto, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.
66. Escalona, Dulce M. (1957): “Aprende Aritmética”, Cuaderno Tercero, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.
67. Escalona, Dulce M. (1958): “Aprende Aritmética”, Cuaderno Sexto, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.
68. Escalona, Dulce M. (1959): “Aprende Aritmética , Cuarto grado”, Imprenta Nacional de Cuba, La Habana.
69. Figueroa, Max (1986): “La dimensión lingüística del hombre”, Editorial de Ciencias Sociales, La Habana.
70. Fischbein, E., M. Deri , M.S Nello y M.S Marino, (1985): “The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division”. Journal for Research in Mathematics Education ,16, p.3-17, EEUU.
71. Folch, Marina T. (2001): “Consideraciones sobre las tareas de aprendizaje del alumnado; La resolución de problemas aritméticos en la etapa 6-12 años”, INTERNET.
72. Fridman, L.M. (1977): “Análisis lógico-psicológicos de los problemas docentes”, Editorial Pedagógica, Moscú.
73. Fuson, K. y G.B Willis.(1989): “Second graders’ use of schematic drawings in solving addition and subtraction word problems”, Journal of Educational Psychology, 81, p.514-520, EEUU..
74. Gagné, Ellen D. (1991): “La Psicología Cognitiva del aprendizaje escolar”, Visor Distribuciones, S.A., España.
75. Galperin, P. YA. (1982): “Introducción a la Psicología”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.
76. García Hoz, Víctor (1982): “La orientación, quehacer pedagógico”, Revista de Educación No. 270, may-.ag. p. 7-22, España.
77. García, Delfina [et al] (1995): “La enseñanza de la lengua materna en la escuela primaria” (primera parte), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.
78. García, Luis E., Tomás García y José. González (1984): “Azimut, Matemática 3º”, EGB, Ediciones Anaya S.A. Madrid.
79. García, Luis E., Tomás García y José. González (1984): “Azimut, Matemática 3º”, (Libro del Profesor) EGB, Ediciones Anaya S.A. Madrid.
80. García, Pilar [et al] (1993): “Cuadernos de práctica” (Matemática 3) , Santillana S.A., Madrid.
81. García, Pilar [et al] (1993): Matemática 3 , Santillana S.A., Madrid.
82. García, Pilar [et al] (1993): Matemática 4 , Santillana S.A., Madrid.
83. Gárrulo, Carlos [et al] (1988): “Matemática 4” EGM, Ciclo medio, EDEBÉ, Madrid.
84. Geissler, E. (1971): “Matemática 3” (Guía para el maestro), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

85. Geissler, E. (1971): “Matemática 4” (Guía para el maestro), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

86. Geissler, E. [et al] (1978): “Metodología de la Enseñanza de la Matemática“ (De 1ero. a 4to. grados), Tercera Parte, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

87. Geissler, E. [et al] (1979): “Metodología de la Enseñanza de la Matemática“ (De 1ero. a 4to. grados), Primera Parte, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

88. Geissler, E., J. Sieber y A. Wolf (1970): “Matemática 3” (Libro de texto para 3er. Grado), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

89. Gil, José [et al] (1992): Cuaderno de práctica 2 (Matemática), Santillana S.A., Madrid.

90. Gil, José [et al] (1992): “Matemática 2” (La calle y los oficios), Santillana S.A., Madrid.

91. Gil, José [et al] (1992): “Matemática 2” (La casa), Santillana S.A., Madrid.

92. González, Daniel (2001): “La superación de los maestros `primarios en la formulación de problemas matemáticos”, Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico “Enrique J. Varona”, C. Habana.

93. González, Fernando: (1985): Psicología de la personalidad”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

94. González, Fernando (1989): “Psicología: Principios y categorías”, Editorial Ciencias Sociales, La Habana.

95. González, Julio A. (2001): “Comprensión de problemas aritméticos: una comparación entre alumnos con y sin éxito en la resolución de problemas”, INTERNET.

96. González, Otmara [et al] (1996): “Tendencias pedagógicas contemporáneas”, Editores e Impresores S.A., Ibagué, Colombia.

97. González, R y E.M. Fors (1989): “Metodología de la enseñanza del Español” (primera parte), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

98. González, Viviana [et al] (1995): “Psicología para educadores”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

99. Greer, B. (1992):“Multiplication and Division as models of Situation”. EN *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York. D.A. Grouws. McMillan. p.276-295.

100. Heffe, P.R. Lédé, B. Constans (1980): “Logique et Calcul: activités mathématiques2, Cycle moyen, 1re. Année, Editions Fernand Nathan, Paris.

101. Heffe, P.R. Lédé, B. Constans (1981): “Logique et Calcul: activités mathématiques2, Cycle moyen, 2e. Année, Editions Fernand Nathan, Paris.

102. Hegarty,M., R.E Mayer y C Green.(1992): “Comprehension of Arithmetic Word Problems: Evidence From Students’ Eye Fixations”. Journal of Educational Psychology, 84,1. p.76-84, EEUU.

103. Heller,J.I. y J.G Greeno. (1978): “Semantic processing of arithmetic word problem solving ”. Informe presentado a la reunión anual de la Asociación Psicológica del Medio Oeste. Chicago.

104. Hernández, F. [et al] (1995): “Introducción al proceso de investigación en Educación”, Promociones y Publicaciones Universitaria A.A., Barcelona.

105. Jerman, M y R. Rees (1971): “Predicting the Relative Difficulty of Verbal Arithmetic Problems”, Educational Studies in Mathematics No 4, p. 306-323, Holanda.

106. Jerman, M. & M. Sandord (1974): “Linguistic and computational variables in problem solving in elementary mathematics” , Educational Studies In Mathematics, Vl. 5, No. 3, , p. 317-362, Holanda.

107. Jiménez, C. y Ramón E. Muñoz (2001): “La comprensión del texto en la enseñanza de los problemas rutinarios en la Matemática”, EN *VII Simposio Internacional de Comunicación Social*, Centro de Lingüística Aplicada y Editorial Academia, Cuba, p. 324-327.

108. Jung, Werner (1978): “Conferencias sobre Metodología de Enseñanza de la Matemática 1”. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

109. Jung, Werner (1979): “Conferencias sobre Metodología de Enseñanza de la Matemática 2”(primera parte). Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

110. Jungk, Werner (1981): “Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2” (Segunda parte), Editorial de Libros para la Educación, C. Habana, 1981.

111. Junquera, José (1969): “Didáctica del Cálculo”, Editorial Labor S.A., Barcelona.

112. Kouba,V.L. (1989): “Children’s solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems”. Journal for Research in Mathematics Education, 20, 2. p.147-158, EEUU.

113. Kovács, Ferenc (1981): “Linguistic structure and linguistic laws”, Akadémiai Kiadó, Budapest.

114. Labarrere, A. (1987): “Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas” matemáticos en la escuela primaria”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

115. Labarrere, A. (1988): “Cómo enseñar a los alumnos de primaria resolver problemas”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

116. Labarrere, A. (1988) “La solución y la formulación de problemas como forma de contribuir al desarrollo de habilidades y al pensamiento matemático”, material mimeografiado, La Habana.

117. Labarrere, A. (1995): “Tendencia a la ejecución: ¿qué es, por qué surge y cómo se elimina”. EN Temas de Psicología Pedagógica para maestros, No. 4. Pp.32-37, C. Habana.

118. Labarrere, A. (1996): “Pensamiento: Análisis y autorregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

119. Leedy, Paul D. (1992): “Practical reserarch: planning and design”, Macmillan Publishing Co., EEUU.

120. Lenin, V.I. (1983): “Materialismo y empiriocriticismo”, Obras completas, Tomo 18, Editorial Progreso, Moscú.

121. Leontiev, Alexei N. (1981): “Actividad, conciencia y personalidad”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

122. Lester, F. (1985): “Research on Mathematical Problem Solving”, Indiana University Press, EEUU,

123. Liublinshaia, A.A. (1981): “Psicología Infantil”, Editorial Libros para la Educación, La Habana.

124. Llivina, M. (1999): “Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos”, Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico, “Enrique José Varona,”, C. Habana.

125. Llivina, M. [et al], (2000): “Un sistema básico de competencias matemáticas”, Centro de Estudios Educacionales, Material impreso, Instituto Superior Pedagógico “Enrique J. Varona”, C. Habana.

126. López, Josefina (1989): “La orientación como parte de la actividad cognoscitiva de los escolares”, EN *Temas de Psicología Pedagógica para maestros II*, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

127. López, Josefina [et al] (1996): “El carácter científico de la Pedagogía en Cuba, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

128. López, Josefina [et al] (2000): “Fundamentos de la Educación”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

129. López, M., D. Corrales y C. Pérez (1977): “La dirección de la actividad cognoscitiva”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

130. Lozada de Montes de Oca, Ana. (1994): “Análisis de los problemas aritméticos y procesos de solución presentados en el programa instruccional y en algunos textos de matemática a nivel de primer grado”, Revista Enseñanza de la Matemática, Vol, 3, No. 2, p. 63-72, Venezuela.

131. Lyons, John (1973): “Introducción a la lingüística teórica”, Segunda edición corregida, Teide, Barcelona.

132. Machó, Andrés (1977): “Matemática 3”, EGB, Editorial Miñón S.S. Valladolid, España.

133. Majmutov, M.I. (1983): “La enseñanza problémica”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

134. Martí, José (1963): “Obras completas”, Tomo VI, Editorial Nacional de Cuba, La Habana.

135. Martí, José (1963): “Obras completas”, Tomo X, Editorial Nacional de Cuba, La Habana.

136. Martí, José (1963): “Obras completas”, Tomo XI, Editorial Nacional de Cuba, La Habana.

137. Martínez, J., M. Aguilar y J.I. Navarro (2001): "Los problemas matemáticos en la Educación Primaria", Servicios de Publicaciones Universidad de Cádiz, España, (libro electrónico).

138. MINED (1988): "Programa 1er. Grado", Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

139. MINED (1989): "Programa 2do. Grado", Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

140. MINED (1990): "Orientaciones Metodológicas" (Cuarto grado), material impreso, C. Habana.

141. MINED (1990): "Programa 3er. Grado", Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

142. MINED (1991): "Programa 4to. Grado", material impreso, C. Habana.

143. MINED (1997): "Programa Director de Matemática", material impreso, La Habana.

144. Ministerio de Educación: (1989): "Sembrador", Texto Escolar básico, Segundo grado, Lima, Perú.

145. Morales, R.V., V.J Shute y J.W. Pellegrino. (1985): "Developmental differences in understanding and solving simple mathematics word problems ".Cognition and Instruction, 2. p.41-57, EEUU.

146. Morenza, Liliana M. (1997): "Psicología Cognitiva Contemporánea y representaciones mentales. Algunas aplicaciones al aprendizaje", Pedagogía ´97, C. Habana.

147. Morenza, Liliana M. [et al] (1990): "La Psicología Cognitiva Contemporánea y el desarrollo de las capacidades intectuales", Pedagogía ´90, C. Habana.

148. Müller, Horst (1985): "El trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática", material mimeografiado, La Habana.

149. Müller, Horst (1987) "Aspectos metodológicos acerca del trabajo con ejercicios en la enseñanza de la Matemática", Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, La Habana.

150. Nathan, M.J. & K.R. Koedinger (2000): "Teachers´ and Researchers´ Beliefs about the Development of Algebraic Reasoning", Journal for Research in Mathematics Education, 31, 2, p. 168-190, EEUU.

151. Navarro, Joaquín [et al] (2000): "Enciclopedia Autodidáctica Interactiva Océano, Tomo I, Grupo Editorial S.A., Barcelona.

152. Nesher, P. y E. Teubal (1975): "Verbal Cues as an interfering factor in verbal problem solving", Educational Studies in Mathematics 6, p.41-51, Holanda.

153. Nesher, P. y T. Katriel (1977): "A Semantic analysis of addition and subtraction word problems in Arithmetic", Educational Studies in Mathematics, 8, p. 251-269, Holanda.

154. Nesher, P., J.G Greeno y M.S Riley. (1982): "The Development of Semantic Categories for Addition and Substraction ". Educational Studies in Mathematics, 13, p.373-394, Holanda. .

155. Nocedo, Irma y E. Abreu (1984): "Metodología de la investigación pedagógica y psicológica" (segunda parte), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

156. Nuñez, Jorge (1994): “Las ciencias y sus leyes de desarrollo”, EN “Problemas sociales de la Ciencia y la Tecnología”/ Colectivo de autores, Editorial “Félix Varela”, C. Habana.

157. Ostle, Bernard (1980): “Estadística Aplicada”, Editorial Científico-Técnica, C. Habana.

158. Peña, R. L. [et al] (1989): “Orientaciones Metodológicas” (Segundo grado, Tomo II), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

159. Pereira, L.M. [et al] (1997): “Novo caminho: Matemática 1º grau”, Scipione, Sao Paulo.

160. Pereira, L.M. [et al] (1997): “Novo caminho: Matemática 2º grau”, Scipione, Sao Paulo.

161. Pereira, L.M. [et al] (1997): “Novo caminho: Matemática 3º grau”, Scipione, Sao Paulo.

162. Pereira, L.M. [et al] (1997): “Novo caminho: Matemática 4º grau”, Scipione, Sao Paulo.

163. Pereira, María das Gracas, Angela M. Franco y Alfredo Franco Lina (1994) “Matemática” (Primer Volumen): Brincando & Construindo”, Belo Horizonte MG, Editorial Lèsa, Brasil.

164. Pereira, María das Gracas, Angela M. Franco y Alfredo Franco Lina (1994) “Matemática” (Segundo Volumen): Brincando & Construindo”, Belo Horizonte MG, Editorial Lèsa, Brasil.

165. Pereira, María das Gracas, Angela M. Franco y Alfredo Franco Lina (1994) “Matemática” (Tercer Volumen): Brincando & Construindo”, Belo Horizonte MG, Editorial Lèsa, Brasil.

166. Pereira, María das Gracas, Angela M. Franco y Alfredo Franco Lina (1994) “Matemática” (Cuarto Volumen): Brincando & Construindo”, Belo Horizonte MG, Editorial Lèsa, Brasil.

167. Pérez Gastón [et al] (1996): “Metodología de la investigación educativa”, Primera parte, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

168. Pérez Somozza, J.E. (s/a): “En el país de los números”, Cuaderno de Trabajo para el primer grado, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.

169. Pérez Somozza, J.E. (s/a): “En el país de los números”, Cuaderno de Trabajo para el segundo grado, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.

170. Pérez Somozza, J.E. (s/a): “En el país de los números”, Cuaderno de Trabajo para el tercer grado, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.

171. Pérez Somozza, J.E. (s/a): “En el país de los números”, Cuaderno de Trabajo para el cuarto grado, Publicaciones Cultural S.A., La Habana.

172. Pérez, Somozza, J.E. (1930): “Metodología de la Aritmética Elemental”, Cultural S.A., La Habana.

173. Pérez Somozza, J.E. (1937): “Aritmética Elemental”. Libro Primero, Cultural S.A.. La Habana.

174. Pérez Somozza, J.E. (1949): “Aritmética Elemental”. Libro Segundo, Cultural S.A.. La Habana.

175. Petrovski, A. (1978): “Psicología pedagógica y de las edades”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

176. Pogglioll, L. (2001): “Perspectivas actuales de la Investigación en el área cognoscitiva”. Instituto Pedagógico de Caracas, INTERNET.

177. Polya, G. (1976): “Cómo plantear o resolver problemas”, Editorial Trillas, México.

178. Pozo, J. Ignacio [et al] (1998): “La resolución de problemas”, Editorial Santillana S.A., España.

179. Puig, Luis y Fernando Cerdán: (1990): “La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas”, Conferencia plenaria en la IV Reunión Centroamericana y del Caribe de Profesores e Investigadores de Matemática Educativa, Guerrero, julio, México,.

180. Pupo , Rigoberto: (1990): “La actividad como categoría filosófica”, Editorial Ciencias Sociales, La Habana.

181.Ríbnikov, K. (1987): “Historia de la Matemática”, Editorial MIR, Moscú.

182. Rico, Pilar [et al] (2000): “Hacia el perfeccionamiento de la Escuela Primaria”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

183. Ritter, James (1989): “Las fuentes de los números”, Revista Correo de la UNESCO, Nov. p. 12-17, Paris.

184. Rizo, C. (2000) “Un nuevo proyecto curricular para la Escuela Primaria Cubana”, p.96-142, EN *“Selección de temas Psicopedagógicos”,* Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

185. Rizo, C. [et al] (1991):): “Matemática 4” (Libro de texto), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

186. Rodríguez, E. (1997): “La enseñanza de los significados de las operaciones con números naturales en la escuela primaria”, Tesis en opción al título de máster , ISPEJV, C. Habana.

187. Rodríguez, M. María L. (1985): “La dimensión instructiva de la orientación”, EN Educar, No. 8, Barcelona, p. 15-32.

188. Rodríguez, Marisela y Rogelio Bermúdez (1996): _”La personalidad del adolescente”, Editorial Pueblo y Educación, C.Habana.

189. Romeu, Angelina (1995): “Aplicación del enfoque comunicativo en la escuela media”, material impreso, IPLAC, C. Habana.

190. Rosental, M. Y P. Iudin (1981). “Diccionario Filosófico”, Editora Política, La Habana.

191. Rubinstein, S.L. (1966): “El proceso del pensamiento”, Editorial Universitaria, La Habana.

192. Rubinstein, S.L.(1969): “Principios de Psicología General”, Edición Revolucionaria, La Habana.

193. Ruiz de Ugarrio, Gloria (1965): “Cómo enseñar Aritmética en la Escuela Primaria”, Editorial Nacional de Cuba, Editora Pedagógica, La Habana.

194. Saussure, Ferdinand de (1973): “Curso de Lingüística General”, Editorial Ciencias Sociales, Instituto Cubano del Libro, La Habana.

195. Scaf, Adam (1966): ”Introducción a la Semántica”, Fondo de Cultura Económica, México.

196. Schmidt, S. y W. Weiser: (1995): “Semantic structures of one-step word problems involving multiplication or division”, Educational Studies in Mathematics 28, p. 55-72, Holanda.

197. Schöenfeld, A.H. (1993): “Resolución de problemas. Elementos para una propuesta en el aprendizaje de la matemática” Cuadernos de Investigación, No. 25, México, D.F.

198. Shardakov, M.,N. (1988): “Desarrollo del pensamiento en el escolar”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

199. Shuare, Marta (1990): “La psicología soviética, tal como yo la veo”, Editorial Progreso, Moscú.

200. Siber, J. y H. Butzke (1970): “Matemática 1” (Guía para el maestro), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

201. Siegel, S. (1972): “Diseño experimental no paramétrico”, Edición Revolucionaria, Instituto Cubano del Libro, La Habana.

202. Sierra, Virginia y C. Álvarez (1995): “Metodología de la Investigación Científica”, Centro de Estudios de la Educación Superior “Manuel F. Gran”, Santiago de Cuba.

203. SIlver, Edward (1994): “On Mathematical Problem Posing” , For learning of Mathematics 14(1), p.19-24, Pittsburgh, EEUU.

204. Silvestre, M. (1999): “Aprendizaje, educación y desarrollo”, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

205. Silvestre, M. y J. Zilberstein (2000): “Enseñanza y aprendizaje desarrollador”, Ediciones CEIDE, México.

206. Silvestre, M. y J. Zilberstein (2000): ”Cómo hacer más eficiente el aprendizaje”, Ediciones CEIDE, México.

207. Simeón, Osvaldo [et al] (1991): “Metodología de la Enseñanza de la Matemática en la Escuela Primaria” (tomo 1), Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

208. Smirnov, A.A. [et al] (1966): “Psicología”, Editora Universitaria, La Habana.

209. Stern, E. (1993): “What Makes Certain Arithmetic Word problems Involving the Comparison of Sets So Difficult for Children?”. Journal of Educational Psychology, 85(1), p.7-23, EEUU.

210. Talízina, N. (1987): “La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares”, Ministerio de Educación Superior, La Habana.

211. Talízina, N.(1988): “Psicología de la Enseñanza”, Editorial Progreso, Moscú.

212. Torres, Paúl (1993): “La Enseñanza Problémica de la Matemática en el nivel Medio General”, Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, ISPEJV, La Habana.

213. Ullmann, Stephen (1979): “Semántica: introducción a la Ciencia del significado”, Editorial Aguilar, España.

214. Valera, Orlando: (1999): “Orientaciones Pedagógicas Contemporáneas”, Cooperativa Editorial Magisterio, Colombia.

215. Van Dijk, T. A. y W. Kintsch. (1983): “Strategies of discourse comprehension”. San Diego. California. Academic Press.

216. Van Dijk, Teun A. (1982): “Text and Context. Explorations in the Semantics and Pragmatics of Discourse”, Longman Inc. New York.

217. Vergnaud, G. (1983): “Multiplicative Structures”. EN Lesh, R. y Landau, M. (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, p. 127-174, London, Academic Press.

218. Vest, F.R. (1971): “A catalog of models for multiplication and division of whole numbers”. Educational Studies in Mathematics, 3. p.220-228, Holanda.

219. Vest, F.R. (1976) “Teaching problem solving as viewed through a theory of models”, Educational Studies in Mathematics, 6, p. 395-408, Holanda.

220. Vigotsky, L.S. (1981): “Pensamiento y lenguaje”, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

221. Villalón, M. [et al] (1988): “Matemática 1” (Cuaderno de trabajo), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

222. Villalón, M. [et al] (1988): “Matemática 1” (Libro de texto), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

223. Villalón, M. [et al] (1988): “Orientaciones Metodológicas” (Primer grado, Tomo II), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

224. Villalón, M. [et al] (1989): “Matemática 2” (Cuaderno de trabajo), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

225. Villalón, M. [et al] (1989): “Matemática 2” (Libro de texto), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

226. Villalón, M. [et al] (1990): “Matemática 3” (Cuaderno de trabajo), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

227. Villalón, M. [et al] (1990): “Matemática 3” (Libro de texto), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

228. Villalón, M. [et al] (1990): “Orientaciones Metodológicas” (Tercer grado, Tomo II), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

229. Vitrac, Bernard (1989): “La odisea de la razón”, Revista Correo de la UNESCO, Nov, p. 29-35, Paris.

230. Willis,G.B. y K.C. Fuson. (1988): “Teaching Children to Use Schematic Drawings to Solve Addition and Subtraction Word Problems”. Journal of Educational Psychology, 80, 2. p.192-201, EEUU.

231. Wolf, A. (1970): “Matemática 2” (Guía para el maestro), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

232. Wolf, A., E. Geissler y R. Bittner (1975): “Matemática 4” (Libro de texto para 4to. Grado), Editorial Pueblo y Educación, C. Habana.

233. Yakoliev, Nikolai (1979): “Metodología y técnica de la clase”, Editorial Libros para la Educación, C. Habana.

234. Zilberstein, J., J.R. Portela y M. Macpherson: (1999): “Didáctica integradora de las Ciencias vs Didáctica Tradicional, Experiencia Cubana”, Editorial Academia, C. Habana.

235. Zillmer, W. (1981): “Complementos de metodología de la enseñanza de la Matemática”, Editorial Libros para la Educación, La Habana.

ANEXO 1

EJEMPLOS SOBRE LOS SIGNIFICADOS PRÁCTICOS DE LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS CON NÚMEROS NATURALES:

A D I C I Ó N	***S U S T R A C C I Ó N***
A_1: Dadas las partes, hallar el todo	**S_1: Dado el todo y una parte; hallar la otra parte.**
Ejemplo:	Ejemplo:
Cuando Rafael salió de su casa no se fijó del dinero que llevaba en su cartera. Se sabe que solamente gastó $5,00 y que regresó a su hogar con $12,00. ¿Podrías decirme con cuánto dinero el salió de su casa?	Rosita compró en el mercado 25 naranjas. Cuando llegó a su casa solamente tenía 18. ¿Cuántas naranjas perdió en el camino?
Utilizando la modelación lineal se puede comprender mejor la situación planteada y apreciar la relación parte-todo que se pone de manifiesto en esta oportunidad:	Si también empleamos la modelación lineal resulta más **factible la comprensión del texto y se puede determinar la relación parte-todo con mayor claridad:**
Dinero salió de su casa ?	Compró en el mercado 25
Gastó $5 Regresó con $12	Perdió ? Regresó con 18

A_2: Dada una parte y el exceso de otra sobre ella; hallar la otra parte

Ejemplo:

José tenía 5 chinatas. A él le faltan 3 chinatas para tener la misma cantidad que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?

Veamos la modelación que mejor ilustra lo conocido y lo desconocido en este caso:

José 5

3

Luis ?

S_2: Dadas dos partes; hallar el exceso de una sobre la otra.

Ejemplo:

En un aula de tercer grado hay doce pupitres ocupados por varones, quince ocupados por hembras y tres vacíos. ¿Cuántos varones hay más que hembras?

15

12 ?

S_3: Dada una parte y su exceso sobre la otra; hallar la otra parte

.

Ejemplo:

En una pequeña placita existen varias frutas en venta. En una caja hay 73 platanitos de fruta. A esta vasija le sobran 8 platanitos para tener la misma cantidad que los que contiene una cesta. ¿Cuántos plátanos se encuentran en la cesta?

73

8

?

<table>
<tr><th>*M U L T I P L I C A C I Ó N*</th><th>D I V I S I Ó N</th></tr>
<tr><td rowspan="2">M_1: Reunión de partes iguales para hallar el todo (suma de sumandos iguales)

Ejemplo:

Un camión debe dejar 40 cajas de naranjas en cada escuela primaria. Después de haber visitado 8 escuelas, quedó totalmente vacío. ¿cuántas naranjas llevaba al inicio dicho camión?

Rta. 40+40+40+40 +40 +40 + 40 + 40 = 8..40 = 320</td><td>$D_{1:}$ Dado un minuendo y un sustraendo que se resta sucesivamente del anterior; hallar la cantidad de restas sucesivas necesarias para obtener como diferencia cero.

Ejemplo:

Un camión cargado con 320 cajas de naranjas debe dejar 40 cajas en cada escuela primaria, hasta que quede vacío. ¿Cuántas escuelas reciben naranjas de ese camión?

Minuendo......320
Sustraendo que se debe restar sucesivamente hasta que la diferencia sea cero......40

Claro resulta más fácil efectuar la división
320 : 40 = 8</td></tr>
<tr><td>D_2: Dado un minuendo y la cantidad de restas sucesivas que deben realizarse hasta que la diferencia sea cero; hallar el sustraendo que se repite.

Ejemplo:

Un camión cargado con 320 cajas de naranjas debe dejar la misma cantidad de cajas en cada escuela primaria hasta que quede vacío. ¿Cuántas cajas dejó en cada escuela, si alcanzó para 8 de ellas?

En este caso habría que buscar un sustraendo que restado ocho veces del minuendo 320 nos daría como resultado cero.

Por supuesto que resulta más cómodo efectuar la división:
320 : 8 = 40</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>M U L T IP L I C A C I Ó N</th><th>D I V I S I Ó N</th></tr>
<tr><td rowspan="2">M_2: Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte; hallar el todo

Ejemplo:

¿Cuántas mesas hay en una biblioteca que tiene 5 salas de lectura con 6 mesas en cada una?

Se conoce la cantidad de partes iguales: 5 salas de lectura
Y el contenido de cada parte: 6 mesas, debe hallarse el todo, luego debe efectuarse la multiplicación 5.6 = 30</td>
<td>D_3: Dado el todo y la cantidad de partes iguales; hallar el contenido de cada parte (equipartición)

Ejemplo:

Chicho techó cuatro chozas.
Empleó veintiocho planchas.
¿Cuántas planchas utilizó
para techar cada choza
si cada choza tenía
la misma cantidad de planchas?

En esta oportunidad se tiene que 28 es el todo y 4 es la cantidad de partes iguales. Se desea conocer el contenido de cada una de las partes. Para ello se efectúa la división:
28 : 4 = 7</td></tr>
<tr><td>D_4: Dado el todo y el contenido de cada parte; hallar la cantidad de partes iguales (Cuántas veces un número está contenido en otro).

Ejemplo:

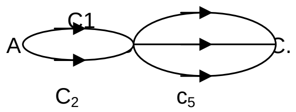
A Inés se le encargó entradas para el teatro. Ella recibe $18. Una entrada cuesta $2.¿Cuántas entradas pudo comprar Inés?

Ahora conocemos el todo que es $18 y el contenido de cada parte $2 y se debe hallar la cantidad de partes iguales. También en esta oportunidad debemos efectuar la división:
18 : 2 = 9</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>M U L T I P L I C A C I O N</th><th>D I V I S I O N</th></tr>
<tr><td>M_3: Dados la cantidad de elementos que tiene un rectángulo a lo largo y a lo ancho. Hallar la cantidad total de elementos que tiene el rectángulo

Ejemplo:</td><td>D_5: Dados la cantidad de elementos que tiene un rectángulo y los que tiene en uno de sus lados. Hallar la cantidad de elementos que tiene en el otro lado.

Ejemplo:</td></tr>
</table>

En una escuela primaria se quiere sembrar cafetos, de manera que formen un rectángulo. Por el espacio disponible solamente se pueden sembrar 5 cafetos a lo largo y 3 cafetos a lo ancho, a un metro de separación entre ellos. ¿Cuántos cafetos se podrán sembrar en este terreno? **Se conoce la cantidad de elementos que tiene el rectángulo a lo largo (5) y a lo ancho (3) y se quiere hallar la cantidad total de elementos del rectángulo (3.5 = 15)**	En un desfile martiano participaron 2 500 niños de una escuela primaria, formando un bloque rectangular de 100 niños a lo largo. ¿Cuántos niños desfilaron a lo ancho? **Se conoce la cantidad de elementos que tiene el rectángulo (2 500 niños) y la cantidad de elementos que tiene uno de sus lados (100) y se quiere hallar la cantidad de elementos que tiene el otro lado (2 500:100 = 25).**
M_4: Dados la cantidad de elementos que tienen dos conjuntos. Hallar la cantidad de parejas que se pueden formar con ellos. **Ejemplo:** **Para ir de una ciudad A a otra B existen dos carreteras distintas mientras que para ir de la ciudad B a otra C hay tres carreteras diferentes . ¿De cuántas formas distintas pudieras tú viajar de la ciudad A a la C, pasando por B?** **Los dos conjuntos en este caso son:** **V = { c_1, c_2 } carreteras para ir de la ciudad A a la B** **X = { c_3, c_4, c_5 } carreteras para ir de la ciudad B a la C.** **Se quiere conocer las distintas parejas que se pueden formar con los elementos de V y X (es decir la cantidad de elementos del producto cartesiano V x X). Hay seis formas distintas para viajar de A a C como se puede apreciar en el diagrama que aparece a continuación:** 	**D_6: Dada la cantidad de parejas que se pueden formar con los elementos de dos conjuntos y la cantidad de elementos de uno de ellos. Hallar la cantidad de elementos del otro.** Ejemplo: **Javier para practicar deportes usa camiseta y "short". Se sabe que con ambas prendas se puede poner 6 combinaciones distintas y que tienen solo 3 camisetas. ¿Cuántos "shorts" dispone para practicar deportes Javier?** **Aquí se da la cantidad de parejas que se pueden formar entre dos conjuntos C: el de las camisetas y S: el de los "shorts" que en total tiene 6 parejas y que el conjunto C tiene 3 elementos. Se desea conocer la cantidad de elementos de S. Para ello se debe dividir 6::3 = 2**

ANEXO 2

EJEMPLOS DE LAS DISTINTAS ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS:

Adición y sustracción:

PROBLEMAS DE CAMBIO:

Conjunto resultante desconocido:

Co 1: José tenía 3 chinatas. Luis le dio a José 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene José ahora? (aumento) 3 + 5 = ?

Co 2: José tenía 8 chinatas. Él le dio a Luis 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene José ahora? (disminución) 8 - 5 = ?

Conjunto de cambio desconocido:

Co 3: José tenía 3 chinatas. Luis le dio a él algunas chinatas. Ahora José tiene 8 chinatas. ¿Cuántas chinatas Luis le dio a José? (aumento) 8 – 3 = ?

Co 4: José tenía 8 chinatas. Él le dio algunas chinatas a Luis. Ahora José tiene 3 chinatas. ¿Cuántas chinatas José le dio a Luis? (disminución) 8 – 3 = ?

Conjunto de partida desconocido:

Co 5: José tenía algunas chinatas. Luis le dio a él 5 chinatas. Ahora José tiene 8 chinatas. ¿Cuántas chinatas tenía José al comienzo? (aumento) 8 – 5 = ?

Co 6: José tenía algunas chinatas. Él le dio 5 chinatas a Luis. Ahora José tiene 3 chinatas. ¿Cuántas chinatas tenía José al comienzo? (disminución) 5 + 3 = ?

PROBLEMAS DE COMBINACIÓN:

Cb 1: José tiene 3 chinatas y Luis tiene 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tienen juntos? 3 + 5 = ?

Cb 2: José y Luis tienen 8 chinatas entre los dos. José tiene 3. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? 8 – 3 = ?

NOTA: Este último caso se pudiera reformular de la siguiente manera:

***Cb 2': José tiene 3 chinatas y Luis tiene algunas. En total tienen 8 chinatas entre ambos. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN ADITIVOS:

Conjunto diferencia desconocido:

CA 1. José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene José más que Luis? (exceso) 8 – 5 = ?

CA 2: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 3 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene Luis menos que José? (defecto) 8 – 3 = ?

NOTA: Ambas estructuras se pueden resumir en una sola:

*CA 1,2: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 3 chinatas. ¿Cuál es la diferencia entre las chinatas que tiene uno respecto al otro?

Conjunto comparado desconocido:

CA 3: José tiene 3 chinatas. Luis tiene 5 chinatas más que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (exceso) 3 + 5 = ?

CA 4: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5 chinatas menos que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (defecto) 8 – 5 = ?

Conjunto referente desconocido:

CA 5: José tiene 8 chinatas. Él tiene 5 chinatas más que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (exceso) 8 – 5 = ?

CA 6: José tiene 5 chinatas. Él tiene 3 chinatas menos que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (defecto) 3 + 8 = ?

NOTA: También se pudiera reformular en un lenguaje más técnico:

***CA 1’: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5 chinatas. ¿En cuánto excede la cantidad de chinatas que tiene José respecto a Luis?**

***CA 2’: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 3 chinatas. ¿Cuál es el defecto de la cantidad de chinatas que tiene Luis respecto a José?**

***CA 3': José tiene 3 chinatas. Luis tiene un exceso de 5 chinatas respecto a José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***CA 4': José tiene 8 chinatas y Luis tiene un defecto de 5 chinatas respecto a José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***CA 5': José tiene 8 chinatas. Esa cantidad excede en 5 chinatas respecto a las que tiene Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***CA 6': José tiene 5 chinatas. Esa cantidad representa un defecto de 3 chinatas respecto a las que tiene Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

NOTA: También se pudieran presentar con un más alto nivel de comprensión lingüística:

***CA 1": Este año la producción de viandas de una granja aumentó de 150 000 kg a 200000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg más de viandas produjo la granja este año que el anterior? 200 000 – 150 000 = ?**

***CA 2": Este año la producción de viandas de una granja disminuyó de 200 000 kg a 150 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg menos de viandas produjo la granja este año que el anterior? 200 000 – 150 000 = ?**

***CA 3": Este año la producción de viandas de una granja aumentó de 150 000 kg. en 50 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg de viandas produjo la granja este año? 150 000 + 50 000 = ?**

***CA 4": Este año la producción de viandas de una granja disminuyó de 200 000 kg en 50 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg de viandas produjo la granja este año? 200 000 - 50 000 = ?**

***CA 5": Este año la producción de viandas de una granja fue de 200 000 kg. Esta cantidad representa una aumento en 50 000 kg con relación al año**

anterior. ¿Cuántos kg de viandas produjo la granja el año anterior?200 000– 50 000 = ?

***CA 6": Este año la producción de viandas de una granja fue de 150 000 kg. Esta cantidad representa una disminución en 50 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg e viandas produjo la granja el año anterior? 150 000 + 50 000 = ?**

<u>PROBLEMAS DE IGUALACIÓN:</u>

<u>Conjunto diferencia desconocido:</u>

Ig 1: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5. ¿Cuántas chinatas tendrá que ganar Luis para tener igual cantidad de chinatas que José? (aumento) 8 – 5 = ?

Ig 2: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5. ¿Cuántas chinatas tendrá que perder José para tener igual cantidad de chinatas que Luis? (disminución) 8 – 5 = ?

<u>Conjunto comparado desconocido:</u>

Ig 3: José tiene 8 chinatas. Si Luis gana 5 chinatas entonces él tendrá la misma cantidad de chinatas que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (aumento) 8 – 5 = ?

Ig 4: José tiene 5 chinatas. Si Luis pierde 3 chinatas entonces él tendrá la misma cantidad de chinatas que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (disminución) 3 + 5 = ?

<u>Conjunto referente desconocido:</u>

Ig 5: José tiene 5 chinatas. Si él gana 3 chinatas entonces tendrá la misma cantidad de chinatas que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (aumento) 5 +3 = ?

Ig 6: José tiene 8 chinatas. Si él pierde 5 chinatas entonces tendrá la misma cantidad de chinatas que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (disminución) 8 – 5 = ?

NOTA: Esta estructura puede ser expresada en otro lenguaje un tanto más familiar para el escolar:

***Ig 1': José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5. ¿Cuántas chinatas le faltan a Luis para tener la misma cantidad de chinatas que José?**

***Ig 2': José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5. ¿Cuántas chinatas le sobran a José para tener la misma cantidad de chinatas que Luis?**

***Ig 3': José tiene 8 chinatas. A Luis le faltan 5 chinatas para tener la misma cantidad que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***Ig 4': José tiene 5 chinatas. A Luis le sobran 3 chinatas para tener la misma cantidad que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***Ig 5': José tiene 5 chinatas. A él le faltan 3 chinatas para tener la misma cantidad que Luis . ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***Ig 6': José tiene 8 chinatas. A él le sobran 5 chinatas para tener la misma cantidad que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

Multiplicación y división:

PROBLEMAS DE REPETICIÓN:

Suma de sumandos iguales:

R 1: Cada vez que Antonio visita a sus abuelos le lleva 6 caramelos. ¿Cuántos caramelos habrá llevado cuando vaya 20 veces?

$$6 \underbrace{+\ 6 + \ldots + 6 = 6}_{\text{20 veces}} \ .\ 20 = ?$$

Restas sucesivas de iguales sustraendos:

a) Cantidad de veces desconocida:

R 2: Antonio tiene 120 caramelos. Si cada vez que él visita a sus abuelos le lleva 6 caramelos. ¿ Cuántas visitas deberá hacer para entregar esa cantidad de caramelos? $120 - 6 - 6 - \ldots = 0$ **o sea** $120 : 6 = ?$

b) Sustraendo desconocido:

R 3: Antonio tiene 120 caramelos. Si cada vez que él visita a sus abuelos le lleva la misma cantidad y él va 20 veces al mes. ¿ Cuántos caramelos le lleva en cada viaje? $\underbrace{120 - ? - ? - \ldots ?}_{\text{20 veces}} = 0$ **o sea** $120 : 20 = ?$

PROBLEMAS DE GRUPOS IGUALES:

GI 1: (Total desconocido):

Amelia tiene 8 cajas de crayolas con 10 crayolas en cada una. ¿Cuántas crayolas tiene en total? $8 \ .\ 10 = ?$

GI 2: (Contenido desconocido):

Amelia tiene 80 crayolas y quiere repartirlas por igual en 8 cajas. ¿Cuántas crayolas tendrá cada caja? $80 : 8 = ?$

GI 3: **(Partes iguales desconocida):**

Amelia tiene 80 crayolas y quiere colocarlas en cajas de 10 crayolas cada una. ¿Cuántas cajas necesitará para envasarlas? 80 : 10 = ?

PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD:

a) estáticos:

¡Dv 1: (Hallar el múltiplo de un número):

Pedro tiene 4 años de edad y su hermana Carmita tiene el triplo de su edad. ¿Qué edad tiene Carmita? 3 . 4 = ?

¡Dv 2: (Hallar el divisor de un número):

Carmita tiene 12 años de edad y su hermano Pedro tiene la tercera parte de su edad. ¿Qué edad tiene Pedro? 12 : 3 = ?

¡Dv 3: (Hallar el número conocido un múltiplo de él):

Carmita tiene 12 años de edad. Su edad representa el triplo de la de su hermano Pedro. ¿Qué edad tiene Pedro? 12 : 3 = ?

¡Dv 4: (Hallar el número conocido un divisor de él):

Pedro tiene 4 años de edad. Su edad representa la tercera parte de la de su hermana Carmita. ¿Qué edad tiene Carmita? 4 . 3 = ?

¡Dv 5: (Hallar que múltiplo es un número de otro):

Carmita tiene 12 años y su hermano Pedro tiene 4. ¿Cuántas veces es la edad de Carmita respecto a la de su hermano? 12 : 4 = ?

¡Dv 6: (Hallar qué divisor es un número de otro):

Carmita tiene 12 años y su hermano Pedro tiene 4. ¿Qué parte representa la edad de Pedro respecto a la de su hermana? 12 : 4 = ?

b) dinámicos:

Dv 1: Una granja agropecuaria inició la producción con 1 000 cerdos. Durante su primer año se triplicó esa cantidad. ¿Cuál fue la producción de la granja al final de ese año?

Dv 2: Una fábrica en su primer año de trabajo tuvo $ 3000 de gastos. Al finalizar el segundo año redujo los mismos a la tercera parte respecto al primero. ¿A cuánto ascendieron los gastos en ese segundo año de labor?

Dv 3: Al finalizar el primer año de trabajo la producción de una granja agropecuaria fue de 3 000 cerdos. Esa cantidad representa el triplo de lo que tenía al comienzo del año. ¿Con cuántos cerdos inició su reproducción?

Dv 4: Al finalizar el segundo año de trabajo de una fábrica tuvo $ 1 000 de gastos. Esa cantidad representa la tercera parte de lo que gastó durante su primer año de labor. ¿Cuánto gastó en su primer año de trabajo?

Dv 5: Una granja agropecuaria inició la producción con 1 000 cerdos. Durante su primer año ya tenían 3 000 cerdos. ¿Cuántas veces es la producción al finalizar el primer año de trabajo al compararla con lo que poseía al principio?

Dv 6: Una fábrica en su primer año de trabajo tuvo $ 3 000 de gastos, mientras que en el segundo solo gastó $ 1 000. ¿Qué parte representa lo gastado durante el segundo año al compararlo con lo que gastó en el primero?

PROBLEMAS DE CONTEO ©

C 1: (Cardinal del producto cartesiano desconocido):

Juana tiene 4 blusas y 3 sayas. ¿Cuántas combinaciones distintas podrá ponerse con ambas prendas de vestir? 4.3 = ?

C 2: <u>(Cardinal de uno de los conjunto desconocido):</u>

Juana tiene 4 blusas y cierta cantidad de sayas. ¿Cuántas sayas tendrá si en total podrá ponerse 12 combinaciones diferentes 12 : 4 = ?

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVOS:

Conjunto comparado desconocido:

CM 1: Ana tiene 9 caramelos y Bety tiene cuatro veces tanto como Ana. ¿Cuántos caramelos tiene Bety? 9.4 = ?

Conjunto referente desconocido:

CM 2: Ana tiene 36 caramelos. Ella tiene cuatro veces tantos como Bety. ¿Cuántos caramelos tiene Bety? 36 : 4 = ?

Conjunto factor desconocido:

CM 3 : Ana tiene 9 caramelos mientras que Bety tiene 36. ¿Cuántas veces tiene Bety tantos caramelos como Ana? 36 : 4 = ?

NOTA: Se pueden obtener algunas variantes interesantes de esta estructura cuando se utiliza los adverbios de cantidad. más, menos **acompañando a un** adjetivo**; por ejemplo:**

¡CM 1' : Un peatón camina en una hora 5 km. Un ciclista es 4 veces más rápido que el peatón. ¿Cuántos km recorre el ciclista en una hora? 4.5 = ?

¡CM 1": Un ciclista recorre 20 km en una hora. Un peatón es 4 veces más lento (menos rápido) que el ciclista. ¿Cuántos km camina el peatón en una hora? 20:4 = ?

¡CM 2': Un ciclista recorre 20 km en una hora. Él es 4 veces más rápido que un peatón. ¿Cuántos km camina el peatón en una hora? 20:4 = ?

¡CM 2": Un peatón camina en una hora 5 km. Él es 4 veces más lento que un ciclista. ¿Cuántos km recorre el ciclista en una hora? 4.5 = ?

¡CM 3': Un peatón camina en una hora 5 km mientras que un ciclista recorre 20 km en ese mismo tiempo. ¿Cuántas veces es más rápido el ciclista que el peatón? 20:5 = ?

¡CM 3": Un peatón camina en una hora 5 km mientras que un ciclista recorre 20 en ese mismo tiempo. ¿Cuántas veces es más lento el peatón que el ciclista? 20:5 = ?

PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD (P):

Cociente constante (Proporcionalidad directa):

P 1: Si una persona camina como promedio 5 km en 1 hora. ¿Qué distancia recorre en 3 hrs.? 3.5 =?

P 2: Si una persona camina como promedio 5 km en 1 hora. ¿En qué tiempo recorrerá 15 km? 15 : 5 = ?

P 3: Si una persona camina 15 km durante 3 hrs. ¿Cuál es el promedio de km que recorre en una hora? 15:3 = ?

Producto constante (Proporcionalidad inversa):

¡P 4: Si un alumno necesita 12 días para limpiar un campo de tomates. ¿Cuántos días necesitarán 4 alumnos para realizar la misma labor, al mismo ritmo de trabajo? 12:4 = ?

¡P 5: Si un alumno necesita 12 días para limpiar un campo de tomates. ¿Cuántos alumnos se necesitarán para realizar la misma labor en 3 días, al mismo ritmo de trabajo? 12:3 = ?

¡P 6: Si 4 alumnos necesitan 3 días para limpiar un campo de tomates. ¿Cuántos días necesitará un alumno para realizar él solo esta labor, al mismo ritmo de trabajo? 3.4 = ?

PROBLEMAS DE ARREGLOS RECTANGULARES (AR):

"Área" del "rectángulo" desconocida:

¡AR 1: Los niños de una escuela primaria participaron en un desfile martiano formando un bloque rectangular de 235 niños a lo largo y por 25 niños a lo ancho. Calcula la cantidad de niños que desfilaron en este bloque. 234.25 = ?

AR 1': Un terreno deportivo rectangular tiene 60 m de largo y 30 m de ancho. ¿Qué área tiene el terreno? 60.30 = ?

"Longitud" de un "lado" desconocida:

¡AR 2: En un desfile martiano participaron 2 500 niños de una escuela primaria formando un bloque rectangular de 100 niños a lo largo. ¿Cuántos niños desfilaron a lo ancho? 2 500 : 100 = ?

AR 2': Un terreno deportivo rectangular tiene un área de 1 800 m^2. ¿Cuánto mide su ancho si tiene 60 m de largo? 1 800 : 60 = ?

PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD REPETIDA (DR):

Múltiplo (divisor) compuesto desconocido:

DR 1: Durante su primer año de vida Otto triplicó su peso al nacer; mientras que en el segundo año él duplicó su peso respecto al primer año. ¿ Cuántas veces es el peso al finalizar su segundo año de vida respecto a su peso al nacer? 3.2 = ?

¡DR 2: Una fábrica en su segundo año de trabajo redujo los gastos a la mitad respecto al primer año; mientras que en el tercero disminuyó la tercera parte respecto al segundo año. ¿Qué parte representa los gastos en el tercer año respecto al primero? 2.3 = ?

Primer múltiplo (divisor) desconocido:

DR 3: Durante su segundo año de vida Otto duplicó su peso respecto al primero. Al finalizar su segundo año de vida él sextuplicó su peso respecto al que tuvo al nacer. ¿Cuántas veces es su peso al concluir su primer año de vida con relación a su peso al nacer? 6:2 = ?:

¡DR 4: Una fábrica durante su tercer año de trabajo redujo los gastos a la tercera respecto al segundo año. Al finalizar el tercer año disminuyó los gastos la sexta parte con relación al primer año. ¿Qué parte representa los gastos en el segundo año respecto al primero? 6:3 = ?

Segundo múltiplo (divisor) desconocido:

DR 5: Durante su primer año de vida Otto triplicó su peso al nacer. Al finalizar su segundo año de vida él sextuplicó su peso respecto al que tuvo al nacer. ¿Cuántas veces es su peso al concluir su segundo año de vida respecto al primer año? 6:3 = ?

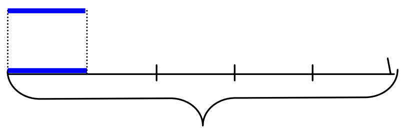
¡DR 6: Una fábrica durante su segundo año de trabajo redujo los gastos a la mitad respecto al primer año. Al finalizar el tercer año disminuyó los gastos la sexta parte con relación al primer año. ¿Qué parte representa los gastos en el tercer año respecto al segundo? 6:2 = ?

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN ADITIVA-MULTIPLICATIVA:

Conjunto comparado desconocido:

¡CAM 1: Ana tiene 9 caramelos. La cantidad de caramelos que tiene Bety es 4 veces mayor que la de Ana.(Bety tiene 4 veces más caramelos que Ana). ¿Cuántos caramelos tiene Bety?

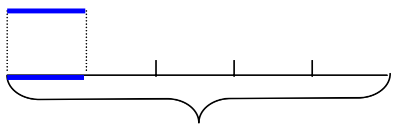
A = 9 **4 + 1 = ? (5) ; 9 . 5 = ?**



B = ?

¡CAM 2: Ana tiene 45 caramelos. La cantidad de caramelos que tiene Bety es 4 veces menor que la de Ana. (Bety tiene 4 veces menos caramelos que Ana). ¿Cuántos caramelos tiene Bety?

B = ? **4 + 1 = ? (5) ; 45 : 5 = ?**

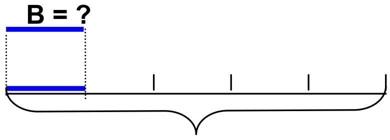


A = 45

Conjunto referente desconocido:

¡CAM 3: Ana tiene 45 caramelos. Esa cantidad de caramelos es 4 veces mayor que los que tiene Bety. (Ana tiene 4 veces más caramelos que Bety). ¿Cuántos caramelos tiene Bety?

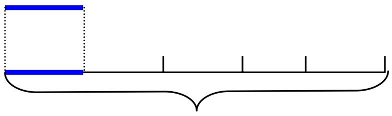
B = ? **4 + 1 = ? (5) ; 45 : 5 = ?**



A = 45

¡CAM 4: Ana tiene 9 caramelos. Esa cantidad de caramelos es 4 veces menor que los que tiene Bety. (Ana tiene 4 veces menos caramelos que Bety). ¿Cuántos caramelos tiene Bety?

A = 9 **4 + 1 = ? (5) ; 9 . 5 = ?**

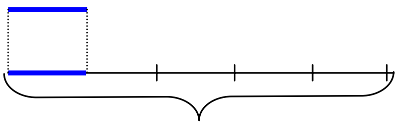


B = ?

<u>Conjunto factor desconocido:</u>

¡CAM 5: Ana tiene 9 caramelos mientras que Bety tiene 45. ¿Cuántas veces mayor es la cantidad de caramelos que tiene Bety respecto a los de Ana. (¿Cuántas veces tiene Bety más caramelos que Ana?)

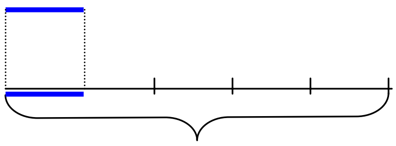
A = 9 **45 : 9 = ? (5); 5 - 1 = ?**



B = 45

¡CAM 6: Ana tiene 9 caramelos mientras que Bety tiene 45. ¿Cuántas veces menor es la cantidad de caramelos que tiene Ana respecto a los de Bety. (¿Cuántas veces tiene Ana menos caramelos que Bety?)

A = 9 **45 : 9 = ? (5); 5 - 1 = ?**



B = 45

NOTA:- Las notaciones de las estructuras acompañadas de un asterisco (*) indican que son adecuaciones lingüísticas realizadas por el autor del presente trabajo, mientras que las que se le antepone un signo de admiración (¡) son aquellas que hemos creado.

ANEXO 3

Breve estudio universal sobre el tratamiento de los problemas

Las primeras fuentes que han llegado hasta nosotros, donde se exponen conocimiento matemáticos, están basados principalmente de dos grandes papiros: El de Rhind (en honor al inglés Henry Rhind que lo descubrió en 1858) y el otro denominado de Moscú (haciendo referencia al lugar donde se conserva en la actualidad). Ambos son de origen egipcio y se suponen fueron escritos alrededor del año 2 000 a.n.e.

El papiro de Rhind contiene una colección de 84 problemas de carácter aplicado sobre cálculo con números naturales y fraccionarios, cálculo de áreas y volúmenes, proporcionalidad, entre otros. Por su parte en el papiro moscovita se recogen 25 problemas, la mayoría de ellos tienen características similares a los que aparecen en el papiro de Rhind. Algunos de estos problemas tienen la misma estructura de los problemas que se utilizan en la escuela de hoy en día.

"Se inician con una exposición del problema matemático que se trata de resolver y los datos que se presentan como cifras concretas...sigue a la exposición del problema la forma de irlo solucionando paso a paso hasta llegar al resultado(...) No se recurre a ningún argumento para justificar el procedimiento seguido (...)lo esencial de ella resulta perfectamente comprensible. El alumno quedaba así capacitado para resolver cualquier otro problema del mismo tipo que pudiera presentársele. Además estos problemas solían agruparse de modo que las técnicas aprendidas pudieran aplicarse inmediatamente en otros casos.(...)La finalidad pedagógica de estos ejercicios salta a la vista...crear una cadena de ejemplos típicos gracias a la cual es posible, por

interpolación, establecer una relación entre un problema nuevo y los ya conocidos" . [183; p.16].

Como se puede apreciar, en estas primeras etapas del aprendizaje de la solución de problema, lo esperado era que aprendieran por imitación, viendo cómo se resolvían los problemas, siguiendo solamente lo que pensaron los autores de los referidos materiales, de una manera dogmática sin ni siquiera dar los argumentos de los procesos empleados.

Esta misma característica se puede apreciar en otras culturas como la griega, que aunque se sabe muy poco sobre la enseñanza de la Matemática en la Antigua Grecia, junto a los textos dedicados a la matemática "pura", propios de la tradición griega, existieron también un grupo de textos matemáticos bastante parecidos a los egipcios y babilónicos (atribuidos a Herón de Alejandría) donde los problemas propuestos se refieren explícitamente a una situación concreta, práctica y otros como los "*tratados clásicos de Euclides, Arquímides o Apolonio quienes no prestan la menor atención a las aplicaciones prácticas",* [229; p.30] que a diferencia de los anteriores eran de corte muy teórico, pero que en ningún caso se consideran los problemas como objeto de enseñanza.

De igual modo, en la primera obra matemática china que se conoce, "La Matemática en nueve libros", y donde se resumen los logros matemáticos alcanzados en esa época (III siglo a.n.e.) también se ha valorado que *"La exposición es dogmática: se formulan las condiciones del problema (en total 246) y se dan respuestas a ellos. Después de un grupo de problemas de un mismo tipo se formula el algorítmo de su solución".*[181; p.32]. Con frecuencia, los datos son tan precisos y los enunciados tan realistas que casi permiten reconstituir cabalmente la vida socioeconómica de la China en determinadas épocas.

Durante todo el largo período transcurrido de aquellos tiempos a la actualidad no hubo cambios sustanciales en la enseñanza de la Matemática, y en particular de la resolución de problemas, salvo raras excepciones. En realidad, no ha existido preocupación ni para enseñar a resolver problemas, ni tampoco para discutir los procedimientos de solución. El punto de vista predominante -como se puede inferir de lo expresado hasta ahora- fue que se aprende a resolver problemas por imitación; aunque no se descarta esta posibilidad inicial de aprendizaje, no es menos cierto que la misma no contribuye a la preparación creadora y efectiva de los escolares para desarrollar esta habilidad.

Según el Dr. L. Campistrous (1999) las razones para considerar que la enseñanza de la resolución de problemas en todos estos largos años han sido similares, entre ellas se pueden citar:

- ***"Desarrollar el pensamiento, en particular la capacidad de resolución de problemas.***
- ***Justificar la importancia de la Matemática y del tema que se desarrolla mostrando su aplicaciones a diferentes situaciones.***
- ***Motivar el estudio de un tema sobre la base de presentar problemas que sean capaces de atraer la atención de los alumnos.***
- ***Introducir nuevos contenidos, en particular aquellos que pueden ilustrarse con ciertos <problemas tipos>.***
- ***Fijar algunos procedimientos matemáticos que han sido explicados en el aula, preferentemente procedimientos de cálculo"*** **.[28; p.2].**

En cuanto a la metodología para resolver problemas, prácticamente no es hasta principios del siglo XX que se encuentran las primeras recomendaciones a los escolares para "enseñarlos" a resolver problemas. Estos intentos iniciales van dirigidos a dar algunas recomendaciones formales que pretende fijar la atención del alumno sobre leer cuidadosamente; extraer los datos; plantear los cálculos; ejecutar las operaciones; dar la respuesta, y otros similares.

A pesar de las limitaciones que tiene para el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, este esquema formal, aún se emplea en algunos países.

Las ideas prescriptivas de Polya ayudan al estudiante a convertirse en un mejor resolutor de problemas, al sugerir un modelo de cuatro etapas:

1. ***Comprender el problema.***
2. ***Concebir un plan.***
3. ***Ejecutar el plan.***
4. ***Realizar una visión retrospectiva*****".[177; p.19].**

Polya también incluye un grupo de estrategias útiles a utilizar en cada una de las etapas de las anteriores. Cabe preguntarse ¿por qué conocida y divulgada estas valiosas ideas de Polya aún no se han obtenido transformaciones significativas en las aulas, favorables a la resolución de problemas por los alumnos?

Se pudieran enumerar algunas razones para contestar a esta interrogante, pero coincidimos con el Dr. L. Campistrous (1999) cuando planteó:

- ***"...estas estrategias no son fáciles de enseñar y requieren para ello una preparación especializada en el campo de la Matemática(...)***
- ***...no se elabora un procedimiento para que los alumnos elaboren estrategias o se apropien de alguna (predominan las estrategias de enseñanza)(...)***

- ***...existe una larga tradición en formar procedimientos algorítmicos pero no resulta sencillo, formar los recursos de pensamiento necesarios para utilizar la heurística como herramienta(...)***
- ***...no se ha llegado a convertir la resolución de problemas en objeto de enseñanza"*** **[28; p.3-4].**

A N E X O 4

ENTREVISTA GRUPAL CON METODÓLOGOS Y JEFES DE ENSEÑANZA PRIMARIA DE LOS MUNICIPIOS

OBJETIVO:

Profundizar en los aspectos abordados en los trabajos científicos estudiantiles sobre la etapa de orientación de la resolución de problemas aritméticos con texto.

INTRODUCCIÓN:

Se destacará la importancia que tiene para el proceso investigativo las opiniones que los presentes ofrecerán en esta entrevista, lo que permitirá complementar la información ya obtenida de los propios maestros que están en las aulas. Dar a conocer el objetivo previsto.

DESARROLLO:

1. ¿Qué conocimientos tienen Uds. sobre cómo estructurar la etapa de orientación de la resolución de problemas aritméticos?.
2. **¿Qué condiciones previas deben asegurarse para que los escolares del primer ciclo tengan éxito al resolver este tipo de problemas y cómo lograrlo?**
3. **¿Cómo se pudiera motivar a los alumnos en una clase completa de problemas aritméticos?**
4. **¿Cuáles vías Uds. utilizarían para buscar variedad en el planteamiento de estos problemas?**
5. **¿Qué acciones de enseñanza aprendizaje se pudieran realizar en las clases para que el alumno comprenda mejore el problema aritmético a resolver?**
6. **¿Existe en su municipio ejemplares del folleto: "Aprende a resolver problemas aritméticos" de L. Campistrous y C. Rizo? (En caso afirmativo se les preguntaría: ¿Cuántos ejemplares?).**
7. **¿Qué utilización se hace del mismo como preparación para los docentes?**
8. **¿Qué dominio tienen los docentes sobre los significados prácticos de las operaciones aritméticos con números naturales?**
9. **¿Cuáles son los significados que se utilizan más y cuáles menos?**

CONCLUSIONES:

¿Desean Uds. añadir alguna opinión que consideren de interés sobre la temática de esta entrevista? (Darle las gracias por la colaboración brindada).

ANEXO 5

RESULTADOS CUANTITATIVOS DE LA REVISIÓN DE LOS DOCUMENTOS INSTRUCIONALES DEL PRIMER CICLO DE LA ESCUELA PRIMARIA CUBANA SOBRE LAS DISTINTAS ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS.

EST SEM	ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN					EST SEM	MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN				
	1ERO	2DO	3ERO	4TO	CICLO		1ERO.	2DO	3ERO	4TO	CICLO
Co1	8	8	20	31	67	R1	2	0	0	3	5
Co2	9	25	36	32	102	R2	0	0	0	0	0
Co3	0	14	4	4	22	R3	0	0	0	0	0
Co3	0	14	4	4	22	GI1	3	32	35	51	121
Co4	0	3	2	6	11	GI2	0	12	14	32	58
Co5	0	9	2	5	16	GI3	0	29	17	23	69
Co6	0	0	1	2	3	Dv1	0	2	12	4	18
Cb1	6	33	33	41	113	Dv2	0	5	12	4	21
Cb2	3	15	7	6	31	Dv3	0	1	1	0	2
CA1	1	6	1	4	12	Dv4	0	0	2	1	3
CA2	0	0	1	1	2	Dv5	0	0	0	0	0
CA3	7	13	5	8	33	Dv6	0	0	0	0	0
CA4	3	8	0	4	15	CM1	0	1	0	0	1
CA5	0	0	2	5	7	CM2	0	0	0	0	0
CA6	0	0	0	2	2	CM3	0	0	0	0	0
Ig1	0	0	0	5	5	C1	0	0	0	0	0
Ig2	0	0	0	1	1	C2	0	0	0	0	0
Ig3	0	0	0	1	1	P1	0	0	0	13	13
Ig4	0	0	0	0	0	P2	0	0	0	1	1
Ig5	0	0	0	2	2	P3	0	0	0	2	2
Ig6	0	0	0	0	0	AR1	0	0	0	0	0
						AR2	0	0	0	0	0
TOTAL	37	134	114	160	445	TOTAL	5	82	93	134	314

ANEXO 6

PROPUESTA DE LOS DISTINTOS SIGNIFICADOS DE LAS OPERACIONES POR GRADOS

	PRIMER GRADO	**SEGUNDO GRADO**	**TERCER GRADO**	**CUARTO GRADO**
ADICIÓN	A_1 ; A_2	→	→	→
SUSTRACCIÓN	S_1 ; S_2; S_3	→	→	→
MULTIPLICACIÓN	M_1 ; M_2	→	→	M_3 ; M_4
DIVISIÓN	–	D_3 ; D_4	D_1 ; D_2	D_5 ; D_6
TOTALES	7	2	2	4

Simbología:

_ : significa que NO se introduce en ese grado

→ : significa que se ejercita y sistematiza en ese grado

A N E X O 7

PROPUESTA DE LAS DISTINTAS ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS POR GRADOS

	EST. SEMANT.	1ER. GRADO	2DO.GRADO.	3ER. GRADO	4TO. GRADO.
ADIC. SUST.	Cambio	Co1;Co2;Co3;Co4	Co5;Co6	→	→
	Combinación	Cb1;Cb2	→	→	→
	Comparación	CA1;CA2;CA3;CA4	CA5;CA6	CA1´;CA2´;CA3´ CA4´;CA5´;CA6´	CA1";CA2"; CA3";CA4”; CA5";CA6”
	Igualación		Ig1; Ig2; Ig3; Ig4; Ig5; Ig6	→	→
MULT. DIVIS.	Repetición	R1	→	R2; R3	→
	Grupos Iguales	GI1	GI2; GI3	→	→
	Divisibilidad	—	Dv1; Dv2	Dv3; Dv4	Dv5; Dv6
	Comparación	—	—	CM1; CM2; CM1´; CM2´ CM1”; CM2”;	CM3; CM3´; CM3”´

	Conteo				C1;C2
	Proporcionalidad				P1; P2; P3
	Arreglos Rectang.				AR1; AR2;
R E S U M	Adic. Y Sustrac.	10	10	0	0
	Mult. Y División	2	4	6	10
	T O T A L E S	12	14	6	10

NOTA: Simbología similar al anexo anterior.

A N E X O 9

PRUEBAS PEDAGÓGICAS APLICADAS COMO DIAGNÓSTICO INICIAL

Cursos escolares: 1999-2000 y 2000-2001

OBJETIVO:

Comprobar el nivel de partida de los escolares del primer ciclo en cuanto al resultado terminal de la comprensión de los problemas aritméticos con texto.

MODO DE APLICACIÓN:

- **Establecer una conversación inicial con los escolares (sobre todo con los de 2do. grado) para introducirlos a la temática de los problemas a resolver que contribuya a la motivación de los mismos para resolverlos.**

- **Todos los problemas se aplicarán de forma oral. Cada problema se leerá, al menos, tres veces: la primera para que tengan una idea global de lo que trata el mismo; la segunda para que tomen los datos que necesiten y la tercera para comprobar si captaron correctamente la información ofrecida.**

INSTRUMENTOS :

Segundo grado:

¿Saben Uds. Si en los grupos de 2do. grado de la EP (se dirá el nombre de una escuela cercana que se ajuste a los datos del problema) tienen más hembras que varones? El siguiente problema te permitirá averiguarlo:

1. **“La matrícula de segundo grado de dicha escuela es de 50 niños. De ellos 30 son hembras. ¿Cuántos varones hay matriculados en esta escuela? Rta. 50 – 30 = ? (Cb 2)**

El siguiente problema se ajustará a la realidad del grupo tomando a un alumno que sus abuelos satisfagan esas condiciones o realizando ajustes a las edades con similares dificultades en el cálculo:

2. “ El abuelito de Daniel tiene 60 años de edad, mientras que su abuelita tiene 5 años más que él. ¿Qué edad tiene la abuelita de Daniel?” Rta. 60 + 5 = ? (CA 3)

Tercer grado:

Antes de plantear el primer problema debe coordinarse con el maestro del aula para escoger el nombre de un alumno(a) del grupo que vaya a cumplir años próximamente y entonces a partir de esa información se ajustará el texto siguiente:

1. “ Supongamos que Rosita tiene reunido $70 para su cumpleaños. Sus padres le regalan algunos pesos más. Ahora ella tiene $90. ¿Qué cantidad de dinero le regalaron los padres a Rosita? Rta. 90 – 70 = ? (Co 3)

2. Un edificio tiene 30 apartamentos distribuidos por igual en 5 pisos. De ellos están ocupados la décima parte.
   a) ¿Cuántos apartamentos tiene cada piso? Rta. 30 : 5 = ? (Gi 2)
   b) ¿Cuántos apartamentos están ya ocupados? 30 : 10 = ? (Dv 2)

Cuarto grado:

1. **Para ir de una ciudad a otra Ramiro recorre un tramo en guagua. Los últimos 40 km los viajó en automóvil. La distancia total recorrida fue de 187 km. ¿Cuántos km viajó en ómnibus? Rta. 187 – 40 = ? (Co 5)**

2. **Alina tiene 8 años de edad. La misma representa la cuarta parte de la edad de su papá. ¿Cuál es la diferencia de edades entre Alina y su padre? Rta. 8 . 4 = ?(Dv 4) 32 – 8 = ? (CA 1,2)**

INDICACIONES DADAS:

- **Se les explicará por qué se les leerá los problemas tres veces (al menos).**
- **Cada problema debe ser identificado con el número que le corresponde en el orden en que se ha leído.**
- **Solamente es necesario plantear al lado del número que le corresponde al orden de cada problema la(s) operación(es) de cálculo necesarias para resolverlo; sin dar respuesta escrita a la pregunta formulada.**
- **Pueden utilizar cualquier esquema o gráfico que consideren les pueda ayudar a comprender mejor el texto del problema.**

A N E X O 10

PRUEBAS PEDAGÓGICAS APLICADAS COMO DIAGNÓSTICO INTERMEDIO:

Cursos Escolares: 1999-2000 y 200-2001

OBJETIVO:

Comprobar el nivel de apropiación de la propuesta por parte de los escolares del primer ciclo, como un resultado parcial de la misma, que permita ir apreciando los avances o no en cuanto al resultado terminal de la comprensión de los problemas aritméticos con texto.

MODO DE APLICACIÓN:

Similares a las utilizadas en las pruebas pedagógicas del diagnóstico inicial.

INSTRUMENTOS:

Primer Grado:

Se establecerá una conversación inicial con los escolares donde mediante el diálogo se destacará la importancia del consumo de frutas así como de la participación en excursiones pioneriles. A continuación se le informará que

seguidamente se le propondrán tres problemas que se basan en lo sucedido en una excursión pioneril durante la última semana de receso escolar:

1. Lucas llevó 4 naranjas, mientras que Pablo llevó 3 naranjas. ¿Cuántas naranjas llevaron los dos juntos? Rta. 4 + 3 = ? (Cb 1)
2. Cuando Clara salió de su casa llevaba 8 naranjas. Como Reina no tenía ninguna ella le dio 5 de sus naranjas. ¿Con cuántas naranjas se quedó Clara? Rta. 8 – 5 (Co 2)
3. Luis llevaba en su mochila 7 naranjas. Como Mario no llevó ninguna él le dijo a Mario que cogiera algunas naranjas de su mochila. Si Luis se quedó con 3 naranjas. ¿Cuántas naranjas cogió Mario de la mochila de Luis? Rta. 7–3= ? (Co 4)

Segundo grado:

Para celebrar el natalicio de Nuestro Apóstol "José Martí", los alumnos de segundo grado organizaron una fiesta donde se recitaron poesías martianas, se dramatizaron sus obras, se realizaron competencias de conocimientos, entre otras actividades. Al resolver los siguientes problemas te enterarás de algunos detalles de esta celebración:

1. Carlos trajo 9 globos rojos y René 6 globos azules para adornar el aula. ¿Cuántos globos tuvo que dejar de colocar Carlos para que los dos hubiesen puesto la misma cantidad de globos? Rta. 9 – 6 = ? (Ig 2)
2. Elena trajo 50 panes. Si Rosa hubiera dejado en su casa 40 panecitos entonces ella hubiera traído la misma cantidad de panes que Elena. ¿Cuántos panes trajo Rosa?
   Rta. 50 + 40 = ? (Ig 4).
3. El grupo de segundo grado "A" en la competencia de conocimientos matemáticos acumuló 17 puntos. Si dicho grupo hubiese obtenido 8 puntos más entonces hubiese empatado con el grupo segundo "B". ¿Cuántos puntos obtuvo el grupo segundo "B"? Rta. 17 + 8 = ? (Ig 5).

Tercer grado:

Conversar brevemente con los estudiantes sobre la importancia del huerto escolar y se tomará de protagonista para el siguiente problema una escuela y la hortaliza que se corresponde con los datos reales; por ejemplo:

1. "En el huerto escolar hay sembradas diversas hortalizas. Las niñas de tercer grado recolectaron 327 mazos de cebollas. Ellas recogieron 31 mazos más que los varones. ¿Cuántos mazos recogieron los varones? Rta. 327 – 31 = ? (CA 5)

2. Se realizó una carrera de velocidad donde los competidores debían correr durante dos minutos,. Por supuesto, ganaría el que recorriera la mayor distancia. René corrió 405 metros, mientras que Pedro corrió 423 m. ¿Cuántos metros más debió haber corrido René para que hubiese recorrido la misma distancia que Pedro?
   Rta. 423 – 405 = ? (Ig 1).

Antes de plantear el siguiente problema también se debe hacer un comentario sobre la importancia de la recogida de materias primas y tratar de ajustar su contenido a la realidad social de la zona:

3. En la campaña de recuperación de materias primas el grupo tercero “A” recolectó 100 kg. mientras que lo recolectado por el grupo “B” es tres veces tantos como lo recogido por el grupo “A”. ¿Cuántos kg de materia prima recolectó el grupo “B”? Rta. 3 . 100 = ? (CM 1).

Cuarto grado:

1. La torre de televisión de Moscú tiene 520 metros de altura mientras que la situada en La Habana mide 130 m. ¿Cuántas veces es más alta la torre de Moscú que la de La Habana? Rta. 520 : 130 = ? (CM´3)
2. La matrícula del primer ciclo de una escuela primaria es de 1 290 alumnos mientras que la del segundo ciclo es solamente de 430. ¿Cuántas veces es la matrícula del primer ciclo respecto a la del segundo. Rta. 1 290 : 430 = ? (Dv 5).
3. Rafael, Dalia, Antonio y Luisa son hermanos y disponen en su casa de una pelota, una guitarra y un arco. ¿De cuántas maneras diferentes podrán jugar todos los niños con cada uno de estos juguetes en distintos momentos del día? Rta. 4 . 3 = ? (C 1)

Indicaciones dadas:

Similares a las ofrecidas en las pruebas pedagógicas del diagnóstico inicial

A N E X O 11

PRUEBAS PEDAGÓGICAS APLICADAS COMO DIAGNÓSTICO FINAL:

Curso escolar 1999-2000

OBJETIVO:

Comprobar el nivel de apropiación de la propuesta por parte de los escolares del primer ciclo, como resultado final y terminal del proceso de comprensión de los problemas aritméticos con texto.

MODO DE APLICACIÓN:

Similar al empleado en las pruebas pedagógicas de los dos diagnósticos anteriores.

INSTRUMENTOS:

Primer grado:

Se hará referencia a la existencia de alguna escuela cercana que tenga dos grupos de primer grado y se le dirá que ambos grupos están preparando una fiesta para el fin de curso. Los siguientes problemas nos permitirá conocer detalles de cómo van los preparativos:

1. **Armando está encargado de recoger adornos para embellecer el aula. Esta semana le entregaron 7. Ahora tiene 18 adornos. ¿Cuántos adornos tenía la semana pasada? Rta. 18 – 7 = ? (Co 5)**

2. **Los alumnos han ido ahorrando dinero para comprarle regalos a los estudiantes más destacados. Hasta el momento el grupo "A" ha recogido 80 pesos, mientras que el grupo "B" tiene 60 pesos. ¿Cuánto dinero ha ahorrado el grupo "A" más que el grupo "B? Rta. 180 – 60 = ? (CA 1)**

3. **El grupo "A" tiene ya listos 12 trajes típicos para la actividad cultural. Esa cantidad representa 3 trajes menos que lo que tiene el grupo "B". ¿Cuántos trajes tiene preparado el grupo "B"? Rta. 12 + 3 = ? (CA 6).**

Segundo grado:

Se puede introducir los problemas diciendo aproximadamente: "En el curso anterior los alumnos de la Escuela Primaria (...) asistieron a un campamento vacacional al finalizar el curso escolar. Si resuelves los problemas que te

proponemos a continuación sabrás algunos datos interesantes sobre este suceso:

1. **A dicho campamento llegaron 56 niños. Existen 7 casas de campañas. ¿Cuántos niños se albergaron en cada casa si se quiere que cada una tenga la misma cantidad de alumnos? Rta. 56 : 7 = ? (GI 2)**

2. **Veinticuatro de esos escolares dedicaron una sesión a la práctica de deportes; para ello se agruparon en equipos formados por 4 estudiantes cada uno y el resto de los pioneros se fueron a bañar al río. ¿Cuántos equipos se integraron? Rta. 24 : 4 = ? (GI 3).**

3. **¿Cuántos juegos de parchis dispusieron para jugar, a partir de los datos de los problemas anteriores, si se sabe que dicha cantidad es el triplo de las casas de campañas? Rta. 3 . 7 = ? (Dv 1)**

Tercer grado:

1. **La directora de una escuela primaria le entregó a un trío de pioneros de tercer grado 96 compases y les dijo dejaran 8 en cada aula que hasta que no le quedaran ninguno. ¿Podrías averiguar tú cuántas aulas de dicha escuela recibieron compases? Rta. 96 : 8 =?**

2. **Escuchen la conversación entre tres alumnos de una escuela primaria:**
   Alumno de 5to.: "Nosotros recogimos 126 envases de cristal"
   Alumno de 4$^{to.}$: "Esa cantidad representa el triplo de lo que nuestro grado recolectó"
   Alumno de 3^{ero}.:"La cantidad recogida por quinto grado es tres veces tanto como lo que nosotros recogimos"
   ¿Podrías decirme cuántos envases de cristal recolectaron los alumnos de 4$^{to.}$ grado y cuántos los de 3$^{ero.}$? Rta. 126 : 3 = ? (Dv 3) ; 126 : 3 = ? (CM 2)

Cuarto grado:

1. La velocidad de traslación de La Tierra es aproximadamente de 30 km por segundo mientras que la del planeta Neptuno se aproxima a 5 km por segundo. ¿Qué parte representa la velocidad de Neptuno respecto a la de La Tierra? Rta. 30 : 5 = ? (Dv 6)

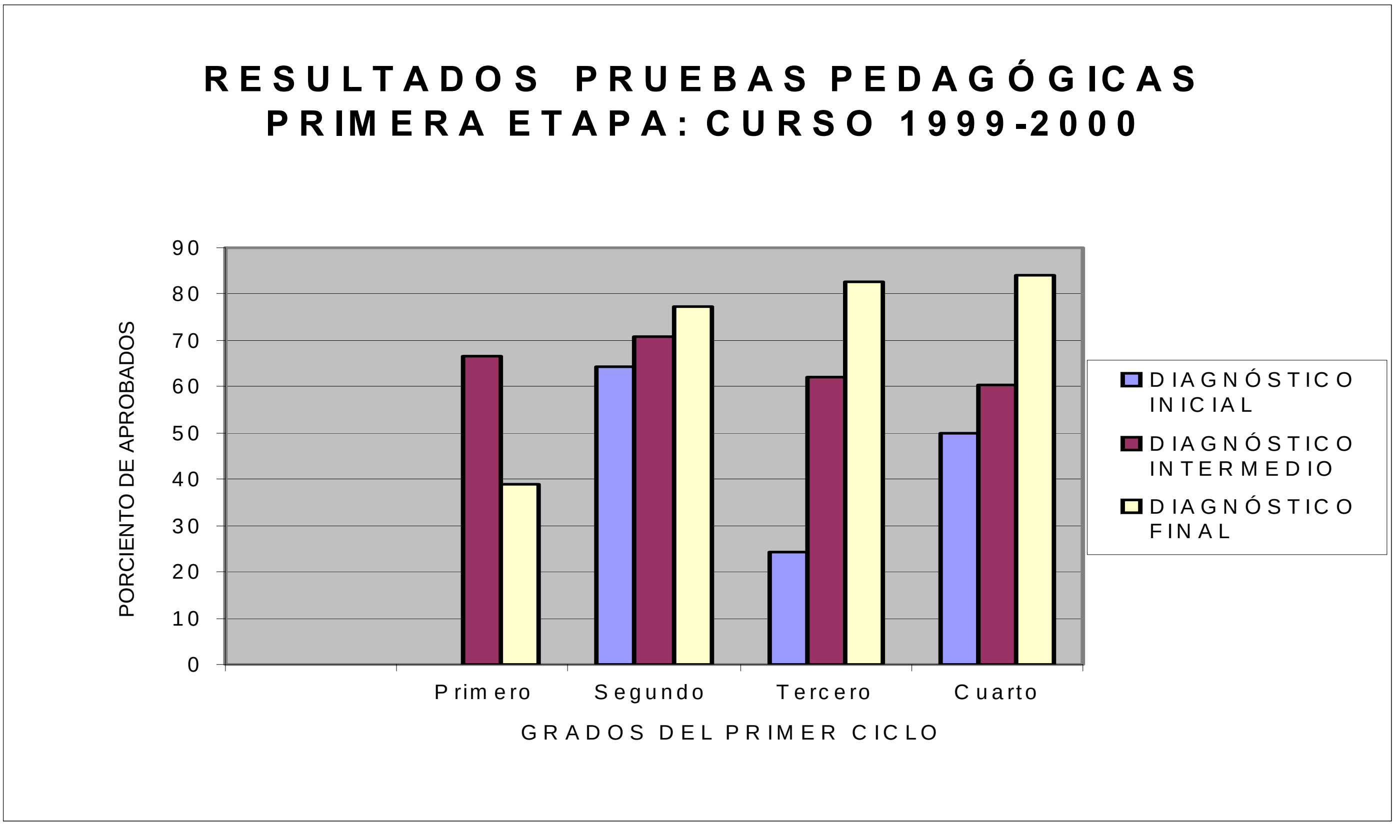
2. **Una persona puede recorrer 250 m por minuto si lo hace montado en un caballo y 2000 m por minuto si viaja en un tren rápido. ¿Cuántas veces es más lento el hombre al viajar a caballo que cuando lo hace en el tren rápido? Rta. 2000 : 250= ? (CM"3).**

3. **Javier para practicar deportes usa camiseta y "short". Se sabe que con ambas prendas se puede poner 6 combinaciones distintas, que tiene solo 3 camisetas y un par de tenis. ¿Cuántos "shorts" dispone para practicar deportes? Rta. 6 : 3 = ? (C 2).**

<u>Indicaciones dadas:</u>

Similares a las ofrecidas en las pruebas pedagógicas del diagnóstico inicial

ANEXO 12


RESULTADOS PRUEBAS PEDAGÓGICAS
PRIMERA ETAPA: CURSO 1999-2000
PORCIENTO DE APROBADOS
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Primero
Segundo
Tercero
Cuarto
GRADOS DEL PRIMER CICLO
DIAGNÓSTICO INICIAL
DIAGNÓSTICO INTERMEDIO
DIAGNÓSTICO FINAL

ANEXO 13

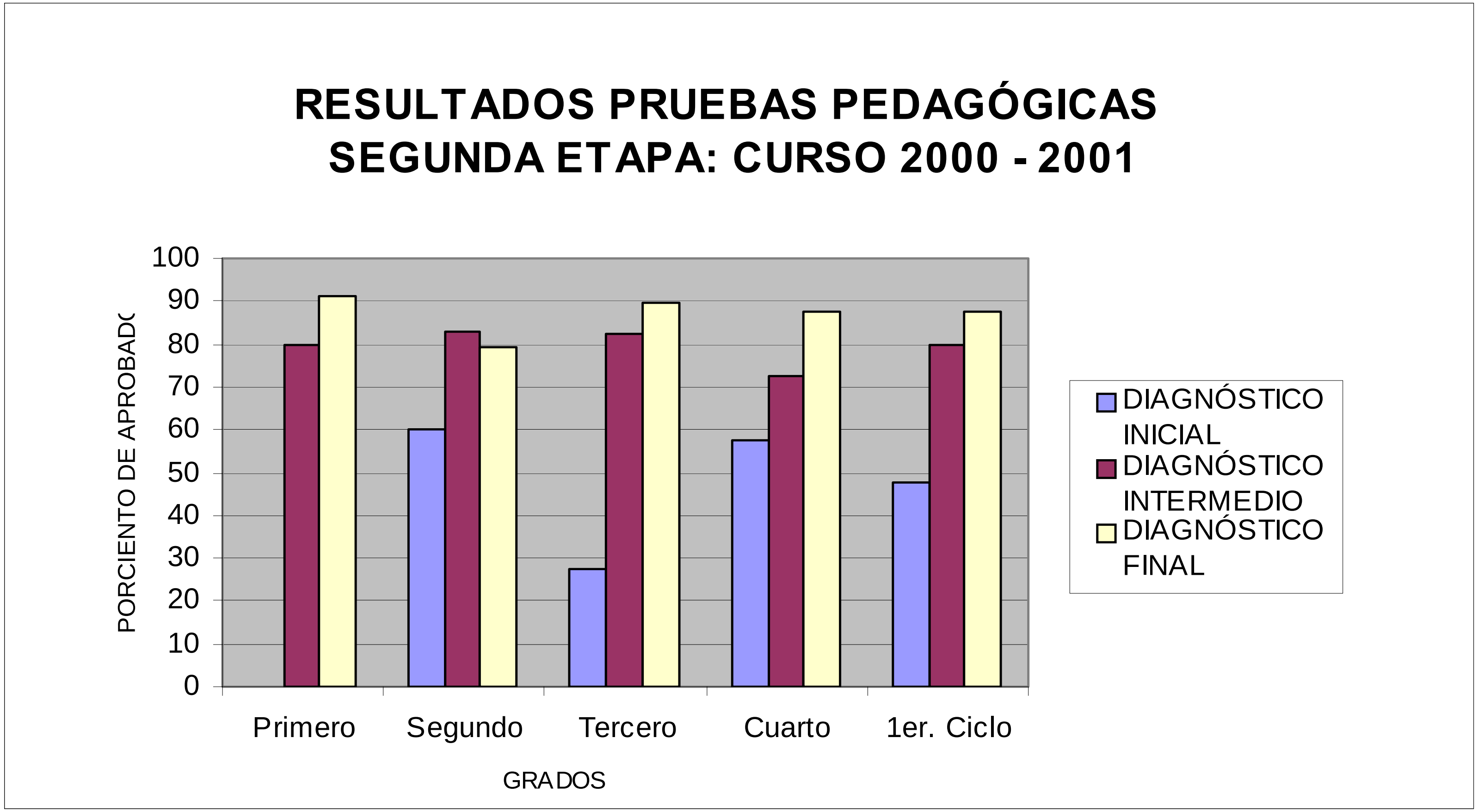
RESULTADOS EN PORCIENTO DE APROBADOS (B ó R) POR GRADOS, ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS Y TIPOS DE DIAGNÓSTICOS

CURSO ESCOLAR 2000 – 2001

TIPO DIAGN.	PRIMER GRADO		SEGUNDO GRADO		TERCER GRADO		CUARTO GRADO	
	TIPO DE ESTRUC	%	TIPO DE ESTRUC	%	TIPO DE ESTRUC	%	TIPO DE ESTRUC	%
INIC IAL	-	-	*Cb 2*	80,6	Co 3	62,0	Co 5	52,5
	-	-	CA 3	66,7	GI 2	31,0	Dv 4	55,0
	-	-	-	-	Dv 2	17,2	CA 1	95,0
INTERM.	Cb 1	95,5	Ig 2	80,0	CA 5	82,7	CM´3	85,0
	Co 2	80,0	Ig 4	50,6	Ig 1	55,2	Dv 5	75,0
	Co 4	44,4	Ig 5	86,6	CM 1	93,1	C 1	60,0
FINAL	Co 3	91,0	GI 2	80,0	R 2	89,6	Dv 6	95,0
	CA 1	91,1	GI 3	80,0	Dv 3	82,7	CM¨3	87,5
	R 1	88,8	Dv 1	80,0	CM´2	82,7	C 2	87,5
	Cb 2	97,7	Ig 4	80,0	Ig 1	93,1	C 1	90,0
	Co 4	86,6	Co 5	73,3	CA 6	86,2	AR 2	87,5
	CA 3	95,5	CA 6	73,3	Co 6	86,2	CA 6	87,5

	-	-	**-**	**-**	**-**	**-**	**P 1**	**60,0**

A N E X O 14


RESULTADOS PRUEBAS PEDAGÓGICAS
SEGUNDA ETAPA: CURSO 2000 - 2001
PORCIENTO DE APROBADO
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Primero
Segundo
Tercero
Cuarto
1er. Ciclo
GRADOS
DIAGNÓSTICO INICIAL
DIAGNÓSTICO INTERMEDIO
DIAGNÓSTICO FINAL

A N E X O 15

OBSERVACIÓN DE CLASES:

Curso Escolar 2 000 – 2 001

OBJETIVO:

Valorar y controlar cómo el maestro introduce en la práctica escolar los aspectos básicos de la propuesta.

INSTRUMENTO:

:

Fecha:____________________Grado:______Grupo:______

Nombres y apellidos del maestro visitado:_________________________

I) TRABAJO CON LOS OBJETIVOS:

1. **Los objetivos que se ha propuesto se corresponde con los que debe ser:**
   Todos:____Algunos:_____Ninguno_____
2. **Los problemas propuestos se corresponden con esos objetivos:**
   Siempre_____Algunas veces_____Nunca_____
3. La orientación hacia el cumplimiento de los objetivos permite a los alumnos identificarse con ellos:
   Siempre_____Algunas veces_____Nunca_____

   Conclusión: El trabajo realizado por el maestro para que se cumplan los objetivos de la clase es B:___R:___M:___

II) TRABAJO CON EL ASEGURAMIENTO DE LAS CONDICIONES PREVIAS:

4. **El maestro revisa algunos contenidos conocidos por los alumnos que sirven de condiciones previas para la clase de hoy: SI:___NO:___**
   En caso afirmativo se llenarán los siguientes espacios:
5. **El conocimiento que posee el maestro sobre las condiciones previas que sus alumnos tienen para aplicarlo a las nuevas situaciones es: B:___R:___M:___**
6. **El maestro propicia que el alumno establezca nexos entre los métodos, recursos, etc. empleados en los problemas ya resueltos con los que tiene que resolver: Siempre:______Algunas veces:_____Nunca:_____**
7. **Los aspectos que el maestro tiene en cuenta para el aseguramiento de las condiciones previas son (marcar con una cruz):**

7.1 Las habilidades de cálculo aritmético:___

7.2 Las relaciones entre las operaciones de cálculo:___

7.3 Los significados prácticos de las operaciones:___

7.4 Las estructuras semánticas de los problemas aritméticos:___

7.5 Las técnicas de modelación:___

8. La revisión de los tres últimos aspectos los realiza (marcar con una cruz):

		DE FORMA GENERAL	MEDIANTE EJEMPLOS:	
			CON NÚMEROS	SIN NÚMEROS
8.1	Significados operaciones			
8.2	Estructuras Semánticas			
8.3	Técnicas de modelación			

Conclusión: El aseguramiento de las condiciones previas que realiza el maestro durante la clase puede calificarse de B:___R:___M:___

III) TRABAJO CON LA MOTIVACIÓN:

9. El grado de motivación que se logra en la mayoría de los alumnos durante la clase es: Alto:___Medio:___Bajo:___

10. El maestro consigue motivar a sus alumnos:
Durante toda la clase:____Solo en algunos momentos___Nunca___

11. El maestro realiza la motivación de la siguiente manera (esto se llenará en caso que se haya marcado una de las dos primeras opciones de la pregunta anterior):

11.1 Por el propio texto del problema:___
11.2 Utilizando problemas portadores de información:___
11.3 Realizando un comentario previo que permita despertar el interés en los escolares:___
11.4 Otras alternativas:___

Conclusiones: La motivación que el maestro debe contribuir despertar en sus alumnos durante la clase es B:___R:___M:___

IV) TRABAJO SOBRE EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:

12. Existe variedad en la sintaxis del texto del problema: SI:___NO:___

13. La forma de presentación se manifiesta de la siguiente manera (indicar cantidades):
13.1 Problemas en prosa:___
13.2 Problemas en verso:___
13.3 Problemas en forma de trabalengua:___
13.4 Problemas en forma de diálogo:___
13.5 Problemas en forma de adivinanza:___
13.6 Problemas con apoyo gráfico:___
13.7 Otra alternativa:___

14. Durante la clase se resolvieron____problemas. De ellos___en forma escrita.

15. Al plantearlo el maestro seleccionó una de las siguientes fuentes o vías (indicar cantidades):

15.1 Tomados del Libro de Texto o Cuaderno de Trabajo:___
15.2 Tomados del anexo de problemas de esta propuesta:___
15.3 Tomados de otros documentos___¿Cuáles?__________
15.4 Elaborados por el propio maestro:___
15.5 Entregado en hoja de trabajo:___
15.6 Escrito en la pizarra:___
15.7 Dictado por el maestro (para copiar):___
15.8 Leído por el maestro (no copiar):___
15.9 Leído por otra persona___¿cuál?_______
15.10 Utilizando otra vía_____¿cuál?______

16. Los problemas seleccionados contribuyen al empleo por parte de los alumnos de la función desarrolladora: Siempre:___Algunas veces:___Nunca:___

17. Existe variedad en los problemas escogidos en cuanto a:

17.1 Las distintas estructuras semánticas: SI:___NO:___

17.2 Los distintos significados de las operaciones: SI:___NO:___

Conclusión: La variedad en la presentación de los problemas por parte del maestro puede calificarse de: B:___R:___M:___

V) TRABAJO CON LA COMPRENSIÓN:

18. La actuación del maestro se caracteriza porque:

18.1 Los impulsos que ofrece en esta etapa son:
oportunos:___inoportunos:___
necesarios:___innecesarios:___
suficientes:___insuficientes:___

18.2. Solicita explicar las acciones del proceso de comprensión por parte el alumno (en caso que resulte necesario)
Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

18.3 Lo hace en el orden establecido:
Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

18.4 ¿Cuáles son las más deficientemente tratadas? (enumerarlas):________.

18.5 Dirige acertadamente el proceso de autorregulación de los escolares:
Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

19. La actuación del alumno se caracteriza por:

19.1 No demostrar tendencia a la ejecución:
Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

19.2 Exteriorizar las acciones que debe realizar:
Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

19.3 Ejecutar algunas de las acciones mentales:
en forma independiente:___
con ayuda de sus compañeros:___

con ayuda del maestro(a):___

19.4 Reformular el problema de manera:

creadora:___medianamente creadora:___reproductiva:___

19.5 En los casos que las primeras acciones le resulten insuficientes para la comprensión del problema:

19.5.1. Sabe utilizar las técnicas de modelación:

Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

19.5.2. Emplea materiales concretos:

Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

Conclusión: La actividad desplegada por el maestro en la dirección del proceso de comprensión es: B:____R:____M:____

VI) TRABAJO EN LA ETAPA EJECUTORA:

20. El proceso seguido en la etapa orientadora, bajo la dirección del maestro, contribuyó a que el alumno encontrara la vía de solución del problema:

Siempre:______Algunas veces:_____Nunca:_____

21. El maestro solicita fundamentar las operaciones seleccionadas para resolver los problemas mediante los significados de las de dichas operaciones:

Siempre:______Algunas veces:_____Nunca:_____

Conclusión: El trabajo desplegado por el docente durante la etapa orientadora encaminado a que el alumno encuentre la vía de solución se puede valorar de: B:___R:___M:___

Criterios valorativos:

I) TRABAJO CON LOS OBJETIVOS:

Se apreciará por la correspondencia que existe entre lo planificado y lo realizado en la clase en cuanto al objetivo previsto; así como de la adecuada orientación que realice el maestro para que el niño se identifique con ellos. Se evaluará en:

B: Si existe correspondencia entre los objetivos planificados y los problemas propuestos que resulta visible durante el desarrollo de la clase. Los mismos deben ajustarse a las exigencias del grado y del momento del desarrollo de la habilidad.

R: Si los problemas propuestos cumplen parcialmente los objetivos previstos.

M: Cuando no exista correspondencia entre el objetivo previsto y los problemas propuestos o estos no se correspondan con las exigencias del grado y el momento de desarrollo de la habilidad .

II) TRABAJO CON EL ASEGURAMIENTO DE LAS CONDICIONES PREVIAS:

La esencia de esta parte orientadora consiste en precisar los conocimientos básicos que el alumno debe dominar para poder tener éxito en la resolución de los distintos problemas que se le plantearán posteriormente. En este sentido es indispensable que el maestro conozca cuáles son las condiciones previas que poseen sus alumnos para aplicarlas a las nuevas situaciones, de manera que pueda propiciar que el escolar establezca nexos entre los métodos, recursos y otros procesos similares empleados en los problemas ya resueltos con los que tiene que resolver ahora. Se evaluará de:

B: Si el maestro revisa en la parte introductoria de la clase los aspectos básicos que debe tener en cuenta el alumno al resolver los problemas y lo hace de una forma creadora e interesante.

R: Si el maestro revisa los aspectos esenciales pero con poca creatividad e interés o los revisa parcialmente pero con cierto nivel de creatividad e interés.

M: No revisa los aspectos esenciales a tener en cuenta por el alumno o los revisa parcialmente de forma rutinaria y reproductiva.

III) TRABAJO CON LA MOTIVACIÓN:

Se tendrá en cuenta fundamentalmente por el aporte que haga el docente por plantear problemas que sean significativos para el alumno, es decir, que sea capaz de valorar la importancia de los mismos para su vida o de su propio desarrollo: deben responder a sus intereses y necesidades. Se evaluará en:

B: Si el maestro logra motivar a la mayoría de los alumnos durante toda la clase.

R: Si los problemas seleccionados solo logra motivarlo parcialmente.

M: Cuando los problemas seleccionados no logran motivar a los alumnos o lo hace deficientemente.

V) TRABAJO CON LA COMPRENSIÓN:

Este es un aspecto fundamental en esta propuesta por lo que debe valorarse por el trabajo desplegado por el docente en cuanto al adecuado equilibrio en los impulsos: oportunos, necesarios y suficientes que debe ofrecer para que los escolares con relativa independencia logren interiorizar las distintas acciones a ejecutar tanto de regulación como de autorregulación. Se evaluará en:

B: Si el maestro despliega una actividad coherente logrando que los alumnos ejecuten las acciones de regulación y autorregulación en correspondencia con sus propias necesidades.

R: Si el maestro se preocupa por dar los impulsos y que los alumnos ejecuten las acciones de regulación pero no siempre de acuerdo a las propias necesidades de los escolares, es decir, con cierto exceso o con algunas insuficiencias

M: Si la preocupación del maestro para dar los impulsos y para que los alumnos realicen las acciones de regulación es deficiente.

VI) TRABAJO CON LA ETAPA EJECUTORA:

Este aspecto se incluyó como una forma de valorar el nivel de efectividad del trabajo desarrollado por la parte docente en la etapa de orientación de forma integral, de manera que el mismo haya contribuido a la búsqueda de la idea de solución de problema por parte del alumno, así como comprobar el empleo de los significados de las operaciones con números naturales como fundamento en la operación u operaciones seleccionadas. Se evaluará:

B: Cuando el docente haya realizado una labor meritoria en los aspectos anteriores de manera tal que el alumno sea capaz de encontrar la vía de solución del problema y además en los casos que se discuta la solución con el colectivo estudiantil se le solicite a los escolares la fundamentación de la operación u operaciones escogidas para resolverlo, a partir de los significados prácticos de las operaciones con números naturales.

R: Cuando el docente haya realizado una labor no completa, de forma tal que el alumno no siempre pueda encontrar la vía de solución de todos los problemas propuestos y que no en todos los casos posibles solicite la argumentación de la operación u operaciones escogidas para resolverlos, a partir de los propios significados prácticos de las operaciones con números naturales.

M: Cuando la labor desarrollada por el docente no haya contribuido a que el alumno haya encontrado la vía de solución de cada problema o de la mayoría de ellos, tampoco se solicite la correspondiente fundamentación en la mayoría de los casos que pudiera hacerse.

A N E X O 16:

REVISIÓN DE PLANES DE CLASES

Curso Escolar 2000 – 2001:

OBJETIVO: Determinar el nivel de interiorización por parte de los docentes de la propuesta didáctica que deben introducir en las clases de Matemática.

INSTRUMENTO:

Nombres y apellidos del planeador de las clases____________________Grado:________

1. **Cantidad de clases revisadas:_______**
   De ellas : 1.1 están destinadas al cálculo aritmético:______
   1.2 se incluyen, al menos, un problema:______
   1.3 con completas de problemas:_____

2. **TRABAJO CO LOS OBJETIVOS:**
   2.1 Los objetivos previstos se corresponden con los que debe ser:
   Todos:_____Algunos:_____Ninguno:_____
   2.2 Los problemas planteados se corresponden con esos objetivos:
   Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

3. **TRABAJO CON LOS SIGNIFICADOS DE LAS OPERACIONES Y LAS TÉCNICAS DE MODELACIÓN:**
   3.1 Los significados de las operaciones se introducen (marcar con una cruz)
   3.1.1 Formar el concepto de la operación correspondiente:___
   3.1.2 Iniciar el desarrollo de la habilidad de cálculo correspondiente:___
   3.1.3 Aplicar las habilidades de cálculo correspondiente:___
   3.2 Los mismos se revisan de la siguiente manera:
   3.2.1 Por la vía inductiva:___
   3.2.2 Por la vía deductiva:____
   3.3 Las técnicas de modelación se introducen (marcar con una cruz)
   3.3.1 Formar el concepto de la operación correspondiente:___
   3.3.2 Iniciar el desarrollo de la habilidad de cálculo correspondiente:___
   3.3.3 Aplicar las habilidades de cálculo correspondiente:___
   3.4 Las mismas se revisan de la siguiente manera:
   3.4.1 Por la vía inductiva:___
   3.4.2 Por la vía deductiva:____

4. **TRABAJO CON EL ASEGURAMIENTO DE LAS CONDICIONES PREVIAS (solo para las clases completas de problemas).**

4.1 Tiene previsto revisar algunos contenidos conocidos por los alumnos que sirven de condiciones previas para las clases: SI:___NO:___

4.2 Los aspectos que el maestro tiene en cuenta para el aseguramiento de las condiciones previas son: (Indicar cantidades):

4.2.1 Las habilidades de cálculo:___

4.2.2 Las relaciones entre las operaciones

4.2.3 Los significados prácticos de las operaciones:___

4.2.4 Las estructuras semánticas de los problemas:___

4.2.5 Las técnicas de modelación:___

4.3 Las revisión de los tres últimos aspectos los pretende realizar de la siguiente forma (indicar cantidades).

		DE FORMA GENERAL	**MEDIANTE EJEMPLOS:**	
			CON NÚMEROS	**SIN NÚMEROS**
8.1	**Signif. Práct. operaciones**			
8.2	**Estructuras Semánticas**			
8.3	**Técnicas de modelación**			

5. TRABAJO CON LA MOTIVACIÓN: (solo para las clases completas de problemas):

5.1 Tiene declarado la forma en que va a realizar la motivación de la clases (indicar cantidades.) SI:___NO:___

5.2 Pretende ejecutar la motivación haciendo énfasis en: (indicar cantidades

5.2.1 El propio texto del problema:___

5.2.2 La utilización de problemas portadores de información:___

5.2.3 La realización de comentarios previos:___

5.2.4 Una "información" general de lo que va a hacer:___

6. TRABAJO SOBRE EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:

6.1 La variedad de los problemas escogidos en cuanto a:

6.1.2 Su sintaxis es: B:___R:___M:___

6.1.3 Los distintos significados de las operaciones: B:___R:___M:___

6.1.4 Las distintas estructuras semánticas de los problemas: B:___R:___M:___

6.2 La forma de presentación se manifiesta de la siguiente manera: (indicar cantidades)

6.2.1 Problemas en prosa:___

6.2.2 Problemas en verso:___

6.2.3 Problemas en forma de trabalengua:___

6.2.4 Problemas en forma de diálogo:___

6.2.5 Problemas en forma de adivinanza:___
6.2.6 Problemas con apoyo gráfico:___
6.3 Cantidad de problemas planificados parra resolver en clase:___
De ellos 6.3.1 son orales:____
6.3.2 son escritos:___

6.4 Al plantearlo el maestro pretende seleccionar una de las siguientes vías o fuentes (indicar cantidades):

6.4.1 Tomados del libro de texto o cuaderno de trabajo:___
6.4.2 Tomados del anexo de problemas de esta propuesta:___
6.4.3 Elaborados por el propio maestro:___
6.4.4 Tomados de otra fuente:____¿cuál?:___
6.4.5 Entregados en hojas de trabajo:___
6.4.6 Escrito en la pizarra:___
6.4.7 Dictado por el maestro (para copiar):___
6.4.8 Presentados en lámina o cartulina:___
6.4.9 Leído por el maestro (no copiar):___
6.4.10 Leído por otra persona:____
6.5 Los problemas seleccionados se caracterizan por:
6.5.1 Responden a las exigencias del grado: (indicar cantidades)
6.5.2 Tienen variedad temática: SI:___NO:___
6.5.3 Propician las condiciones para contribuir a la formación de la personalidad del alumno: SI:___NO:___
6.5.4 Contribuyen al desarrollo intelectual de los alumnos: Todos:___Algunos:___Ninguno:___
6.5.5 Son suficientes para el logro de los objetivos del grado: SI:___NO:___

7. TRABAJO CON LA COMPRENSIÓN:

7.1 Se prevé posibles impulsos que puede dar el docente en la tarea de la comprensión:
Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

7.2 Se concibe la posible solicitud a los alumnos de explicar las acciones a realizar en la comprensión (si fuera necesario):_
Siempre:_____Algunas veces:_____Nunca:_____

8. ATENCIÓN A LAS DIFERENCIAS INDIVIDUALES Y TAREAS PARA LA CASA:

8.1 Se prevé darle atención diferenciada a los alumnos según los distintos niveles de asimilación en los problemas a resolver. Siempre:______Algunas veces:_____Nunca:_____

8.2 Cantidad de tareas relacionadas con el cálculo aritmético planificadas:____
8.3 Cantidad de problemas como tareas para la casa previstos:____

ANEXO 17

REVISIÓN DE LIBRETAS DE LOS ALUMNOS

Curso Escolar 2000 – 2001

OBJETIVO:

Determinar los recursos utilizados por los escolares en la interpretación personal de la propuesta, teniendo en cuenta las diferencias individuales.

MODO DE APLICACIÓN:

- **Se seleccionarán aleatoriamente 6 libretas en cada grupo (excepto primer grado) para un total de 30, tomando muestras de cada uno de los siguientes estratos: alumnos de alto, medio y bajo rendimiento.**
- **Se revisarán de manera simultánea en cada grado y estrato de rendimiento, en periodos de tiempo mensual.**

INSTRUMENTOS:

1. Los significados de las operaciones se introducen al:

1.1 Formar el concepto de operaciones correspondientes.

1.2 Iniciar el desarrollo de habilidades de cálculo aritmético.
1.3 Aplicar las habilidades de cálculo aritmético.

Se realiza de la siguiente manera:
1.4 Por la vía deductiva.
1.5 Por la vía inductiva.

2. Las técnicas de modelación se introducen al:
2.1 Formar el concepto de operaciones correspondientes.

2.2 Iniciar el desarrollo de habilidades de cálculo aritmético.
2.3 Aplicar las habilidades de cálculo aritmético.

Se realiza de la siguiente manera:
2.4 Por la vía deductiva.
2.5 Por la vía inductiva.
2.6 Emplea modelos al resolver los problemas de cuáles estructuras semánticas:

3. La variedad de los problemas que aparecen en cuanto a: (se clasifican en: siempre, algunas veces y nunca).
3.1 Los distintos significados de las operaciones aritméticas:
3.2 Las distintas estructuras semánticas de estos problemas:

4. Los problemas que aparecen escritos se caracterizan por:
4.1 Su contenido:
4.1.1 Responde a las exigencias del grado (indicar cantidades).
4.1.2 Tienen variedad temática (SI – NO)
4.1.3 Propician las condiciones para contribuir a la formación de la personalidad del alumno (SI – NO)

4.2 Su calidad: (Todos – algunos – ninguno)
4.2.1 Tienen variedad en su forma de presentación
4.2.2 Contribuyen al desarrollo intelectual del escolar
4.3 Su cantidad:
Son suficientes para el logro de los objetivos del grado (SI – NO)

5. Tareas para la casa
5.1 Cantidad de tareas relacionadas con el cálculo aritmético revisadas
5.2 Cantidad de problemas aritméticos como tarea para la casa.

6. Control de los problemas:

6.1 Cantidad de errores matemáticos detectados

6.2 Cantidad de señalamientos de estos errores.

6.3 Cantidad de indicaciones precisas para su corrección.

6.4 Se señalan los errores lingüísticos (siempre – algunas veces – nunca)

7. Atención a las diferencias individuales:

7.1 Se le da atención diferenciada a los alumnos (siempre - algunas veces – nunca)

8. Cantidad de problemas aritméticos resueltos en las libretas (alto, medio y bajo rendimiento)

A N E X O 18:

PRUEBAS PEDAGÓGICAS APLICADAS COMO DIAGNÓSTICO FINAL

Curso escolar 2000 – 2001

OBJETIVO:

Comprobar el nivel de apropiación de la propuesta por parte de los escolares del primer ciclo, como resultado final y terminal del proceso de comprensión de los problemas aritméticos con texto.

MODO DE APLICACIÓN:

Similar al empleado en las pruebas pedagógicas de los diagnósticos anteriores. Solamente debe agregarse que por la extensión de las mismas se aplicaran en dos sesiones de trabajo.

INSTRUMENTOS:

Primer Grado:

Se hará referencia de la existencia de alguna escuela primaria cercana que tenga dos grupos de primer grado y se le dirá que ambos grupos están preparando una fiesta para el fin de curso. Se les informará que los siguientes problemas les permitirá conocer detalles de cómo van los preparativos:

1. **Entre los dos grupos tienen 50 alumnos. De ellos 20 son hembras. ¿Cuántos varones tú crees que tienen ambos grupos? Rta. 50 – 20 = ? (Cb 2)**
2. **El grupo "A" y el grupo "B" tienen cada uno 10 trajes típicos ya listos para la actividad cultural. ¿Cuántos trajes tienen ya preparados los dos grupos? Rta. 2 . 10 = ? (R 1).**
3. **Armando está encargado de recoger adornos para embellecer el aula. La semana pasada tenía 7 adornos. Ahora tiene 18. ¿Cuántos adornos se entregaron esta semana? Rta. 18 – 7 = ? (Co 3).**
4. **Los alumnos han ido ahorrando dinero para comprarle regalos a los estudiantes más destacados. Hasta el momento el grupo "A" ha recogido 80 pesos, mientras que el grupo "B" tiene 60 pesos.¿Cuánto dinero ha ahorrado el grupo "A" más que el grupo "B"? Rta. 80 – 60 = ? (CA 1).**
5. **La maestra entregó 16 crayolas a las niñas encargadas de confeccionar flores en colores para embellecer el aula. Si después de elaborar las flores dichas niñas le devolvieron a la maestra 5 crayolas. ¿Cuántas crayolas utilizaron completamente para realizar esta tarea? Rta. 16 – 5 = ? (Co 4).**

6. El grupo “A” tiene ya recolectado 40 vasitos plásticos para servir los refrescos mientras que el grupo “B” tiene 10 más que el “A”. ¿Cuántos vasitos plásticos tiene el grupo “B” para la fiesta? Rta. 40 + 10 = ? (CA 3).

Segundo grado:

En el curso anterior los alumnos de segundo grado de la Escuela Primaria “Conrado Benítez” asistieron a un campamento vacacional al finalizar el curso escolar. Si resuelves los problemas que te proponemos a continuación sabrás algunas informaciones interesantes sobre este suceso:

1. Alfredo llevó 27 chinatas para jugar con sus compañeritos. Por su parte a Braulio le sobraron 3 chinatas para haber llevado la misma cantidad que Alfredo. ¿Cuántas chinatas llevó Braulio? Rta. 27 + 3 = ? (Ig 4).
2. A dicho campamento llegaron 56 niños. Existen 7 casas de campañas. ¿Cuántos niños se albergarán en cada casa si se quiere que cada una tenga la misma cantidad de alumnos? Rta. 56 : 7 = ? (GI 2).
3. A Xiomara se le encargó la tarea de recoger dinero entre los niños para comprar pelotas. ¿Cuánto dinero recogió la primera semana si en la segunda le dieron 60 pesos y al final pudo recoger 90 pesos en total? Rta. 90 – 60 = ? (Co 5).
4. Veinticuatro de esos escolares dedicaron una sesión a la práctica de deportes, para ello se agruparon en equipos formados por 4 estudiantes cada uno y el resto de los pioneros se fueron a bañar al río. ¿Cuántos equipos se integraron?
   Rta. 24 : 4 = ? (GI 3).
5. Los varones tenían preparados 34 disfraces para el carnaval infantil que realizaron. Esa cantidad representa 9 disfraces menos que los preparados por las hembras. ¿Cuántos disfraces prepararon las niñas? Rta. 34 + 9 = ? (CA 6).
6. ¿Cuántos juegos de parchis dispusieron para jugar, si se sabe que dicha cantidad es el triplo de las casas de campañas, que como se sabe fueron 7? Rta. 3 . 7 = ? (Dv 1).

Tercer grado:

1. En el almacén de una escuela primaria había 532 libretas rayadas y 368 libretas lisas. ¿Cuántas libretas lisas le faltan al almacén para tener la misma cantidad de libretas rayadas? Rta. 532 – 368 = ? (Ig 1).
2. La directora de una escuela primaria le entregó a un trío de pioneros de tercer grado 96 compases y les dijo que dejaran 8 en cada aula de la escuela hasta

que no le quedara ninguno. ¿Podrías averiguar tú cuántas aulas de dicha escuela recibieron compases? Rta. 98 : 8 = ? (R 2).

3. Daniel tiene una cuenta de ahorro. Averigua cuánto dinero tenía en dicha cuenta de ahorro, sabiendo que hizo una extracción de $ 125 para comprar un artículo y todavía le quedan $ 835? Rta. $835 - $125 = ? (Co 6).
4. Un ciclista recorre 20 km en una hora. Él es cuatro veces más rápido que un peatón. ¿Cuántos km camina el peatón es una hora? Rta. 20 : 4 = ? (CM´2).
5. Escuchen la siguiente conversación entre tres alumnos de una escuela primaria:

Alumno de $5^{to.}$: "Nosotros recogimos 126 envases de cristal".

Alumno de $4^{to.}$: "Esa cantidad representa el triplo de lo que nuestro grado recolectó"

Alumno de $3^{ero.}$: "La cantidad recogida por el quinto grado representa un defecto de 54 envases respecto de lo que nosotros recogimos".

¿Cuántos envases recogieron los alumnos de $4^{to.}$ y cuántos los de $3^{ero.}$?

Rta. 126 : 3 = ? (Dv 3); 126 + 54 = ? (CA 6)

Cuarto grado:

1. La velocidad de traslación de La Tierra es aproximadamente de 30 km por segundo mientras que la del planeta Neptuno se aproxima a 5 km por segundo. ¿Qué parte representa la velocidad de Neptuno respecto a la de La Tierra? Rta. 30 : 5 = ?
(Dv 6).

2. Para ir de una ciudad A a otra B existen dos carreteras distintas mientras que para ir de la ciudad B a otra C hay tres carreteras diferentes. ¿De cuántas formas distintas pudieras tú viajar de la ciudad A a la C, pasando por la ciudad B?
Rta. 2. 3 = ? (C 1).

3. Si el piso de tu aula tiene 320 mosaicos y tiene 16 mosaicos en su ancho. ¿Cuántos mosaicos tiene a lo largo? Rta. 320 : 16 = ? (AR 2).
4. Javier para practicar deportes usa camisetas y "shorts". Se sabe que con ambas prendas de puede poner 6 combinaciones distintas, que tiene solo 3 camisetas y un par de tenis. ¿Cuántos "shorts" dispone para practicar deportes? Rta. 6 : 3 = ? (C 2).
5. Una persona puede recorrer 250 m por minutos si lo hace montado en un caballo y
2 000 m por minuto se viaja en un tren rápido.

a) **¿Cuántas veces es más lento el hombre al viajar a caballo que cuando lo hace en el tren rápido? Rta. 2 000 : 250 = ? (CM”3)**
b) **Los metros recorridos por minuto por el tren representa una disminución en 6 000 m que lo que puede desplazarse un avión. ¿Cuántos m por minuto se puede trasladar ese avión? Rta. 2 000 + 6 000 = ? (CA 6).**

6. **Juan Carlos tiene 8 pesetas y algunos medios. ¿Cuántos medios tendrá sabiendo que posea 4 medios por cada peseta? Rta. 8 . 4 = ? (P 1)..**

<u>Indicaciones dadas:</u>

Similares a las ofrecidas en las pruebas pedagógicas del diagnóstico inicial

ANEXO 19

ENTREVISTA INDIVIDUAL A ESTUDIANTES
Curso Escolar 2000 – 2001

OBJETIVOS:

1. **Determinar las acciones de regulación y autorregulación que realizaron los escolares para comprender los problemas en el diagnóstico final.**
2. **Precisar los problemas que les resultaron más difíciles para comprenderlos.**
3. **Puntualizar las causas que contribuyeron a la no comprensión de algunos problemas, sobretodo de los alumnos que más dificultades presentaron.**

MODO DE APLICACIÓN:

- **Se aplicará después de haber: propuesto el diagnóstico final y calificado los mismos.**
- **Se seleccionarán dos alumnos (al azar) de cada grupo y de cada uno de los siguientes estratos:**
  - **Los que obtuvieron calificación de B en todos los problemas.**
  - **Los que presentaron mayores dificultades.**

- **Se tratará (de ser posible) que en la selección realizada aparezca un alumno de cada sexo.**

INSTRUMENTO:

a) Introducción:

Destacar la enorme importancia que tienen las respuestas a las preguntas que se les formularán para mejorar el aprendizaje de los propios escolares.

b) Desarrollo:

i) **Dime las acciones que tú seguiste para comprender cada uno de los problemas.**
ii) **¿Te hiciste algunas preguntas que te permitieran controlarte lo que pensaste para comprenderlos? ¿Cuáles fueron?**
iii) **¿Existió (existieron) algún (algunos) problema(s) que te fue(ron) más difícil(es) que otro(s) para comprenderlo(s)? ¿Cuáles? ¿Por qué?**

Para los alumnos con dificultades se le añadirá la siguiente pregunta:

iv) **¿Qué te pasó que no pudiste resolver correctamente todos los problemas propuestos? (Se recordará a cada estudiante los distintos problemas en que se equivocó).**

c) Conclusiones:

Se les dará las gracias por la colaboración brindada en esta entrevista.

ANEXO 20

ENTREVISTA GRUPAL A DOCENTES

Curso escolar 2000 – 2001

OBJETIVO:

Determinar las opiniones y valoraciones de los maestros sobre la propuesta didáctica introducida por ellos durante todo el curso escolar 2000-2001

MODO DE APLICACIÓN:

- **Se aplicará una vez que se haya concluido de introducir en la práctica escolar la propuesta didáctica en su segunda etapa y después de haber calificado los diagnósticos finales.**
- **Previamente se les avisará sobre los tópicos que se analizarán en la entrevista para que los maestros reflexionen sobre la temática y traigan opiniones meditadas.**

INSTRUMENTO:

c) Introducción:

Destacar el objetivo de esta actividad y la enorme importancia que tiene para el proceso investigativo el conocimiento directo de los ejecutores prácticos de la propuesta, sobre los criterios valorativos para el perfeccionamiento de la misma.

d) Desarrollo:

1. ¿Qué barreras o limitaciones Uds. presentaron para llevar a la práctica la propuesta didáctica que han introducido en la docencia en este curso escolar?.
2. **¿Qué potencialidades han apreciado Uds. posee dicha propuesta para una mejor orientación del escolar en la solución de problemas aritméticos con texto, de manera que se logre una mayor comprensión que le permita enfrentar con éxito esa actividad?**
3. **¿Qué sugerencias Uds. nos darían para perfeccionar este trabajo al introducirlo de nuevo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en próximos cursos escolares**

c) Conclusiones:

¿Desean ustedes agregar alguna opinión o consideración que consideren de interés sobre la temática de esta entrevista ?

Darles las gracias por todo el trabajo realizado y por las valiosas opiniones ofrecidas durante esta entrevista

ANEXO 21

Resultados de las Pruebas no paramétricas de los rangos con signos de Wilcoxon en diagnóstico intermedio y final:

OBJETIVO:

Comparar los resultados de las pruebas intermedias y final en los cuatro grados del ciclo, para aquellos problemas que en el diagnóstico intermedio presentaron mayores dificultades por parte de los escolares para resolverlos, en correspondencia a cierta estructura semántica asociada al mismo.

Primer grado:
Clave:

CA4I: significa resultados problema estructura Ca4 en diagnóstico intermedio.

CA4F: significa resultados problema estructura Ca4 en diagnóstico final.

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos
CA4F - CA4I	Rangos negativos	2[a]	20,00	40,00
	Rangos positivos	28[b]	15,18	425,00
	Empates	15[c]		
	Total	45		

a. CA4F < CA4I

b. CA4F > CA4I

c. CA4I = CA4F

Estadísticos de contraste[b]

	CA4F - CA4I
Z	-4,146[a]
Sig. asintót. (bilateral)	,000

a. Basado en los rangos negativos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

Segundo grado:
Clave:

IG4I: significa resultados problema estructura Ig4 en diagnóstico intermedio.

IG4F: significa resultados problema estructura Ig4 en diagnóstico final.

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos
IG4F - IG4I	Rangos negativos	1[a]	6,00	6,00
	Rangos positivos	5[b]	3,00	15,00
	Empates	9[c]		
	Total	15		

a. IG4F < IG4I

b. IG4F > IG4I

c. IG4I = IG4F

Estadísticos de contraste[b]

	IG4F - IG4I
Z	-1,000[a]
Sig. asintót. (bilateral)	,317

a. Basado en los rangos negativos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

Tercer grado:
Clave:

IG1I: significa resultados problema estructura Ig1 en diagnóstico intermedio.

IG1F: significa resultados problema estructura Ig1 en diagnóstico final.

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos
IG1F - IG1I	Rangos negativos	2[a]	8,25	16,50
	Rangos positivos	15[b]	9,10	136,50
	Empates	12[c]		
	Total	29		

a. IG1F < IG1I

b. IG1F > IG1I

c. IG1I = IG1F

Estadísticos de contraste[b]

	IG1F - IG1I
Z	-2,933[a]
Sig. asintót. (bilateral)	,003

a. Basado en los rangos negativos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

Cuarto grado:
Clave:

C1I: significa resultados problema estructura C1 en diagnóstico intermedio.

C1F: significa resultados problema estructura C1 en diagnóstico final.

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos
C1F - C1I	Rangos negativos	3[a]	13,33	40,00
	Rangos positivos	22[b]	12,95	285,00
	Empates	15[c]		
	Total	40		

a. C1F < C1I

b. C1F > C1I

c. C1I = C1F

Estadísticos de contraste[b]

	C1F - C1I
Z	-3,422[a]
Sig. asintót. (bilateral)	,001

a. Basado en los rangos negativos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

ANEXO 22:

Resultados de las pruebas de coeficientes de correlación de Pearson (paramétrica) y de Spearman (no paramétrica) en observaciones a clases y planes de clases:

OBJETIVO:

Comprobar la existencia o no de correlación entre el trabajo: con los objetivos, el aseguramiento de las condiciones previas (ACP), la motivación, el planteamiento del problema y la comprensión (acciones de regulación y autorregulación), tanto en las observaciones a clases como en la revisiones de los planes de las mismas.

1. Trabajo con los objetivos:

Clave:

TOBJX: significa trabajo con objetivos en observaciones a clases

TOBJY: significa trabajo con objetivos en revisiones de planes de clases

Correlaciones paramétricas:

Correlaciones

		TOBJX	TOBJY
TOBJX	Correlación de Pearson		
	Sig. (bilateral)		
	N		
TOBJY	Correlación de Pearson	,989**	
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	42	

**. La correlación es significativa al nivel 0,01

Correlaciones no paramétricas

Correlaciones

			TOBJOX	TOBJOY
Rho de Spearman	TOBJOX	Coeficiente de correlación	1,000	,884**
		Sig. (bilateral)	,	,000
		N	42	42
	TOBJOY	Coeficiente de correlación	,884**	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	,
		N	42	42

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

2. Trabajo con el aseguramiento de las condiciones previas (ACP):
Clave:

ACPX: significa trabajo con ACP en observaciones a clases

ACPY: significa trabajo con ACP en revisiones de planes de clases

Correlaciones paramétricas:

Correlaciones

		ACPX	ACPY
ACPX	Correlación de Pearson		
	Sig. (bilateral)		
	N		
ACPY	Correlación de Pearson	,996**	
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	42	

**. La correlación es significativa al nivel 0,01

Correlaciones no paramétricas

Correlaciones

			ACPOX	ACPOY
Rho de Spearman	ACPOX	Coeficiente de correlación	1,000	1,000**
		Sig. (bilateral)	,	,
		N	42	42
	ACPOY	Coeficiente de correlación	1,000**	1,000
		Sig. (bilateral)	,	,
		N	42	42

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

3. Trabajo con la motivación:
Clave:

MOTIVAX: significa trabajo con la motivación en observaciones a clases

MOTIVAY: significa trabajo con la motivación en revisiones de planes de clases

Correlaciones paramétricas:

Correlaciones

		MOTIVAX	MOTIVAY
MOTIVAX	Correlación de Pearson		
	Sig. (bilateral)		
	N		
MOTIVAY	Correlación de Pearson	,995**	
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	42	

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Correlaciones no paramétricas

Correlaciones

			MOTIVAOX	MOTIVAOY
Rho de Spearman	MOTIVAOX	Coeficiente de correlación	1,000	1,000**
		Sig. (bilateral)	,	,
		N	42	42
	MOTIVAOY	Coeficiente de correlación	1,000**	1,000
		Sig. (bilateral)	,	,
		N	42	42

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

4. Trabajo con el planteamiento del problema:
Clave:

PLANPROX: significa trabajo con planteamiento del problema en observaciones a clases

PLANPROY: significa trabajo con planteamiento del problema en revisiones de planes de clases

Correlaciones paramétricas:

Correlaciones

		PLANPRX	PLANPRY
PLANPRX	Correlación de Pearson		
	Sig. (bilateral)		
	N		
PLANPRY	Correlación de Pearson	,998**	
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	42	

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Correlaciones no paramétricas

Correlaciones

			PLANPROX	PLANPROY
Rho de Spearman	PLANPROX	Coeficiente de correlación	1,000	1,000**
		Sig. (bilateral)	,	,
		N	42	42
	PLANPROY	Coeficiente de correlación	1,000**	1,000
		Sig. (bilateral)	,	,
		N	42	42

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

5. Trabajo con la comprensión (acciones de regulación y autorregulación)
Clave:

COMPROX: significa trabajo con la comprensión en observaciones a clases

COMPROY: significa trabajo con la comprensión en revisiones de planes de clases

Correlaciones paramétricas

Correlaciones

		COMPROX	COMPROY
COMPROX	Correlación de Pearson		
	Sig. (bilateral)		
	N		
COMPROY	Correlación de Pearson	,997**	
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	42	

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Correlaciones no paramétricas

Correlaciones

			COMPROOX	COMPROOY
Rho de Spearman	COMPROOX	Coeficiente de correlación	1,000	1,000**
		Sig. (bilateral)	,	,
		N	42	42
	COMPROOY	Coeficiente de correlación	1,000**	1,000
		Sig. (bilateral)	,	,
		N	42	42

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

ANEXO 23

Resultados de las pruebas de coeficientes de correlación de Spearman (no paramétrica) en observaciones a clases y revisión de libretas de los alumnos:

OBJETIVO:

Comprobar la existencia o no de correlación en el trabajo con el planteamiento del problema (TPP), tanto en las observaciones a clases como en las revisiones de las libretas de los alumnos.

<u>Resultados generales del ciclo:</u>

<u>Clave:</u>

TPPX: significa trabajo con planteamiento problema en observaciones a clases.

TPPY: significa trabajo con planteamiento problema en revisiones de libretas.

Correlaciones

			TPPX	TPPY
Rho de Spearman	TPPX	Coeficiente de correlación	1,000	,882**
		Sig. (bilateral)	,	,000
		N	42	42
	TPPY	Coeficiente de correlación	,882**	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	,
		N	42	42

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Resultados por grados:

TTPX: significa TTP en primer grado en observaciones a clases.

TTP2X: significa TTP en segundo grado en observaciones a clases.

TTP3X: significa TTP en tercer grado en observaciones a clases.

TTP4X: significa TTP en cuarto grado en observaciones a clases.

TTPY: significa TTP en primer grado en revisión de libretas.

TTP2Y: significa TTP en segundo grado en revisión de libretas.

TTP3Y: significa TTP en tercer grado en revisión de libretas.

TTP4Y: significa TTP en cuarto grado en revisión de libretas.

Correlaciones

			TPPX	TPPY	TPP2X	TPP2Y	TPP3X	TPP3Y	TPP4X	TPP4Y
Rho de Spearman	TPPX	Coeficiente de correlación	1,000	,853**	,949**	,904*	1,000**	,853**	,991**	,991**
		Sig. (bilateral)	,	,000	,004	,013	,	,000	,000	,000
		N	12	12	6	6	12	12	12	12
	TPPY	Coeficiente de correlación	,853**	1,000	,707	,866*	,853**	1,000**	,775**	,810**
		Sig. (bilateral)	,000	,	,116	,026	,000	,	,003	,001
		N	12	12	6	6	12	12	12	12
	TPP2X	Coeficiente de correlación	,949**	,707	1,000	,816*	,949**	,707	1,000**	,949**
		Sig. (bilateral)	,004	,116	,	,047	,004	,116	,	,004
		N	6	6	6	6	6	6	6	6
	TPP2Y	Coeficiente de correlación	,904*	,866*	,816*	1,000	,904*	,866*	,816*	,839*
		Sig. (bilateral)	,013	,026	,047	,	,013	,026	,047	,037
		N	6	6	6	6	6	6	6	6
	TPP3X	Coeficiente de correlación	1,000**	,853**	,949**	,904*	1,000	,853**	,991**	,991**
		Sig. (bilateral)	,	,000	,004	,013	,	,000	,000	,000
		N	12	12	6	6	12	12	12	12
	TPP3Y	Coeficiente de correlación	,853**	1,000**	,707	,866*	,853**	1,000	,775**	,810**
		Sig. (bilateral)	,000	,	,116	,026	,000	,	,003	,001
		N	12	12	6	6	12	12	12	12
	TPP4X	Coeficiente de correlación	,991**	,775**	1,000**	,816*	,991**	,775**	1,000	,991**
		Sig. (bilateral)	,000	,003	,	,047	,000	,003	,	,000
		N	12	12	6	6	12	12	12	12
	TPP4Y	Coeficiente de correlación	,991**	,810**	,949**	,839*	,991**	,810**	,991**	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	,001	,004	,037	,000	,001	,000	,
		N	12	12	6	6	12	12	12	12

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

*. La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

PROPUESTA DIDÁCTICA

PARA LA ETAPA DE ORIENTACIÓN

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON TEXTO

PRIMER CICLO DE LA ESCUELA PRIMARIA

ORIENTACIONES PARA EL MAESTRO

AUTOR:

MANUEL CAPOTE CASTILLO

2002

DOCUMENTO INTRODUCTORIO GENERAL:

Estimado maestro:

En diversos trabajos investigativos que han realizado diferentes autores, así como los que nosotros hemos efectuado, se ha podido constatar que una de las principales dificultades que se presenta en el proceso de enseñanza aprendizaje de la solución de problemas aritméticos en la escuela primaria, radica en su primera fase: la **comprensión del problema**. A nuestro juicio esta limitación se debe en gran medida, a un deficiente trabajo docente en la etapa de orientación, es decir, que no se aprovecha adecuadamente la etapa de orientación en función de lograr una mejor comprensión por parte de los escolares del primer ciclo, de manera que les permita enfrentar con éxito dicha actividad.

Con el propósito de contribuir a un mejor desarrollo de la etapa de orientación en la solución de problemas en el primer ciclo de nuestra escuela primaria, hemos diseñado una estructuración didáctica para ser empleada por los maestros en el proceso de enseñanza aprendizaje de la solución de problemas aritméticos con texto.

Este documento pretende darte a conocer los aspectos básicos de esta propuesta, para que puedas valorarla y posteriormente, si así lo estimas pertinente, incorporarla a tu actuación profesional en el aula.

Como toda obra humana se puede perfeccionar, esta no escapa a esta máxima. Sin embargo, te podemos decir que la misma ha sido introducida en la práctica escolar durante dos cursos consecutivos en dos escuelas primarias, con resultados alentadores, que nos ha servido tanto para validar la propuesta como para recibir opiniones de los docentes que han ayudado a enriquecer este documento. Esperamos que tú también nos ofrezcas tus valoraciones críticas en este sentido, para continuar mejorando el mismo.

Antes de proceder a explicarte en qué consiste esta propuesta, vamos a ofrecerte, en forma abreviada, un conjunto de conocimientos que te servirán como condiciones previas para comprender la misma y puedas estar preparado(a) para entenderla y posteriormente aplicarla.

Queremos anticiparte que este material didáctico de apoyo a la docencia no sustituye las orientaciones metodológicas de los diferentes grados del primer ciclo que se utilizan en la actualidad, sino que la complementan. Tampoco las adecuaciones curriculares que se hacen, varían el orden de la impartición de los contenidos de acuerdo a como aparecen en los programas y sus modificaciones vigentes.

1. CONTENIDOS PREVIOS PARA LOS MAESTROS:

1.1 Aspectos teóricos generales sobre la etapa de orientación:

Los psicólogos y pedagogos seguidores y colaboradores del enfoque histórico cultural de L.S. Vygotsky (que es nuestro fundamento psico-pedagógico) están de acuerdo, en forma mayoritaria que el desarrollo de cualquier actividad humana, en particular, las relacionadas con el proceso de enseñanza aprendizaje, transita en tres momentos o fases fundamentales: **orientación, ejecución y control**. Las mismas no son excluyentes, o sea, que aunque la orientación precede a la ejecución, como aspecto prevaleciente, el control se realiza en ambos.

Desde nuestro punto de vista, la orientación consiste en un sistema de sub-etapas encaminadas a crear las condiciones favorables, tanto afectivas como cognitivas, para que el orientado esté preparado para pasar a la fase ejecutora. Didácticamente esto se traduce en que*: "Toda orientación que se ofrezca a las alumnas y alumnos para su aprendizaje debe llevar a que conozcan: qué es lo que van a estudiar; cómo o mediante que vía o vías; por qué y para qué lo realizarán, lo cual es válido tanto para el trabajo independiente en la clase como fuera de ella" (Silvestre, M. Y J. Zilberstein, 2000).*

Si tenemos en cuenta que la comprensión, entre otras consideraciones, es el descubrimiento de lo esencial en los objetos y fenómenos estudiados, podemos afirmar que cuando el sujeto ha comprendido **lo que debe hacer para ejecutar la actividad es porque ha sido** debidamente orientado.

La orientación, según nuestro criterio, puede ser clasificada según los siguientes rasgos:

a) por su plenitud;
b) por su nivel de generalidad;
c) por su modo de obtenerla
d) por su significación

Por su plenitud puede ser: **completa** cuando contiene todos los elementos suficientes y necesarios requeridos para ejecutar las acciones e **incompleta** cuando le faltan o sobran elementos; esta última puede ser incompleta **por defecto**, en el caso que falten elementos y **por exceso** cuando sobran.

Por su **nivel de generalidad** puede: ser **concreta** cuando está representada en su forma particular y por tanto puede servir solo para un caso concreto, aislado o **generalizada** cuando contiene todos los posibles casos particulares que se pueden presentar al ejecutar las acciones.

Por el modo de obtención **puede ser:**

2. Elaborada por el orientador **(se le da preparada al orientado).**
3. Elaborado por el orientado **(el orientado la prepara independientemente) y**
4. Elaborada conjuntamente entre el orientador y el orientado

Por su significación **la orientación puede ser significativa cuando se tiene en cuenta las conocimientos y habilidades que el orientado realmente posee, que están relacionados con los que va a adquirir o ejecutar y se logre motivar efectivamente al mismo para ejecutar la actividad y** no significativa **cuando, al menos, incumpla una de las condiciones anteriores.**

¿Qué tipos de orientación serían más productivas aplicar, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la solución de problemas aritméticos con texto?

Según N. Talízina (1988): *"Las investigaciones mostraron que la eficacia de la Base Orientadora de la Acción (BOA) depende sustancialmente del grado de generalización de los conocimientos que forman parte de ella...y de la plenitud del reflejo en ellos de las condiciones que determinan objetivamente el éxito de la acción"*

Estamos de acuerdo con esta autora cuando señala que la efectividad de la orientación depende del grado de generalización de los conocimientos que se precisen para llevar a cabo la parte ejecutora.

Sin embargo, consideramos que la orientación, para los problemas que estudiamos, sea **incompleta (por exceso),** Esto lo argumentaremos cuando se ofrezca la propuesta didáctica y se tengan los antecedentes necesarios para su comprensión.

En cuanto al **modo de obtenerla**, por el nivel de complejidades que tiene este proceso, conviene que sea elaborada conjuntamente entre el maestro y el alumno como tendencia general, aunque no se descarta la posibilidad que en cierto nivel de desarrollo sea construida independientemente por el propio estudiante.

Al valorar un **nivel de significación**, sin lugar a dudas, debe ser **significativo**, para que se concilie lo afectivo con lo cognitivo en esta importante actividad.

Resumiendo, podemos decir, que para nuestro objeto de estudio los tipos de orientación más aconsejable a utilizar son: el incompleto (por exceso), generalizado, en elaboración conjunta y significativo.

1.2 El concepto de problema. Clasificación. Estructura. Problemas escolares.

Nosotros asumimos el concepto de problema dado por los Dres. L. Campistrous y C. Rizo que plantean: *"Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación"* (Campistrous, L. Y C. Rizo, 1996; p.IX-X).

Desde el punto de vista didáctico, de la anterior caracterización conviene puntualizar tres aspectos básicos que distinguen a un problema de otro ejercicio matemático:

i) **Es toda situación en donde hay un** planteamiento inicial **(son los datos del mismo) y una** exigencia **(es la pregunta u orden que debe dársele respuesta) que obliga transformar (la situación inicial) utilizando conocimientos y habilidades que se posee. En realidad esto se corresponde con cualquier** ejercicio matemático.

ii) **La** vía **que se utilice por el resolutor del ejercicio (en nuestro caso es el alumno) para resolver el problema debe ser** desconocida **para él. Es decir, que** no existe **un** algoritmo **predeterminado que permita darse solución al mismo. Esto tiene tremenda importancia para el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que aquí se aprecia el carácter individualizado de este concepto: lo que para un alumno es un problema para otro no lo es.**

iii) **Debe garantizarse que el o los problema(s) seleccionado(s) por el docente, realmente** despierten el interés **por el escolar para resolverlo. He aquí es aspecto afectivo-motivacional de esta tarea.**

Existen múltiples clasificaciones de los problemas, según las necesidades de quienes la realizan; es por ello que nosotros nos limitaremos a aquellas que nos sean útiles para nuestro trabajo.

Resulta de nuestro interés tener en cuenta lo planteado por el Dr. L. Campistrous respecto a un concepto más estrecho de problema, es el relacionado a *"problemas escolares* ***(...) son situaciones didácticas que asumen; en mayor o menor grado, una forma problémica cuyo objetivo principal es la fijación o aplicación de los contenidos de una asignatura dada (conceptos, relaciones y procedimientos), y que aparecen regularmente en el contexto de los programas que se quieren trabajar"*** **(Campistrous, L., 1999; p.4). En nuestra concepción también pueden servir para adquirir conocimientos.**

A continuación propone una importante tipificación de los mismos desde el punto de vista didáctico: ***"Los problemas se consideran*** *rutinarios* ***cuando en el proceso de resolución se pueden encontrar las vías de solución de una manera directa en el propio contenido de la asignatura que se aborda en la escuela"*** **(Ibídem; p.4). Y seguidamente amplía** ***"y en ellos se emplean procedimientos que no llegan a ser propiamente algorítmicos, pero tampoco***

llegan a ser procedimientos heurísticos de búsqueda abierta" **(Ibídem; p.4). En contraposición a este tipo señala que los** *"no rutinarios* ***son entonces aquellos en los que se exige un proceso de búsqueda propiamente heurístico"*** **(Ibídem; p.6).**

Esto quiere decir que los problemas escolares **son aquellos que el maestro redacta con una intención didáctica determinada para el cumplimiento de un cierto objetivo, de acuerdo con las exigencias del programa. Debemos luchar porque estos problemas no sean rutinarios en su mayoría, para que verdaderamente estimule el desarrollo intelectual del escolar.**

Definiremos los problemas aritméticos **como aquellos problemas matemáticos donde la vía fundamental de solución es la aplicación de una o varias de las cuatro operaciones básicas con números naturales.**

Teniendo en cuenta que un mismo problema matemático puede resolverse tanto por una vía aritmética, algebraica, por tanteo u otra, es que no resulta conveniente clasificarlos según este rasgo, sino valorarlo como un tipo de estos problemas como lo hemos hecho arriba.

Ahora bien, según el "tipo de lenguaje utilizado" pueden ser:

- **<u>simbólicos</u>: son los que se caracterizan por la brevedad y en ellos prevalecen el empleo de signos y notaciones matemáticas y**
- **<u>con textos</u>: son los que describen relaciones cuantitativas que existen entre objetos en un lenguaje no simbólico, común.**

Resulta conveniente mantener la clasificación de los problemas que actualmente se utiliza en la escuela primaria cubana. De acuerdo a la "cantidad de pasos de solución" pudieran ser:

- **<u>simples</u>: son aquellos que se resuelven en un solo paso de solución y**

- **compuestos: son aquellos que se resuelven en más de un paso de solución (por lo general, para encontrar lo que se busca hay primero que encontrar otros elementos desconocidos que están en el propio problema y que generalmente se les llama subproblemas o problemas auxiliares).**

Además los compuestos se pueden subdividir por el "tipo de relaciones entre las operaciones" en:

- **independientes: cuando el orden en que se realizan los pasos de solución NO son determinantes para resolverlo y**
- **dependientes: cuando se cumple lo contrario que el caso anterior.**

También retomamos la clasificación dada por Campistrous-Rizo (1996) que fueron dadas en el contexto de las complejidades lingüísticas que pueden dar lugar a diferentes parámetros de dificultad en un problema, y hemos ampliado y puntualizado sus características. En este caso se tendrían las siguientes clases disjuntas:

- **directos: Son aquellos que satisfacen las tres condiciones siguientes:**
  1.- Todos los términos, vocablos, expresiones, etc. que aparecen se conocen su significado.
  2.- Todas las relaciones planteadas son claras y precisas.
  3.- Toda la información brindada resulta necesaria para su solución y la misma favorece la comprensión del mismo.

- **indirectos o complejos: Son aquellos que incumplen, al menos, una de las anteriores condiciones.**

Es bueno significar que esta última clasificación o división difiere de la anterior (simples y compuestos), en que en el primer caso NO depende de las características del resolutor sino del propio problema, mientras que en el segundo, varía de acuerdo a las peculiaridades del individuo que lo resuelve teniendo en cuenta el dominio del lenguaje y de su bagaje cultural general. Es

decir, que lo que para una persona puede ser un problema directo para otra puede ser indirecto o viceversa.

Estructura de los problemas matemáticos

González, D. (2000) considera para sus fines investigativos la siguiente estructura:

. "*datos****: magnitudes, números, relaciones matemáticas explícitas entre los números como: el triplo de, la quinta parte de, aumentado en; el cuadrado de entre otros,***

. *condiciones****: relaciones matemáticas no explícitas entre lo dado y lo buscado, vinculadas con las estrategia de solución, como las derivadas de los significados prácticos de las operaciones de cálculo, propiedades, teoremas, recursos matemáticos a utilizar, no declarados en el problema y***

. *pregunta****: la incógnita, lo que hay que averiguar"*** **(González, D., 2001; p. 23).**

En sentido general, asumimos esta última caracterización de estructura por ajustarse a nuestras posiciones teóricas y a las propias necesidades didácticas de la propuesta, al darle mayor claridad en la identificación de sus componentes. Solamente vamos a cambiar el vocablo pregunta**, por otro más general:** exigencia**, ya que no en todo problema aparece explícitamente una pregunta, pero sí una orden o exigencia que debe ser cumplimentada.**

Resulta de importancia distinguir algunos términos relacionados con la estructura de un problema que los Dres. L. Campistrous y C. Rizo ponen de manifiesto en sus trabajos. Esto se refiere a las relaciones entre lo dado **y lo** buscado **con lo** conocido **y lo** desconocido.

Cuando el problema es simple **lo buscado coincide con lo desconocido, pero cuando es** compuesto **(fundamentalmente dependiente) existen sub-problemas o problemas auxiliares que son necesarios plantearse para hallar lo** buscado**, y por supuesto, es algo desconocido para el resolutor. Es decir, que lo desconocido es un concepto superior respecto a lo buscado, luego existen aspectos desconocidos en un problema que no necesariamente coinciden con lo que se busca, pero sí hace falta descubrirlos para poder resolverlo.**

Comentario [CRC1]: Eso no es un argumento de por qué lo asumes, debes argumentar bien, creo que eso lo haces en otras oportunidades.

Ejemplos:

1.- Entre Elena y su hermanita más pequeña pesan 87 kg. Si la hermanita pesa la mitad de lo que pesa Elena. ¿Cuánto pesa cada una? **(No.39, p.156 LT Matemática 4to. Grado)**

*** <u>datos:</u> peso de Elena y su hermanita (87 kg) y peso de hermanita es la mitad del de Elena (relación matemática explícita entre las partes desconocidas)**

*** <u>condiciones</u>: las relaciones de parte-todo que se aprecian en su texto una vez que se ha utilizado la modelación lineal para descubrirlas, así como los significados de la división y multiplicación que posteriormente se aplican para resolverlo.**

- **<u>exigencia</u>: el peso de Elena y el peso de su hermanita.**

2.-Jorge ha reunido cierta cantidad de dinero; invierte $4 en libros de cuentos, $2,20 en sellos y $0,60 en caramelos. Después su mamá le regala $1,60. Si al final tiene $5,60, ¿cuánto dinero tenía reunido Jorge? **(No.53 p.96, LT Matemática 4to. Grado).**

*** <u>datos</u>: lo que gastó, lo que le regalaron y lo que le queda,**

*** <u>pregunta:</u> lo que tenía al inicio (desconocido) y**

*** condiciones: el dinero que gastó más el que le queda es el mismo que lo que tenía inicialmente más lo que le regalaron (estas relaciones matemáticas, que pueden estar dadas entre lo no conocido o entre lo conocido y lo no conocido, no aparecen explícitamente en el texto del problema y es posible que para un alumno de 4to. se percate de ellas sea necesario el empleo de la modelación lineal, que sería otra recurso a emplear, junto con los significados de la adición y sustracción que se emplearían para resolverlo).**

Comentario [CRC2]: Lo buscado, en esa concepción que estás asumiendo, es solo el dinero que tenía reunido, luego esta afirmación no está muy precisa..

1.3 Significados de las operaciones aritméticas y estructuras semánticas de los problemas aritméticos con texto.

Tomando como punto de partida los significados prácticos que aparecen en el libro "Aprende a resolver problemas aritméticos" de L. Campistrous y C. Rizo, hemos ampliado y perfeccionado los relativos a la multiplicación y división.

A continuación vamos a plantear estos significados y pondremos algunos ejemplos que ilustren su aplicación en casos concretos:

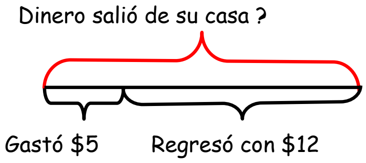
<table>
<tr><th>ADICIÓN</th><th>SUSTRACCIÓN</th></tr>
<tr><td>

A_1: Dadas las partes, hallar el todo

Ejemplo:

Cuando Rafael salió de su casa no se fijó del dinero que llevaba en su cartera. Se sabe que solamente gastó $5,00 y que regresó a su hogar con $12,00. ¿Podrías decirme con cuánto dinero el salió de su casa?

Utilizando la modelación lineal se puede comprender mejor la situación planteada y apreciar la relación parte-todo que se pone de manifiesto en esta oportunidad:



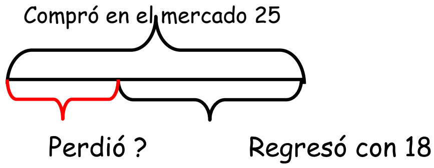
</td><td>

S_1: Dado el todo y una parte; hallar la otra parte.

Ejemplo:

Rosita compró en el mercado 25 naranjas. Cuando llegó a su casa solamente tenía 18. ¿Cuántas naranjas perdió en el camino?

Si también empleamos la modelación lineal resulta más factible la comprensión del texto y se puede determinar la relación parte-todo con mayor claridad:



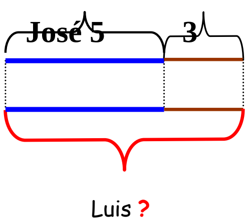
</td></tr>
<tr><td>

A_2: Dada una parte y el exceso de otra sobre ella; hallar la otra parte

Ejemplo:

José tenía 5 chinatas. A él le faltan 3 chinatas para tener la misma cantidad que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?

Veamos la modelación que mejor ilustra lo conocido y lo desconocido en este caso:

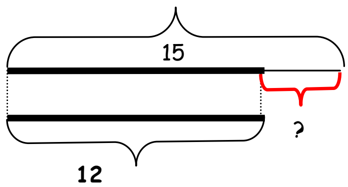


</td><td>

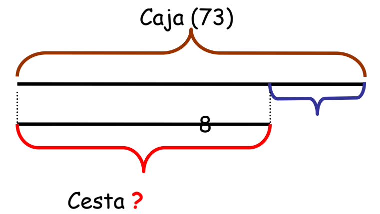
S_2: Dadas dos partes; hallar el exceso de una sobre la otra.

Ejemplo:

En un aula de tercer grado hay doce pupitres ocupados por varones, quince ocupados por hembras y tres vacíos. ¿Cuántos varones hay más que hembras?



</td></tr>
</table>

	S_3: Dada una parte y su exceso sobre la otra; hallar la otra parte. Ejemplo: En una pequeña placita existen varias frutas en venta. En una caja hay 73 platanitos de fruta. A esta vasija le sobran 8 platanitos para tener la misma cantidad que los que contiene una cesta. ¿Cuántos platanitos se encuentran en la cesta? 

Obsérvese que aquí hemos utilizado algunas palabras tales como: **faltan, más, sobran** que en estos casos, por el contexto del problema, tienen otros significados de los que convencionalmente se les ha dado. Esto confirma la idea de no tener en cuenta las llamadas "palabras claves".

M U L T I P L I C A C I Ó N	D I V I S I Ó N
M_1: Reunión de partes iguales para hallar el todo (suma de sumandos iguales) **Ejemplo:** Antonio tenía 4 cajas de crayolas. En cada una de ellas colocó 10 crayolas. ¿Cuántas crayolas tiene en total? Rta. 10+10+10+10 = 4.10 = 40	**D_1: Dado un minuendo y un sustraendo que se resta sucesivamente del anterior; hallar la cantidad de restas sucesivas necesarias para obtener como diferencia cero.** **Ejemplo:** Un camión cargado con 320 cajas de naranjas debe dejar 40 cajas en cada escuela primaria, hasta que quede vacío. ¿Cuántas escuelas reciben naranjas de ese camión? Minuendo......320 Sustraendo que se debe restar sucesivamente hasta que la diferencia sea cero......40 **Claro resulta más fácil efectuar la división 320 : 40 = 8**
	D_2: Dado un minuendo y la cantidad de restas sucesivas que deben realizarse hasta que la diferencia sea cero; hallar el sustraendo que se repite. **Ejemplo:** Un camión cargado con 320 cajas de naranjas debe dejar la misma cantidad de cajas en cada escuela primaria hasta que quede vacío. ¿Cuántas cajas dejó en cada escuela, si alcanzó para 8 de ellas? En este caso habría que buscar un sustraendo que restado ocho veces del minuendo 320 nos daría como resultado cero. Por supuesto que resulta más cómodo efectuar la división: 320 : 8 = 40

<table>
<tr><th>M U L T I P L I C A C I Ó N</th><th>D I V I S I Ó N</th></tr>
<tr><td rowspan="2">M_2: Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte; hallar el todo

Ejemplo:

¿Cuántas mesas hay en una biblioteca que tiene 5 salas de lectura con 6 mesas en cada una?

Se conoce la cantidad de partes iguales: 5 salas de lectura y el contenido de cada parte: 6 mesas; debe hallarse el todo, luego debe efectuarse la multiplicación 5.6 = 30</td><td>D_3: Dado el todo y la cantidad de partes iguales; hallar el contenido de cada parte (equipartición)

Ejemplo:

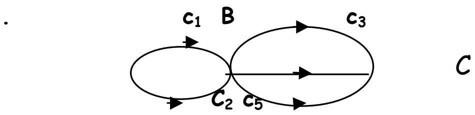
Chicho techó cuatro chozas
Empleó veintiocho planchas
¿Cuántas planchas utilizó
para techar cada choza
si cada choza tenía
la misma cantidad de planchas?

En esta oportunidad se tiene que 28 es el todo y 4 es la cantidad de partes iguales. Se desea conocer el contenido de cada una de las partes. Para ello se efectúa la división: 28 : 4 = 7</td></tr>
<tr><td>D_4: Dado el todo y el contenido de cada parte; hallar la cantidad de partes iguales (Cuántas veces un número está contenido en otro).

Ejemplo:
A Inés se le encargó entradas para el teatro. Ella recibe $18. Una entrada cuesta $2.?Cuántas entradas pudo comprar Inés?

Ahora conocemos el todo que son $18 y el contenido de cada parte $2 y se debe hallar la cantidad de partes iguales. También en esta oportunidad debemos efectuar la división:
18 : 2 = 9</td></tr>
</table>

M U L T I P L I C A C I Ó N	D I V I S I Ó N
M_3: Dados la cantidad de elementos que tiene un "rectángulo" a lo "largo" y a lo "ancho". Hallar la cantidad total de elementos que tiene el "rectángulo" **Ejemplo:** En una escuela primaria se quiere sembrar cafetos, de manera que formen un rectángulo. Por el espacio disponible solamente se pueden sembrar 5 cafetos a lo largo y 3 cafetos a lo ancho, a un metro de separación entre ellos. ¿Cuántos cafetos se podrán sembrar en este terreno? Se conoce la cantidad de elementos que tiene el rectángulo a lo largo (5) y a lo ancho (3) y se quiere hallar la cantidad total de elementos del rectángulo (3.5 = 15)	**D_5: Dados la cantidad de elementos que tiene un "rectángulo" y los que tiene en uno de sus "lados". Hallar la cantidad de elementos que tiene en el otro "lado".** **Ejemplo:** En un desfile martiano participaron 2 500 niños de una escuela primaria, formando un bloque rectangular de 100 niños a lo largo. ¿Cuántos niños desfilaron a lo ancho? Se conoce la cantidad de elementos que tiene el rectángulo (2 500 niños) y la cantidad de elementos que tiene uno de sus lados (100) y se quiere hallar la cantidad de elementos que tiene el otro lado (2 500:100 = 25).
M_4: Dado la cantidad de elementos que tienen dos conjuntos. Hallar la cantidad de parejas que se pueden formar con ellos. **Ejemplo:** Para ir de una ciudad *A* a otra B existen dos carreteras distintas mientras que para ir de la ciudad B a otra *C* hay tres carreteras diferentes . ¿De cuántas formas distintas pudieras tú viajar de la ciudad *A* a la *C*? Los dos conjuntos en este caso son: V = { c_1, c_2 } carreteras para ir de la ciudad *A* a la B X = { c_3, c_4, c_5 } carreteras para ir de la ciudad B a la *C*. Se quiere conocer las distintas parejas que se pueden formar con los elementos de V y X (es decir la cantidad de elementos del producto cartesiano V x X). Hay seis formas distintas	**D_6: Dada la cantidad de parejas que se pueden formar con los elementos de dos conjuntos y la cantidad de elementos de uno de ellos. Hallar la cantidad de elementos del otro.** **Ejemplo:** **Javier para practicar deportes usa camiseta y "short". Se sabe que con ambas prendas se puede poner 6 combinaciones distintas y que tienen solo 3 camisetas. ¿Cuántos "shorts" dispone para practicar deportes Javier?**

para viajar de A a C como se puede apreciar en el diagrama que aparece a continuación: 	Aquí se da la cantidad de parejas que se pueden formar entre dos conjuntos C: el de las camisetas y S: el de los "shorts" que en total tiene 6 parejas y que el conjunto C tiene 3 elementos. Se desea conocer la cantidad de elementos de S. Para ello se debe dividir 6:3 = 2

En este trabajo se asumirá que la estructura semántica de los problemas aritméticos simples con texto **es cada uno de los diferentes modelos lingüísticos, con énfasis en el significado, que pueden adoptar estos problemas para darle salida a todos los significados prácticos de las cuatro operaciones básicas con números naturales.**

Veamos las características esenciales de cada uno de ellos y a continuación ejemplificaremos cada estructura:

<u>ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN:</u>

Los PROBLEMAS DE CAMBIO (Co) son aquellos que describen una acción transformadora aplicada sobre una cantidad inicial (conjunto inicial o de partida) la cual experimenta un cambio (conjunto de cambio) de donde se obtiene un resultado (conjunto resultante).

Se tienen 6 tipos en dependencia de que la incógnita sea uno de esos tres conjuntos indicados y de que la transformación sea de aumento o de disminución.

Ejemplos:

Conjunto de resultante desconocido

Co 1: José tenía 3 chinatas. Luis le dio a José 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene José ahora? (aumento) 3 + 5 = ?

Co 2: José tenía 8 chinatas. Él le dio a Luis 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene José ahora? (disminución) 8 - 5 = ?

Conjunto de cambio desconocido:

Co 3: José tenía 3 chinatas. Luis le dio a él algunas chinatas. Ahora José tiene 8 chinatas. ¿Cuántas chinatas Luis le dio a José?

(aumento) 8 – 3 = ?

Co 4: José tenía 8 chinatas. Él le dio algunas chinatas a Luis. Ahora José tiene 3 chinatas. ¿Cuántas chinatas José le dio a Luis?

(disminución) 8 – 3 = ?

Conjunto de partida desconocido:

Co 5: José tenía algunas chinatas. Luis le dio a él 5 chinatas. Ahora José tiene 8 chinatas. ¿Cuántas chinatas tenía José al comienzo?

(aumento) 8 – 5 = ?

Co 6: José tenía algunas chinatas. Él le dio 5 chinatas a Luis. Ahora José tiene 3 chinatas. ¿Cuántas chinatas tenía José al comienzo?

(disminución) 5 + 3 = ?

En sentido general este tipo de problema es dinámico, **o sea, hay cambio en el tiempo en que se desarrolla la acción.**

Los PROBLEMAS DE COMBINACION (Cb) son aquellos donde intervienen dos cantidades disjuntas, que pueden considerarse aisladamente o como parte de un todo, sin que exista una acción transformadora entre ellos.

Se obtienen 2 clases en dependencia si lo desconocido es el conjunto o un subconjunto de él.

Ejemplos:

<u>Conjunto desconocido:</u>

Cb 1: José tiene 3 chinatas y Luis tiene 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tienen juntos? 3 + 5 = ?

<u>Subconjunto desconocido:</u>

Cb 2: José y Luis tienen 8 chinatas entre los dos. José tiene 3. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? 8 – 3 = ?

NOTA: Este último caso se pudiera reformular de la siguiente manera:

*Cb 2': José tiene 3 chinatas y Luis tiene algunas. En total tienen 8 chinatas entre ambos. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?

Aunque muchas veces se distinguen por establecer una relación estática **entre los conjuntos, también puede darse el caso contrario, como lo muestra el siguiente ejemplo:**

Miguel perdió tres monedas ayer y dos monedas hoy. ¿Cuántas monedas él perdió en estos dos días?

Se puede observar que aquí se empleó el verbo "perder" que pudiera parecer como una pista para la operación de sustracción, no obstante, debe efectuarse una adición.

Los PROBLEMAS DE COMPARACIÓN ADITIVA (CA) se caracterizan por establecer una relación de diferenciación cuantitativa entre dos cantidades

disjuntas. Intervienen tres cantidades o conjuntos: conjunto comparado (el que se compara), el conjunto referente (con el que se compara) y el conjunto diferencia (resultado de la comparación).

Se tienen 6 tipos en dependencia de que la incógnita sea una de los conjuntos indicados y que la comparación sea de aumento o de disminución.

Ejemplos

<u>Conjunto diferencia desconocido:</u>

CA 1. José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene José más que Luis? (exceso) 8 – 5 = ?

CA 2: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 3 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene Luis menos que José? (defecto) 8 - 3 = ?

NOTA: Ambas estructuras se pueden resumir en una sola:

*CA 1,2: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 3 chinatas. ¿Cuál es la diferencia entre las chinatas que tiene uno respecto al otro?

<u>Conjunto comparado desconocido:</u>

CA 3: José tiene 3 chinatas. Luis tiene 5 chinatas más que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (exceso) 3 + 5 = ?

CA 4: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5 chinatas menos que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (defecto) 8 – 5 = ?

<u>Conjunto referente desconocido:</u>

CA 5: José tiene 8 chinatas. Él tiene 5 chinatas más que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (exceso) 8 – 5 = ?

CA 6: José tiene 5 chinatas. Él tiene 3 chinatas menos que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis? (defecto) 3 + 8 = ?

NOTA: También se pudiera reformular en un lenguaje más técnico:

***CA 1': José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5 chinatas. ¿En cuánto excede la cantidad de chinatas que tiene José respecto a Luis?**

***CA 2': José tiene 8 chinatas y Luis tiene 3 chinatas. ¿Cuál es el defecto de la cantidad de chinatas que tiene Luis respecto a José?**

***CA 3': José tiene 3 chinatas. Luis tiene un exceso de 5 chinatas respecto a José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***CA 4': José tiene 8 chinatas y Luis tiene un defecto de 5 chinatas respecto a José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***CA 5': José tiene 8 chinatas. Esa cantidad excede en 5 chinatas respecto a las que tiene Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***CA 6': José tiene 5 chinatas. Esa cantidad representa un defecto de 3 chinatas respecto a las que tiene Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

NOTA: También se pudieran presentar con un más alto nivel de comprensión lingüística:

***CA 1”: Este año la producción de viandas de una granja aumentó de 150 000 kg a 200 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg. más de viandas produjo la granja este año que el anterior?**
200 000 – 150 000 = ?

***CA 2”: Este año la producción de viandas de una granja disminuyó de 200 000 kg a 150 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg menos de viandas produjo la granja este año que el anterior?**
200 000 – 150 000 = ?

***CA 3”: Este año la producción de viandas de una granja aumentó de 150 000 kg. en 50 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg de viandas produjo la granja este año? 150 000 + 50 000 = ?**

***CA 4”: Este año la producción de viandas de una granja disminuyó de 200 000 kg en 50 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg de viandas produjo la granja este año? 200 000 - 50 000 = ?**

***CA 5”: Este año la producción de viandas de una granja fue de 200 000 kg. Esta cantidad representa una aumento en 50 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg de viandas produjo la granja el año anterior? 200 000 – 50 000 = ?**

***CA 6”: Este año la producción de viandas de una granja fue de 150 000 kg. Esta cantidad representa una disminución en 50 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg de viandas produjo la granja el año anterior?**
150 000 + 50 000 = ?

Como se puede apreciar en estos ejemplos y en el siguiente se puede establecer tanto una relación estática entre las cantidades como una dinámica:

Rosa caminó 3 500 m ayer, mientras que hoy recorrió 2 000 m. ¿Cuántos m caminó ayer más que hoy?

Los PROBLEMAS DE IGUALACIÓN (Ig) se caracterizan por describir una relación activa o transformadora entre las cantidades o conjuntos en involucrados en el problema (similar a los problemas de cambio) y al mismo tiempo se establece una relación comparativa (semejante a los de comparación) entre dos cantidades o conjuntos de forma tal que queden igualadas.

Por las mismas razones que los de cambio y comparación tienen 6 subcategorías.

Ejemplos:

<u>Conjunto diferencia desconocido:</u>

Ig 1: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5. ¿Cuántas chinatas tendrá que ganar Luis para tener igual cantidad de chinatas que José?

(aumento) 8 – 5 = ?

Ig 2: José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5. ¿Cuántas chinatas tendrá que perder José para tener igual cantidad de chinatas que Luis?

(disminución) 8 – 5 = ?

<u>Conjunto comparado desconocido:</u>

Ig 3: José tiene 8 chinatas. Si Luis gana 5 chinatas entonces él tendrá la misma cantidad de chinatas que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?

(aumento) 8 – 5 = ?

Ig 4: José tiene 5 chinatas. Si Luis pierde 3 chinatas entonces él tendrá la misma cantidad de chinatas que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?

(disminución) 3 + 5 = ?

<u>Conjunto referente desconocido:</u>

Ig 5: José tiene 5 chinatas. Si él gana 3 chinatas entonces tendrá la misma cantidad de chinatas que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?

(aumento) 5 +3 = ?

Ig 6: José tiene 8 chinatas. Si él pierde 5 chinatas entonces tendrá la misma cantidad de chinatas que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?

(disminución) 8 – 5 = ?

NOTA: Esta estructura puede ser expresada en otro lenguaje un tanto más familiar para el escolar:

***Ig 1': José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5. ¿Cuántas chinatas le faltan a Luis para tener la misma cantidad de chinatas que José?**

***Ig 2': José tiene 8 chinatas y Luis tiene 5. ¿Cuántas chinatas le sobran a José para tener la misma cantidad de chinatas que Luis?**

***Ig 3': José tiene 8 chinatas. A Luis le faltan 5 chinatas para tener la misma cantidad que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***Ig 4': José tiene 5 chinatas. A Luis le sobran 3 chinatas para tener la misma cantidad que José. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***Ig 5': José tiene 5 chinatas. A él le faltan 3 chinatas para tener la misma cantidad que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

***Ig 6': José tiene 8 chinatas. A él le sobran 5 chinatas para tener la misma cantidad que Luis. ¿Cuántas chinatas tiene Luis?**

Relación entre las estructuras aditivas y sustractivas y los significados de las operaciones**.**

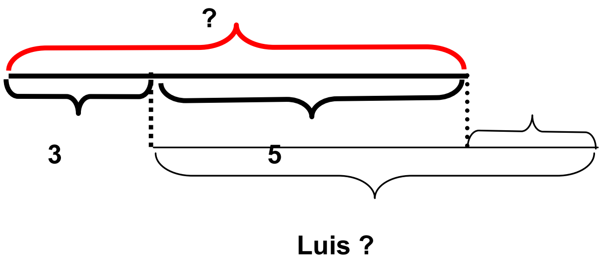
Ante todo debemos puntualizar que los problemas de cambio **resultan ser los más difícil de interpretar mediante la relación parte-todo. Ilustremos esto mediante un ejemplo del tipo Co 1:**

José tiene 3 chinatas. Luis le dio a José 5 chinatas. ¿Cuántas chinatas tiene José ahora?

Como se ha expresado con anterioridad, en este tipo de problema el tiempo juega un importante rol. Veamos:

- **<u>se conoce:</u> las chinatas que tenía José al inicio: 3**
  las chinatas que Luis le dio a José: 5
- **<u>se desconoce:</u> las chinatas que tenía Luis al inicio: (es irrelevante aquí)**
  las chinatas que tiene José ahora: ? (lo buscado)

Esto se puede modelar así:



Del mismo se infiere que lo que se busca (lo que José tiene ahora) es un todo **formado por la unión de lo que él tenía al inicio: 3** (una parte) **y lo que le dieron: 5** (la otra parte)**. Este modelo destacado en** negrita, **es el que se debe representar a los escolares para resolver el problema.**

Sin embargo, también se aprecia que lo que tenía Luis al inicio: ? es un todo integrado por las partes: lo que le dio a José: 5 y lo que le quedó: ?.

El modelo completo resulta conveniente presentarlo en algún momento a los escolares porque de esta manera él podrá inferir que aunque no se sabe la cantidad de chinatas que tenía Luis, esta cantidad debe ser por lo menos 5.

Análogamente se puede interpretar los restantes tipos de esta categoría.

Se tendría que para los problemas de cambio y combinación se utilizarían los significados A_1 y S_1; mientras que para los problemas de comparación o igualación se pueden basar en A_2 , S_2 y S_3.

Pasemos ahora a estudiar las:

ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS DE LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN:

Los PROBLEMAS DE GRUPOS IGUALES (GI) se caracterizan por establecer relaciones entre un todo, la cantidad de partes iguales en que se ha dividido el mismo y el contenido de cada una de las partes.

Se tendrían 3 clases en dependencia que lo desconocido sea uno de los aspectos mencionados en la definición.

En esta estructura usualmente no aparece la palabra "tiempo" o la palabra "vez"; sin embargo, se emplea con frecuencia el vocablo **"cada"**.

Ejemplos:

GI 1: (<u>Total desconocido):</u>

Amelia tiene 8 cajas de crayolas con 10 crayolas en cada una. ¿Cuántas crayolas tiene en total? 8 . 10 = ?

GI 2: (<u>Contenido desconocido</u>):

Amelia tiene 80 crayolas y quiere repartirlas por igual en 8 cajas. ¿Cuántas crayolas tendrá cada caja? 80 : 8 = ?

GI 3: <u>(Partes iguales desconocida):</u>

Amelia tiene 80 crayolas y quiere colocarlas en cajas de 10 crayolas cada una. ¿Cuántas cajas necesitará para envasarlas? 80 : 10 = ?

Los PROBLEMAS DE REPETICIÓN ® son aquellos que en su interpretación inicial nos conduce al planteamiento de operaciones sucesivas de adición (de iguales sumandos) o de sustracción (de iguales sustraendos).

Se tendrían tres sub-categorías en dependencia de si la operación sucesiva es de adición o de sustracción (una para cuando la cantidad de veces es desconocida y la otra si sustraendo desconocido).

En este tipo de categorías se emplea con frecuencia los términos "veces", "cada vez", "todas las veces", entre otros de su mismo campo semántico.

Ejemplos:

<u>Suma de sumandos iguales:</u>

R 1: Cada vez que Antonio visita a sus abuelos le lleva 6 caramelos. ¿Cuántos caramelos habrá llevado cuando vaya 20 veces?

$$\underbrace{6 + 6 + \ldots + 6}_{\text{20 veces}} = 6 \cdot 20 = ?$$

Restas sucesivas de iguales sustraendos:

c) Cantidad de veces desconocida:

R 2: Antonio tiene 120 caramelos. Si cada vez que él visita a sus abuelos le lleva 6 caramelos. ¿ Cuántas visitas deberá hacer para entregar esa cantidad de caramelos? 120 – 6 – 6 - ... = 0 o sea 120 : 6 = ?

b) Sustraendo desconocido:

R 3: Antonio tiene 120 caramelos. Si cada vez que él visita a sus abuelos le lleva la misma cantidad y él va 20 veces al mes. ¿ Cuántos caramelos le lleva en cada viaje? 120 - ? - ? - ... ? =0 o sea 120 : 20 = ?

20 veces

En estas dos últimas estructuras no siempre es posible determinar con precisión cuando un problema dado pertenece a una categoría o a otra (de hecho esto no tiene repercusiones negativas para el proceso de enseñanza-aprendizaje, todo lo contrario permite desarrollar diversos puntos de vistas y defenderlos). Ilustremos estos planteamientos con el siguiente ejemplo:

Un jardinero siembra en un cantero 12 filas de lechugas. Si en cada uno de ellos planta 10 de ellas. ¿Cuántas lechugas él ha sembrado en total?

Si se hace énfasis solamente en el resultado **de la actividad (que en este caso es sembrar) el problema sería de** grupos iguales**, pero si además nos interesa el** desarrollo **de la actividad entonces lo consideraríamos de** repetición.

Esta ambigüedad podría salvarse si estableciéramos de principio que en los casos que lo requieran tendríamos en cuenta tanto el resultado como el desarrollo de la actividad.

Los PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD (Dv) se caracterizan por establecer relaciones entre una cantidad y su múltiplo o divisor.

Se tendrían seis categorías, en dependencia de que lo desconocido sea: un múltiplo (divisor), el número conocido un múltiplo (divisor) de él o qué múltiplo (divisor) es un número de otro.

Con frecuencia se emplean los términos "doble" "triplo", "mitad", "tercera parte", u otros de esta misma naturaleza.

En esta estructura se incluyen relaciones dinámicas **como el siguiente:**

Una granja agropecuaria inició la producción con 1 000 cerdos. Durante un año se triplicó esa cantidad. ¿Cuál fue la producción de la granja al finalizar el año?

También se pueden considerar relaciones estáticas, **como se muestra en el siguiente ejemplo:**

En un taller hay 10 máquinas. En otro taller hay el doble. ¿Cuántas máquinas hay en el segundo?

Ejemplos:

a) estáticos:

¡Dv 1: (<u>Hallar el múltiplo de un número</u>):

Pedro tiene 4 años de edad y su hermana Carmita tiene el triplo de su edad. ¿ Qué edad tiene Carmita? 3 . 4 = ?

¡Dv 2: (<u>Hallar el divisor de un número):</u>

Carmita tiene 12 años de edad y su hermano Pedro tiene la tercera parte de su edad. ¿Qué edad tiene Pedro? 12 : 3 = ?

¡Dv 3: (<u>Hallar el número conocido un múltiplo de él):</u>

Carmita tiene 12 años de edad. Su edad representa el triplo de la de su hermano Pedro. ¿Qué edad tiene Pedro? 12 : 3 = ?

¡Dv 4: (<u>Hallar el número conocido un divisor de él):</u>

Pedro tiene 4 años de edad. Su edad representa la tercera parte de la de su hermana Carmita. ¿Qué edad tiene Carmita? 4 . 3 = ?

¡Dv 5: (<u>Hallar que múltiplo es un número de otro):</u>

Carmita tiene 12 años y su hermano Pedro tiene 4. ¿Cuántas veces es la edad de Carmita respecto a la de su hermano? 12 : 4 = ?

¡Dv 6: (<u>Hallar qué divisor es un número de otro)</u>:

Carmita tiene 12 años y su hermano Pedro tiene 4. ¿Qué parte representa la edad de Pedro respecto a la de su hermana? 12 : 4 = ?

b) dinámicos:

Dv 1: Una granja agropecuaria inició la producción con 1 000 cerdos. Durante su primer año se triplicó esa cantidad. ¿Cuál fue la producción de la granja al final de ese año?

Dv 2: Una fábrica en su primer año de trabajo tuvo $ 3000 de gastos. Al finalizar el segundo año redujo los mismos a la tercera parte respecto al primero. ¿A cuánto ascendieron los gastos en ese segundo año de labor?

Dv 3: Al finalizar el primer año de trabajo la producción de una granja agropecuaria fue de 3 000 cerdos. Esa cantidad representa el triplo de lo que tenía al comienzo del año. ¿Con cuántos cerdos inició su reproducción?

Dv 4: Al finalizar el segundo año de trabajo de una fábrica tuvo $ 1 000 de gastos. Esa cantidad representa la tercera parte de lo que gastó durante su primer año de labor. ¿Cuánto gastó en su primer año de trabajo?

Dv 5: Una granja agropecuaria inició la producción con 1 000 cerdos. Durante su primer año ya tenían 3 000 cerdos. ¿Cuántas veces es la producción al finalizar el primer año de trabajo al compararla con lo que poseía al principio?

Dv 6: Una fábrica en su primer año de trabajo tuvo $ 3 000 de gastos, mientras que en el segundo solo gastó $ 1 000. ¿Qué parte representa lo gastado durante el segundo año al compararlo con lo que gastó en el primero?

Los PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA (CM) son aquellos donde además de establecer una relación de divisibilidad entre las cantidades o conjuntos que intervienen en el mismo, se introduce una semejanza o diferencia cuantitativa entre dos cantidades que intervienen en el mismo.

Existen 3 sub-categorías en dependencia que la incógnita sea: el conjunto comparado, el conjunto referente o el conjunto factor (resultado de la comparación multiplicativa).

Se puede establecer una relación estática**, como una** dinámica, **el siguiente ejemplo lo justifica:**

Un ciclista recorrió ayer 5 km., mientras que lo que ha transitado hoy es tres veces mayor que lo que hizo ayer. ¿ Cuántos km. ha viajado hoy?

Ejemplos:

<u>Conjunto comparado desconocido:</u>

CM 1: Ana tiene 9 caramelos y Bety tiene cuatro veces tanto como Ana. ¿Cuántos caramelos tiene Bety? 9.4 = ?

<u>Conjunto referente desconocido:</u>

CM 2: Ana tiene 36 caramelos. Ella tiene cuatro veces tantos como Bety. ¿Cuántos caramelos tiene Bety? 36:4 = ?

<u>Conjunto factor desconocido:</u>

CM 3: Ana tiene 9 caramelos mientras que Bety tiene 36. ¿Cuántas veces tiene Bety tantos caramelos como Ana? 36 : 4 = ?

NOTA: Se pueden obtener algunas variantes interesantes de esta estructura cuando se utiliza los adverbios de cantidad más, menos **acompañando a un** adjetivo**; por ejemplo:**

¡CM 1': Un peatón camina en una hora 5 km. Un ciclista es 4 veces más rápido que el peatón. ¿Cuántos km. recorre el ciclista en una hora? 4.5 = ?

¡CM 1": Un ciclista recorre 20 km. en una hora. Un peatón es 4 veces más lento (menos rápido) que el ciclista. ¿Cuántos km. camina el peatón en una hora? 20:4 = ?

¡CM 2’: Un ciclista recorre 20 km. en una hora. Él es 4 veces más rápido que un peatón. ¿Cuántos km. camina el peatón en una hora? 20:4 = ?

¡CM 2”: Un peatón camina en una hora 5 km. Él es 4 veces más lento que un ciclista. ¿Cuántos km. recorre el ciclista en una hora? 4.5 = ?

¡CM 3’: Un peatón camina en una hora 5 km. mientras que un ciclista recorre 20 km. en ese mismo tiempo. ¿Cuántas veces es más rápido el ciclista que el peatón? 20:5 = ?

¡CM 3”: Un peatón camina en una hora 5 km. mientras que un ciclista recorre 20 en ese mismo tiempo. ¿Cuántas veces es más lento el peatón que el ciclista? 20:5 = ?

Los PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD (P) son aquellos donde intervienen cuatro cantidades que cumplen que dos de ellas pertenecen a una misma magnitud y están expresadas en una misma unidad de medida que al multiplicarlas o dividirlas por otras dos correspondientes de otra magnitud, que también tienen una misma unidad de medida, el resultado es constante. De ellas una siempre es igual a la unidad y otra es desconocida.

Existen tres sub-categorías relacionadas con la proporcionalidad directa; también otras tres para la proporcionalidad inversa, que aunque no se trabajará en el primer ciclo, la hemos incluido con el propósito que quede completo el sistema.

Es bueno destacar que entre los problemas de proporcionalidad y los de grupos iguales existe una gran relación. A continuación se enunciarán dos problemas con el mismo contexto, pero donde un ligero cambio de alguna palabra cambia el tipo de estructura a la cual pertenece:

Una persona camina a una velocidad promedio de 5 km por hora. ¿Cuánto recorre en 3 hrs.? (grupos iguales)

Una persona camina 5 km. en una hora como promedio. ¿Cuántos km. recorre en 3 hrs.? (proporcionalidad)

Ejemplos:

Cociente constante (Proporcionalidad directa):

P 1: Si una persona camina como promedio 5 km. en 1 hora. ¿Qué distancia recorre en 3 hrs.? 3.5 =?

P 2: Si una persona camina como promedio 5 km. en 1 hora. ¿En qué tiempo recorrerá 15 km.? 15 : 5 = ?

P 3: Si una persona camina 15 km. durante 3 hrs. ¿Cuál es el promedio de km. que recorre en una hora? 15:3 = ?

Producto constante (Proporcionalidad inversa):

¡P 4: Si un alumno necesita 12 días para limpiar un campo de tomates. ¿Cuántos días necesitarán 4 alumnos para realizar la misma labor, al mismo ritmo de trabajo? 12:4 = ?

¡P 5: Si un alumno necesita 12 días para limpiar un campo de tomates. ¿Cuántos alumnos se necesitarán para realizar la misma labor en 3 días, al mismo ritmo de trabajo? 12:3 = ?

¡P 6: Si 4 alumnos necesitan 3 días para limpiar un campo de tomates. ¿Cuántos días necesitará un alumno para realizar él solo esta labor, al mismo ritmo de trabajo? 3.4 = ?

Estos últimos casos de proporcionalidad inversa se tratarán en el 2do. ciclo.

Los PROBLEMAS DE CONTEO © son aquellos donde se aplica la igualdad card(AxB) = card(a).card(B), o sea se refieren a las distintas maneras de hacer algo.

En esta ocasión se tienen dos sub-categorías en dependencia de que lo desconocido sea card(AxB) o el cardinal de otro de los dos conjuntos, ya que aquí los dos factores juegan el mismo rol, para nuestros efectos.

Los problemas de esta estructura con frecuencia emplean los términos de; "posibles combinaciones", "las combinaciones que pueden ser hechas" o "las distintas formas de hacer algo", etc.

La modelación tabular o ramificada **son apropiados medios para interpretar los problemas de este tipo de estructura.**

Ejemplos:

C 1: **(Cardinal del producto cartesiano desconocido):**

Juana tiene 4 blusas y 3 sayas. ¿Cuántas combinaciones distintas podrá ponerse con ambas prendas de vestir? 4.3 = ?

C 2: **(Cardinal de uno de los conjunto desconocido):**

Juana tiene 4 blusas y cierta cantidad de sayas. ¿Cuántas sayas tendrá si en total podrá ponerse 12 combinaciones diferentes 12 : 4 = ?

Los PROBLEMAS DE ARREGLOS RECTANGULARES (AR) son aquellos donde intervienen el cálculo del "área" de un "rectángulo", donde los "lados" pueden ser o no un conjunto discreto.

Aquí se tendrían dos subcategorías para el caso que los lados sean un conjunto discreto (subconjunto de los números naturales) y dos también cuando los lados sea un conjunto continuo (subconjunto de números reales). En ambos casos la estructura multiplicativa se corresponde al área desconocida y la de la división cuando uno de los lados es desconocido.

Los casos del concepto habitual de área **serán abordados en el 5to. Grado, con la limitación que los escolares de este nivel no estudiarán el dominio numérico R.**

Ejemplos:

<u>"Área" del "rectángulo" desconocida:</u>

¡AR 1: Los niños de una escuela primaria participaron en un desfile martiano formando un bloque rectangular de 235 niños a lo largo y por 25 niños a lo ancho. Calcula la cantidad de niños que desfilaron en este bloque. 234.25 = ?

AR 1': Un terreno deportivo rectangular tiene 60 m de largo y 30 m de ancho. ¿Qué área tiene el terreno? 60.30 = ?

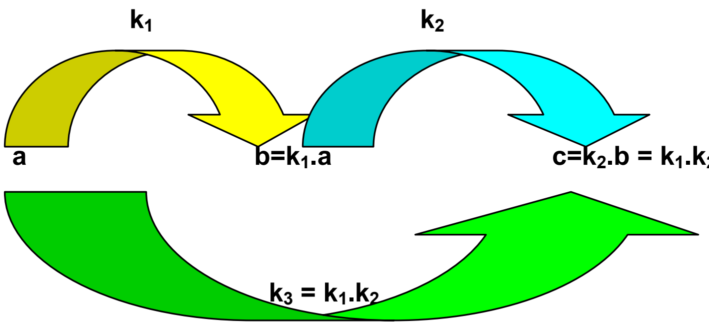
<u>"Longitud" de un "lado" desconocida:</u>

¡AR 2: En un desfile martiano participaron 2 500 niños de una escuela primaria formando un bloque rectangular de 100 niños a lo largo. ¿Cuántos niños desfilaron a lo ancho? 2 500 : 100 = ?

AR 2’: Un terreno deportivo rectangular tiene un área de 1 800 m^2. ¿Cuánto mide su ancho si tiene 60 m de largo? 1 800 : 60 = ?

Otra estructura que incluiremos aquí para que quede completo el conjunto de ellas, es la que hemos denominado de divisibilidad repetida, que no recomendamos introducirla en el primer ciclo pero puede ser considerada para el segundo ciclo:

Los **PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD REPETIDA (DR)** son aquellos donde se aplica la siguiente inferencia; si $b = k_1.a$ y $c = k_2.b$ entonces $c = k_3.a$ con $k_3 = k.k_2$ donde a,b,c son números naturales y k_1,k_2 k_3 son números racionales (ver fig)



Aquí se tendrán seis subcategorías , en dependencia que lo desconocido sea k_1, k_2 o k_3 y de que los mismos sean múltiplos o divisores o sea si $k_i \epsilon N$ o $k_i \epsilon Q$

Ejemplos:

<u>Múltiplo (divisor) compuesto desconocido:</u>

DR 1: Durante su primer año de vida Otto triplicó su peso al nacer; mientras que en el segundo año él duplicó su peso respecto al primer año. ¿

Cuántas veces es el peso al finalizar su segundo año de vida respecto a su peso al nacer? 3.2 = ?

¡DR 2: Una fábrica en su segundo año de trabajo redujo los gastos a la mitad respecto alprimer año; mientras que en el tercero disminuyó la tercera parte respecto al segundo año. ¿Qué parte representa los gastos en el tercer año respecto al primero? 2.3 = ?

<u>Primer múltiplo (divisor) desconocido:</u>

DR 3: Durante su segundo año de vida Otto duplicó su peso respecto al primero. Al finalizar su segundo año de vida él sextuplicó su peso respecto al que tuvo al nacer. ¿Cuántas veces es su peso al concluir su primer año de vida con relación a su peso al nacer? 6:2 = ?:

¡DR 4: Una fábrica durante su tercer año de trabajo redujo los gastos a la tercera respecto al segundo año. Al finalizar el tercer año disminuyó los gastos la sexta parte con relación al primer año. ¿Qué parte representa los gastos en el segundo año respecto al primero? 6:3 = ?

<u>Segundo múltiplo (divisor) desconocido:</u>

DR 5: Durante su primer año de vida Otto triplicó su peso al nacer. Al finalizar su segundo año de vida él sextuplicó su peso respecto al que tuvo al nacer. ¿Cuántas veces es su peso al concluir su segundo año de vida respecto al primer año? 6:3 = ?

¡DR 6: Una fábrica durante su segundo año de trabajo redujo los gastos a la mitad respecto al primer año. Al finalizar el tercer año disminuyó los gastos la sexta parte con relación al primer año. ¿Qué parte representa los gastos en el tercer año respecto al segundo? 6:2 = ?

Para este tipo de estructuras es aconsejable utilizar la modelación ramificada **para contribuir a una mejor comprensión de la situación planteada.**

Aunque las estructuras semánticas que hemos definido se refieren a los problemas simples, existe una estructura que con frecuencia se emplea incorrectamente como una de comparación multiplicativa únicamente, cuando en realidad se establece una comparación tanto aditiva como multiplicativa, luego es un sencillo problema compuesto. Lo pudiéramos caracterizas así:

Los PROBLEMAS DE COMPARACIÓN ADITIVA MULTIPLICATIVA (CAM) son aquellos donde se establece una relación de semejanza cuantitativa y al mismo tiempo de divisibilidad entre dos cantidades.

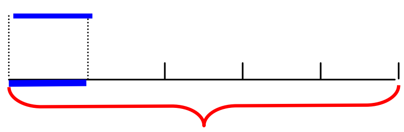
Intervienen los mismos conjuntos que los de comparación multiplicativa: conjunto comparado, referente y factor. Existen 6 sub-clases similares a los de comparación aditiva en dependencia de cual de los conjuntos anteriores es la incógnita y de si la comparación es por exceso o por defecto.

Ejemplos:

<u>Conjunto comparado desconocido:</u>

¡CAM 1: Ana tiene 9 caramelos. La cantidad de caramelos que tiene Bety es 4 veces mayor que la de Ana. (Bety tiene 4 veces más caramelos que Ana). ¿Cuántos caramelos tiene Bety?

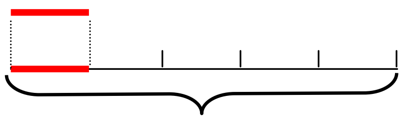
A = 9 **4 + 1 = ? (5); 9 . 5 = ?**



B = ?

¡CAM 2: Ana tiene 45 caramelos. La cantidad de caramelos que tiene Bety es 4 veces menor que la de Ana. (Bety tiene 4 veces menos caramelos que Ana). ¿Cuántos caramelos tiene Bety?

B = ? **4 + 1 = ? (5); 45 : 5 = ?**

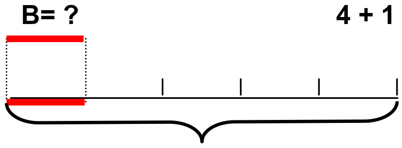


A = 45

<u>Conjunto referente desconocido:</u>

¡CAM 3: Ana tiene 45 caramelos. Esa cantidad de caramelos es 4 veces mayor que los que tiene Bety. (Ana tiene 4 veces más caramelos que Bety). ¿Cuántos caramelos tiene Bety?

B= ? **4 + 1 = ? (5) ; 45 : 5 = ?**

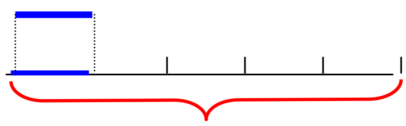


A = 45

¡CAM 4: Ana tiene 9 caramelos. Esa cantidad de caramelos es 4 veces menor que los que tiene Bety. (Ana tiene 4 veces menos caramelos que Bety). ¿Cuántos caramelos tiene Bety?

4 + 1 = ? (5) ; 9 . 5 = ?

A = 9

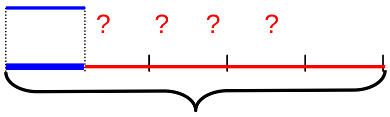


B = ?

<u>Conjunto factor desconocido:</u>

¡CAM 5: Ana tiene 9 caramelos mientras que Bety tiene 45. ¿Cuántas veces mayor es la cantidad de caramelos que tiene Bety respecto a los de Ana. (¿Cuántas veces tiene Bety más caramelos que Ana?)

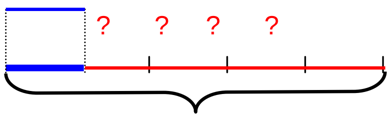
A=9 **45 : 9 = ? (5); 5 – 1 = ?**



B = 45

¡CAM 6: Ana tiene 9 caramelos mientras que Bety tiene 45. ¿Cuántas veces menor es la cantidad de caramelos que tiene Ana respecto a los de Bety. (¿Cuántas veces tiene Ana menos caramelos que Bety?)

A=9 **45 : 9 = ? (5); 5 – 1 = ?**



B = 45

Veamos ahora como se pueden fundamentar estas estructuras mediante los significados de las operaciones correspondientes. Para los problemas de repetición se tiene M_1, D_1 y D_2; para los de grupos iguales, divisibilidad, comparación y proporcionalidad se emplean M_2, D_3, D_4; para los de conteo nos remitimos a M_4 y D_6 y para los de arreglos rectangulares nos basamos en M_3 y D_5; finalmente para los problemas de divisibilidad repetida se emplea los significados M_2, D_3 y D_4 de forma reiterada.

1.4 Algunas técnicas para la resolución de problemas aritméticos:

En este sentido nos estamos refiriendo a las seis que han introducido los Dres. Luis Campistrous y Celia Rizo en el libro “Aprende a resolver problemas

aritméticos". Los autores definen técnicas como *"un conjunto de acciones que permiten proceder ante una determinada acción de aprendizaje y que opera como un recurso de la actividad mental para actuar (herramienta) y a la vez como recurso de regulación (recurso metacognitivo)"* (CampistrousL.y C. Rizo, 1996; p.5)

Las mismas resultan muy útiles para el trabajo de los maestros. Especial atención deberán prestar a las técnicas de : <u>modelación, lectura analítica, reformulación y determinación de problemas auxiliares</u>, ya que las indicaciones y acciones que en ellas se sugieren, pueden ser aplicadas en la etapa de orientación para comprender el problema.

Aunque nada sustituye la consulta del original, por la insuficiente cantidad de ejemplares existentes en las escuelas primarias pinareñas en la actualidad, vamos a continuación ofrecer una síntesis de lo que aparece en el referido libro, en cuanto a las últimas cuatro técnicas mencionadas.

Técnica de modelación:

El poder modelar**, es decir, reproducir las relaciones fundamentales que se establecen en el enunciado de un problema, despejadas de elementos innecesarios o términos no matemáticos que hacen difícil la comprensión, es una capacidad muy importante en la resolución de problemas.**

Una de las formas de modelar los problemas es mediante *esquemas gráficos* que permiten al alumno hacer visibles los elementos que componen el enunciado y las relaciones que se establecen entre ellos y, en muchos casos, facilitan "descubrir" la vía de solución o la respuesta misma del problema.

La forma de hacer los modelos es muy personal, pues depende de la manera propia de interpretar el problema; sin embargo, hay algunas ideas

generales que deben ser enseñadas a los alumnos y que de ejercitarse adecuadamente, pasarán a formar parte de los recursos técnicos a utilizar en la solución de problemas, cuando consideren necesario hacerlo.

Tipos de modelos

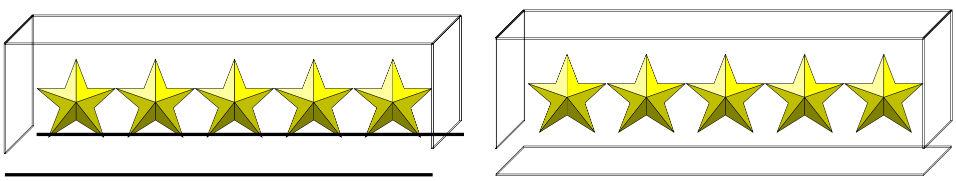
Los modelos más utilizados son los lineales, los tabulares, los conjuntistas y los ramificados.

Los *modelos lineales* **se utilizan, por lo general, cuando en el problema hay una sola magnitud o información en juego, en especial, cuando en el problemas aparecen relaciones de parte y todo.**

Tienen diversas formas: pictográficas **(se hacen reproducciones de los objetos que intervienen),** de segmentos, de rectángulos**, entre otras.**

Los ejemplos siguientes ilustran la utilización de este tipo de modelo:

En una caja hay 5 estrellas. ¿Cuántos estrellas hay en dos cajas?

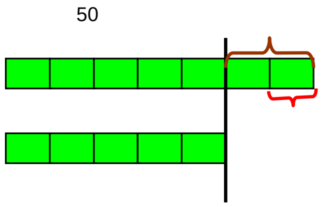


10 + 10 = 20 o sea 2 . 10 = 20

Hay una sola magnitud de referencia: lápices. En este caso se ha escogido una representación pictográfica porque es una problema para niños pequeños (primer grado) y además se trabaja con cantidades pequeñas.

Este tipo de modelación se aconsejable utilizar en el primer grado cuando el límite de la numeración y el cálculo es bajo (límite 20, por ejemplos).

Silvia compra 7 tarjetas postales, Mario compra 5 del mismo tipo. Paga 50 centavos menos que Silvia. ¿Cuánto cuesta una tarjeta?



Aquí se aplica el significado de la sustracción: hallar el exceso de una parte sobre otra: 7 – 5 = 2 (postales).

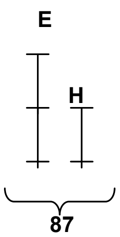
También se utiliza el significado de la división: Dado el todo y la cantidad de partes iguales. Hallar el contenido de cada parte: 50 : 2 = 25

Hay una sola magnitud en juego: dinero; las postales indican la cantidad de partes iguales que hay.

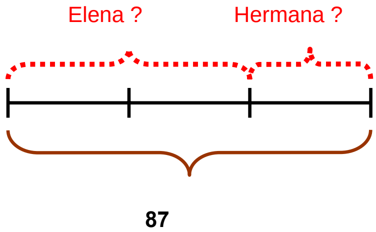
Entre Elena y su hermanita más pequeña pesan 87 kg. Si la hermanita pesa la mitad de lo que pesa Elena. ¿Cuánto pesa cada una?

Dos formas de representar las condiciones pueden ser:

Primera



Segunda



En estas relaciones se hace visible que Elena pesa el doble de la hermana y que se conoce el todo (87 kg) y la cantidad de partes iguales (3): una que corresponde al peso de la hermana y dos que corresponden al peso de Elena.

El problema se resuelve entonces fácilmente interpretando un significado de la división: buscar el contenido de cada parte, si se conoce el todo y el número de partes iguales.

87 : 3 = 29 (peso de la hermana)

2 . 29 = 58 (peso de Elena)

también se puede calcular 87 – 29 = 58.

Los modelos tabulares **se utilizan cuando hay varias magnitudes o informaciones en juego. Se llaman tabulares pues la información se coloca, por lo general, en tablas de doble entrada.**

El siguiente ejemplo ilustra la conveniencia de utilizar este tipo de modelo:

En las casas de María, Juana y Paula, hay en total 16 animales domésticos. Entre ellos hay tres perros, doble número de gatos, hay canarios y hay loros. En casa de Juana aborrecen a los perros y a los loros, pero tienen 4 gatos y 2 canarios; en la de Paula solo hay un perro y dos gatos. En la de María hay 3 canarios. ¿Qué otros animales hay en casa de María?

Como se puede apreciar hay mucha información en este problema: varias personas y distintos animales. En una tabla se organiza bien la información y cuando se llena se obtiene la respuesta.

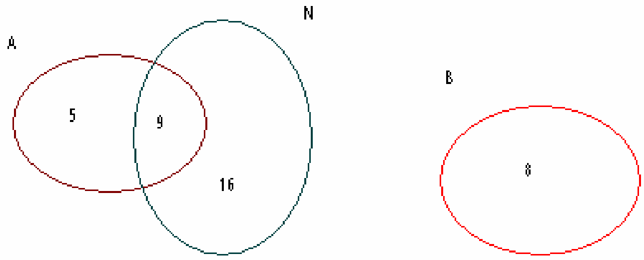
	Perro s	Gato s	Canario s	Loro s	Total
María	2	-	3	2	7
Juan a	-	4	2	-	6
Paula	1	2	-	-	3
Total	3	6	5	2	16

En casa de María hay además 2 perros y 2 loros.

Los modelos conjuntistas **se usan cuando la información que se da se refiere a diferentes propiedades o características que cumplen los elementos de un conjunto. Esto hace formar nuevos conjuntos de los elementos que satisfacen las características pedidas.**

El siguiente ejemplo ilustra par que tipo de problemas se puede utilizar este tipo de modelación:

Una de las aulas de una escuela deportiva tiene 14 alumnos que compiten en atletismo, 25 en natación y 8 solo en baloncesto. De los alumnos que compiten en atletismo y natación hay 9 que compiten en ambos deportes. ¿Cuántos compiten solo en natación y cuántos solo en atletismo? ¿Cuántos alumnos hay en total en el aula?



14 – 9 = 5 (sólo en atletismo)

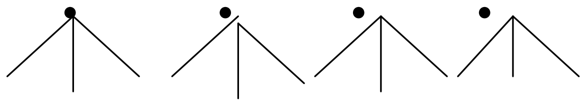
25 – 9 = 16 (sólo en natación)

5 + 9 + 16 = 38 (Total)

Los modelos ramificados **se usan básicamente en problemas de conteo y también en los de multiplicación donde se dan la cantidad de partes y el contenido de cada parte, para hallar el todo.**

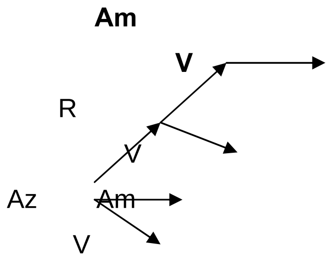
Ejemplos de problemas sonde se pueden usar estos modelos son los que se proponen a continuación:

Un matrimonio tiene 4 hijos y cada hijo tiene 3 descendientes. ¿Cuántos nietos tienen?



4 . 3 = 12

Se dispone de una acuarela con 4 colores: azul, rojo, amarillo y verde. ¿De cuántas maneras se puede p8intar una cartulina, si cada cara se pinta de un color diferente?



Como se puede apreciar en el modelo, se pueden pintar de 6 maneras diferentes,

Para la formación de la habilidad de construir esquemas, pueden encontrarse una serie de *acciones*. Dentro de ellas deben estar las siguientes:

1. **Analizo qué tipo de modelo utilizar (¿Qué tipo?)**
2. **Decido por dónde voy a comenzar a representar la información (¿Cómo represento la información?)**
3. **Hago el esquema.**
4. **Controlo si se corresponde con la situación (¿Se ajusta el**

Se puede concluir, respecto a la técnica de modelación, que esta se utiliza con dos funciones básicas:

. Facilitar la comprensión del problema.
.Ayudar a encontrar la vía de solución.

Para cumplir las funciones anteriores puede utilizarse un solo modelo, o más de uno según la situación.

En la práctica no siempre resulta tan fácil encontrar un modelo adecuado para una situación dada, ni siempre, después de encontrado un modelo que facilita la comprensión, este ayuda a encontrar la vía de solución. Es obvio que la técnica de modelar, por si sola, no es la "llave mágica" que abre los caminos, pero su utilización sistemática ayuda a desarrollar y amplía las posibilidades del niño para resolver problemas, unida a otras técnicas.

Técnicas de lectura analítica y la reformulación

Las técnicas de la lectura analítica y la reformulación las tratamos de conjunto, porque es difícil separarlas para su estudio ya que se dan casi siempre a la vez, siendo la segunda una consecuencia de la primera.

Mediante la lectura analítica se hace un estudio del texto del problema de modo que se separen claramente sus partes y se distingan las relaciones esenciales que se dan explícita o implícitamente en él, con el propósito de ayudar a la comprensión del problema **o también en** la búsqueda de la idea de la solución.

Por lo general, la lectura analítica va acompañada de un nuevo proceso de síntesis, o sea, de una nueva integración de las partes recompuestas de modo que el nuevo texto esté en un lenguaje más cercano a la persona que está enfrentada al problema y, en ocasiones, reformulado como una nueva situación aparentemente distinta a la original, pero solo "externamente" pues en realidad se trata de la misma situación cambiada de aspecto.

A esta sucesión de análisis y síntesis podemos llamarla *análisis a través de la síntesis* que, según Rubinstein, es el procedimiento específico mediante el cual el pensamiento humano se enfrenta a la solución de problemas.

Estas técnicas, se utilizan en mayor o menor medida según se hagan necesarias o no, dada la complejidad del problema de que se trate. Por ejemplo, en un problema sencillo, la lectura analítica para ayudar a la comprensión se reduce a determinar lo dado y lo buscado y a encontrar las relaciones entre ellos, no siendo necesario hacer reformulaciones del texto.

En el trabajo con la técnica de lectura analítica se pueden distinguir algunas acciones que el alumno necesariamente debe realizar, entre las que se encuentran las siguientes:

1. **Leo con detenimiento e identifico lo conocido. (¿Qué es lo que conozco y qué es lo que no conozco?)**
2. **Descifro palabras desconocidas. (¿Qué significa lo que leo?)**
3. **Identifico las condiciones dadas en el problema. (¿Qué me dicen sobre lo que conozco y sobre lo que no conozco?)**
4. **Identifico las relaciones que se establecen entre las partes del problema. (¿Qué tipo de relaciones se establecen entre las partes del problema?) (Pueden ser de parte y todo, proporcionalidad, transitividad, combinatoria, orden, tanto**

Si dados estos pasos, aún no se comprende el problema se hace necesario hacer una traducción del texto al lenguaje para si del individuo, es decir, reformular el problema. Para ello pudiera utilizar las siguientes acciones:

1. **Intento ver los datos y las condiciones de una forma diferente, es decir, recombinarlos. (¿Puedo asociar de otra forma los datos y las condiciones?).**
2. **Identifico la pregunta en el modelo y me apoyo en él para expresarla de otra forma más clara para mí. (¿Puedo reformular la pregunta?).**
3. **Descompongo la pregunta en otras más sencillas y las combino de otra manera. (¿Puedo descomponer la pregunta en otras más elementales?).**
4. **Formulo otro problema análogo más comprensible para mí. (¿Puedo reformular de otra manera el problema?)**

El siguiente ejemplo ilustra el empleo de estas acciones en problemas con cierto grado de complejidad:

Tengo una vasija llena de miel que pesa 500 g. Esta misma vasija llena de luz brillante pesa 350 g. La luz brillante es dos veces más ligera que la miel. ¿Cuánto pesa la vasija?

¿Qué es lo que conozco y qué lo que no conozco?

Conozco lo que pesa la vasija llena de miel y llena de luz brillante y no conozco lo que pesa la miel, ni la luz brillante, ni la vasija (esto último es lo buscado)

¿Qué significa lo que leo?

Dos veces más ligero es lo mismo que la mitad.

¿Qué me dicen sobre lo que conozco y sobre lo qué no conozco?

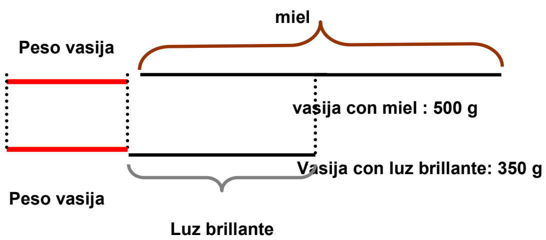
Sobre lo que conozco me dan los pesos, y sobre lo que no conozco me dicen que la miel pesa el doble que la luz brillante.

¿Qué tipo de relaciones se establecen?

Relaciones de parte y todo: me dan dos partes y me piden una parte común a esas dos partes; también, relaciones entre cantidades pues me dan una relación entre el peso de la luz brillante y la miel

¿Puedo modelar la situación dada?

Sí se puede:



Apoyándome en el modelo analizo:

¿Puedo asociar de otra forma los datos y las condiciones?

No se me ocurre.

¿Puedo reformular las preguntas o descomponerlas en otras más elementales?

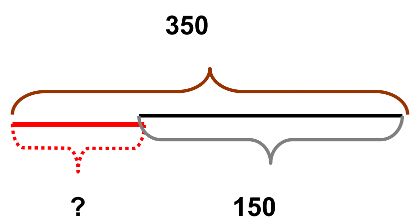
¿Cuánto pesa la miel? ¿Cuánto pesa la luz brillante?

<u>¿Cuánto es el exceso de la vasija con miel sobre la vasija con luz brillante?</u>

Me doy cuenta que esta última pregunta es una reformulación del problemas en términos para mi más comprensible.

Hasta aquí mi lectura analítica y mi reformulación, como apoyo a la reformulación del problema; puedo seguir usándolas buscando la idea de la solución, pero en este caso no hace falta pues la última pregunta que se formuló, que es un problema auxiliar, puede responderse directamente de los datos: 500 – 350 = 150.

Ahora apoyándonos de nuevo en el modelo y en las condiciones dadas, como la miel pesa el doble que la luz brillante, el exceso hallado es exactamente lo que pesa la luz brillante **y entonces ya se puede contestar la del problema pues:**



Conozco el TODO y una PARTE y lo que quiero hallar es la otra parte:

350 – 150 = 200

Luego, la vasija pesa 200 g.

Como conclusión es factible plantear que las técnicas de lectura analítica y de reformulación, son una expresión manifiesta de cómo se dan procesos de análisis y síntesis en la solución de problemas matemáticos; además, constituyen una unidad indisoluble cuyo aprendizaje es imprescindible para facilitar la comprensión y la búsqueda de la solución**. Por lo general se utilizan acompañadas de otras técnicas como la modelación y la determinación de**

problemas auxiliares y, a su vez, son la base de todo el procedimiento generalizado de solución.

Técnica de la determinación de problemas auxiliares

Resolver un problema significa encontrar la vía que permite satisfacer las exigencias a partir de las condiciones dadas, en otras palabras: responder la pregunta (o las preguntas) a partir de la consideración de los datos dados.

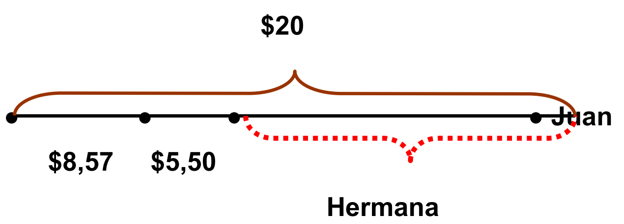
Este proceso no siempre se da directamente y es necesario encontrar primero *problemas auxiliares o subproblemas* de cuyas soluciones depende el resultado final del problema.

En la literatura utilizada en la escuela primaria cubana se le denomina a este tipo de problema, en ocasiones, problema compuesto dependiente**, y la técnica de la determinación de problemas auxiliares tiene como función** contribuir a la búsqueda de la vía de solución **en esos casos.**

La determinación de problemas auxiliares no siempre es una tarea simple, pues del análisis solo de la pregunta del problema, por lo general, no se obtienen. En la búsqueda de estos subproblemas interviene el análisis conjunto de lo que piden con lo que dan a partir de la pregunta: <u>¿qué necesito saber para contestar la pregunta del problema?.</u> Si no lo sé, formulo un problema auxiliar y vuelvo a hacerme la misma pregunta hasta que llego a un subproblema que puede resolver. Por ello, dentro de esta técnica desempeñan un papel importante las técnicas de la lectura analítica y la reformulación, así como la modelación, cuya utilidad se ilustran en algunos de los ejemplos que a continuación se da:

Juan tenía $20 y compró varios artículos por $8,57. Si todavía tiene $5,50 más que su hermana, ¿cuánto tiene la hermana?

Me apoyo en la modelación (lineal en este caso):



¿Qué necesito saber para resolver el problema?

Cuánto mnás tenía Juan que la hermana al principio (el exceso). Como no lo tengo, determino el problema auxiliar para hallar el exceso:

¿En cuánto excede lo que tenía Juan a lo de su hermana?

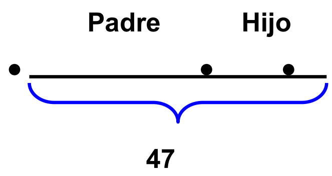
$8,57 + $5,50 = $14,07

La situación ahora es que conozco lo que tenía Juan y el exceso de Juan sobre su hermana, luego puedo saber lo de la hermana restando:

$20,00 - $14,07 = $5,93

La edad de un padre y la de su hijo suman 47 años. Si dentro de 14 años el padre tendrá el duplo de la edad del hijo. ¿Cuál es la edad (actual) del padre?

Una primera modelación de las condiciones dadas puede ser la siguiente:

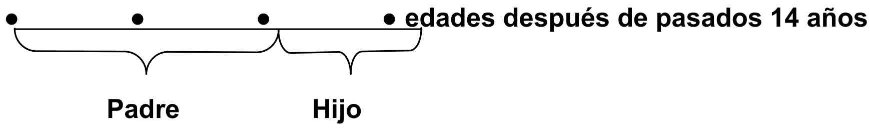


<u>¿Qué necesito saber para hallar la edad del padre?</u>

Como conozco el todo y el padre representa una parte, necesito conocer la otra parte que es la edad del hijo. Reformulo el problema con una nueva pregunta (nuevo problema):

¿Cuál es la edad del hijo?

No es evidente; me apoyo de nuevo en la lectura analítica y la modelación, dirigiendo mi atención hacia las edades después de pasados 14 años.



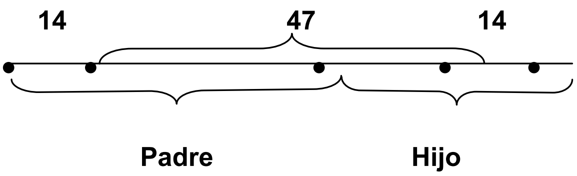
La relación entonces entre las edades del padre y el hijo es que la del primero es el doble de la del segundo. Surge entonces la pregunta:

¿Cuál es la edad del hijo dentro de 14 años?

Del modelo se infiere que si tuviera el todo, como hay tres partes iguales puedo buscar el contenido de cada parte. Pero no conozco el todo, surge entonces una nueva pregunta:

¿Cuál es el total de años al cabo de 14 años?

Utilizando nuevamente la modelación lineal se tiene:



Eso sí lo puedo hallar, pues conozco las partes y quiero hallar el todo. Comienza entonces la solución de atrás hacia delante:

47 + 14 + 14 = 75 (suma de edades dentro de 14 años)

75 : 3 = 25 (edad del hijo dentro de 14 años)

25 – 14 = 11 (edad del hijo)

47 – 11 = 36 (edad del padre)

En la solución de este problema se puede ver cómo el problema original se fue descomponiendo en problemas auxiliares hasta llegar a un nuevo problema que fue el que nos condujo definitivamente a resolverlo

La suma de la edad de un padre y de su hijo es 75 años y el padre tiene el doble de la edad del hijo, ¿qué edad tiene el hijo? **(problema análogo al utilizado al explicar la técnica de modelación de Elena y su hermanita).**

Esto ilustra, además, la búsqueda de la idea de solución por analogía**, o sea, a partir del conocimiento de otros problemas similares que sirven de base a la solución de nuevos problemas. De esta manera se reduce el problema nuevo a uno ya conocido, lo que resulta muy útil en la búsqueda de la idea de la solución.**

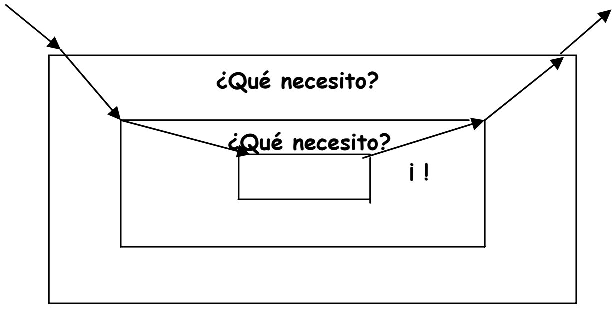
Es bueno precisar que, en la práctica, la determinación de subproblemas es algo que se hace de manera natural y en muchos casos no explícita, pues forma parte de las inferencias propias del proceso de razonamiento que se está haciendo. Por otra parte, el uso de esta técnica no significa que se rescriban problemas nuevos, pero sí que se "descubran" relaciones anteriores que son imprescindibles para resolver el problema dado.

Es importante destacar que ante un mismo problema, se pueden encontrar diferentes subproblemas que conducen a la solución. Ello depende de la idea seguida en la búsqueda de la solución.

En esta técnica es donde se hace un mayor uso del pensamiento heurístico, razón por la cual no se precisan las acciones que en su empleo deben seguir los alumnos. No obstante, en la utilización de esta técnica existe un determinado de trabajo que se puede resumir así:

1. Se parte de lo que se busca, es decir, l,a pregunta se contrapone con lo que dan y se buscan relaciones inmediatas entre ambas partes.
2. Si no existen se "penetra" en el problema mediante una nueva lectura analítica se establecen sucesivos problemas auxiliares procediéndose "desde afuera hacia adentro", hasta llegar a un

El esquema siguiente ilustra este proceder:



El trabajo adecuado con esta técnica, además de la contribución que hace a la búsqueda de la idea de la solución de problemas dados, tiene una importancia especial en el desarrollo del pensamiento lógico, pues es en ella donde más claramente se utilizan procedimientos típicos de los procesos de razonamiento.

En estos procedimientos se sigue un orden determinado de razonamientos mediante una cadena de inferencias, generalmente reductivas en las cuales, a diferencia de las deductivas, las conclusiones a las que se

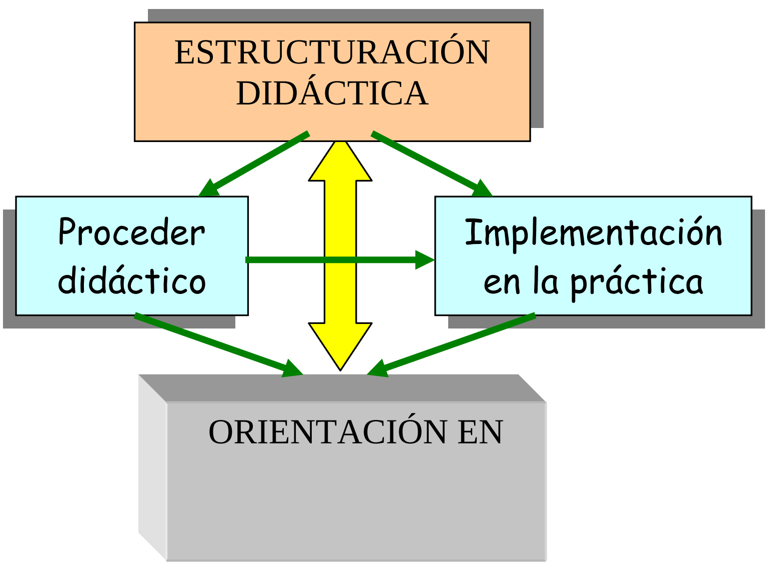
arriban no son necesariamente ciertas, pero que en la mayoría de los casos "dan luz" en el camino de la solución.

Por supuesto, el proceso de inferencias reductivas que nos conduce a los problemas auxiliares debe ser seguido posteriormente por uno de inferencias deductivas, asociadas a la solución por vía sintética, o sea, a partir de los datos, de los problemas auxiliares encontrados y que constituyen, en resumen, la resolución del problema. Aquí se pone de manifiesto del carácter dinámico de esta técnica en la que se combinan el análisis y la síntesis como mecanismos de solución, cuestión esta que caracteriza, en general, a la solución de problemas.

Una vez que hayas comprendido todos estos contenidos, te puedes considerar ya listo para conocer en qué consiste la propuesta didáctica que te hemos anunciado:

2. ESTRUCTURACIÓN DIDÁCTICA DE LA ETAPA DE ORIENTACIÓN PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON TEXTO

La **estructuración didáctica** comprende el diseño de un **proceder didáctico** para el tratamiento de la solución de problemas aritméticos con texto que contribuya a un mejor desarrollo de la **etapa de orientación** en la solución de estos problemas, que es el objetivo de esta tesis, y la **implementación** del mismo **en la práctica**:



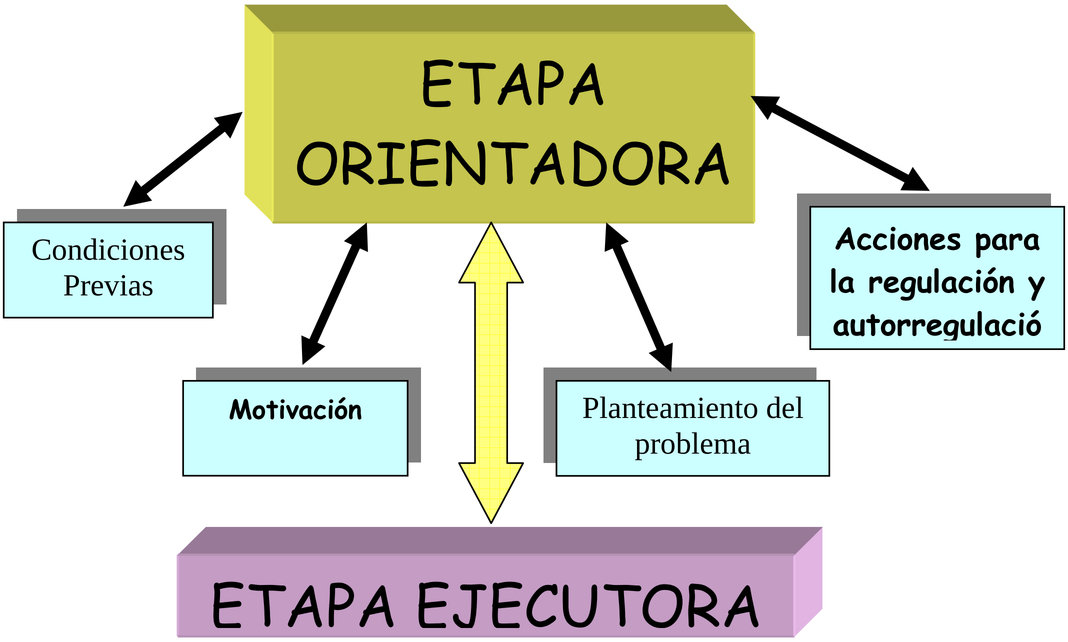
2.1 Diseño del proceder didáctico de la etapa de orientación

Caracterización de la etapa de orientación

Este diseño partió de la **caracterización** de la etapa de orientación para la resolución de problemas y de las vías a utilizar en cada una de ellas para el logro de lo que se aspira. La propuesta que se hace está dirigida al docente, para que él pueda estructurar adecuadamente la etapa orientadora y, en consecuencia, el niño pueda orientarse adecuadamente cuando está ante un problema y se favorezca de este modo su comprensión.

Para la caracterización de la etapa de orientación, se consideraron las sub-tareas siguientes:

1. Aseguramiento de las condiciones previas.
2. Motivación y orientación hacia el objetivo.
3. Planteamiento del problema.
4. Acciones para la regulación y autorregulación)



Veamos el contenido de cada una de ellas:

2.1.1 Aseguramiento de las condiciones previas:

Consideramos que un alumno está mejor preparado para orientarse en el problema, de manera que pueda posteriormente resolverlo, cuando domina (teniendo en cuenta las particularidades de cada grado) los siguientes aspectos relacionados con las operaciones aritméticas de adición, sustracción, multiplicación y división con números naturales, que le servirán como condiciones previas :

- <u>habilidades de cálculo</u>: procedimientos orales y escritos para el cálculo con estos números en las cuatro operaciones aritméticas básicas;
- <u>relaciones entre dichas operaciones y sus términos</u>: se refiere a las relaciones entre una operación y su inversa, así como los nombres que reciben cada uno de los términos de estas operaciones;
- <u>significados de las operaciones</u>: nos referimos a los establecidos en las condiciones previas para los maestros ;
- **<u>las técnicas de: modelación, lectura analítica, reformulación y determinación de problemas auxiliares</u> nos basamos en las introducidas en el libro "Aprende a resolver problemas aritméticos" y que resumimos en el epígrafe 1.4.**

Como se sabe algunas condiciones previas se pueden asegurar de forma **inmediata** y otras **mediata** o a largo plazo. Por las peculiaridades que tiene el proceso de resolución de problemas, donde intervienen una amplia gama de pre-requisitos, es que planteamos que esta última es la más importante, ya que garantiza un aprendizaje más sólido y perdurable; aparte que resulta muy difícil revisar todas las condiciones necesarias en una clase completa de problemas al inicio de la misma. Es por ello, debe declararse de manera planificada la enseñanza de los aspectos que acabamos de enumerar en el momento preciso.

La forma de materializar esta importante cuestión a largo plazo pudiera ser de la siguiente manera: se parte de un ejemplo concreto de un problema con la estructura semántica que se desea introducir, que se corresponda con el significado práctico deseado; después de explicado el ejemplo se puede generalizar su empleo, para que en los futuros problemas similares o, el propio escolar sea capaz de reconocer el significado que en esta nueva oportunidad se pone de manifiesto. Así se procederá con los restantes significados y estructuras semánticas.

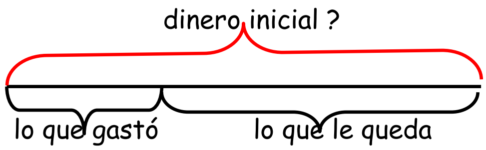
Es bueno destacar, que los significados prácticos deben ser dominados por los niños (su contenido) para poder justificar el empleo de una u otra operación a aplicar al resolver cada problema. Sin embargo, las estructuras semánticas, sus denominaciones y características solo deben ser del dominio del maestro, para buscar la variedad lingüística requerida al introducir y ejercitar los distintos significados.

¿Qué hacer para asegurar las condiciones previas en la introducción de una clase completa de problemas, o sea de forma inmediata?

Aparte de lo que se acostumbra hacer en este sentido, o sea revisar las habilidades de cálculo y las relaciones entre las operaciones; en este sentido consideramos que esto no es necesario, porque debió haberse asegurado en las clases de ejercitación del cálculo, pero tampoco lo excluimos totalmente, si el caso lo requiera; pero a nuestro juicio lo que no debe faltar es la presentación de algunos problemas orales (que pudieran estar relacionados temáticamente entre sí), que no contengan datos numéricos, y que se fundamenten con los significados de las operaciones que serán utilizados en los problemas que se propondrán en el desarrollo y otros que no aparecerán para evitar el acomodamiento (como hemos expresado en el epígrafe anterior). Se le pedirá a los alumnos que seleccionen las operaciones que permitirán resolverlos y después deberán justificar las mismas mediante los significados de las operaciones correspondientes. Por ejemplo, se pudiera citar el siguiente que se ajusta a la estructura semántica que hemos denotado por Co 6:

"Si conocemos lo que Marcos gastó cuando salió de su casa y el dinero que le quedó al regresar al hogar. ¿Cómo pudiera averiguar con cuánto dinero él salió al inicio?

Aquí se pudiera utilizar la modelación lineal para comprender mejor el problema, que sería así:



A partir de este esquema (que se hará únicamente si resultara necesario) no le resultará difícil al niño expresar que: "el dinero con que salió es igual a lo que gastó más lo que le queda", porque en este caso conocemos dos partes y queremos hallar el todo.

Otra forma de proceder, con un mayor nivel de abstracción y generalización que puede ganarse paulatinamente, es partir de los propios significados de las operaciones de manera abstracta, para que los niños identifiquen lo que se debe hacer; después se pudieran elaborar ejemplos de forma conjunta o independiente que se corresponda con estos significados.

En cuanto al empleo de las técnicas mencionadas, no siempre son necesarias aplicarlas todas; las mismas se introducirán según las necesidades de la docencia y después el propio alumno decidirá cuando utilizarla según estime conveniente.

2.1.2 Motivación y orientación hacia el objetivo:

- **¿EN QUÉ CONSISTE LA MOTIVACIÓN Y LA ORIENTACIÓN HACIA EL OBJETIVO?**

La **motivación** del alumno en la solución de problemas aritméticos con texto, es el estado afectivo del mismo que lo impulsa a darle solución. Es conveniente que por parte del maestro exista la intención pedagógica de estimular al escolar para que éste le dé solución de forma consciente y deseada.

Mediante la selección adecuada de diversos problemas, el docente debe hacerle ver al niño que la solución de este tipo de ejercicios matemáticos es importante para él, porque:

- son un medio efectivo para la adquisición y fijación de conocimientos, habilidades y capacidades (aspecto instructivo);
- contribuyen al desarrollo intelectual del escolar, específicamente sobre su pensamiento. *"La solución de problemas es una de las actividades más inteligentes del hombre"* (Campistrous-Rizo, 1996a; p.79); (aspecto desarrollador);
- ponen al alumno en contacto con la vida: social, económica, cultural y política de su país; es decir, permite vincular la Matemática con la vida, la teoría con la práctica. Además los problemas constituyen instrumentos significativos para la formación y desarrollo de la personalidad del alumno (aspecto educativo).

La motivación más frecuente, en este tipo de problema, es la llamada extramatemática o fuera de la Matemática (tomado de la práctica que rodea al estudiante). En este caso conviene tener en cuenta lo que plantean los Dres. L. Campistrous y C. Rizo, como requisitos para que los problemas resulten verdaderamente interesantes para el resolutor:

- *"Estar actualizados.*
- *Ajustarse estrictamente a la realidad.*
    - *Ser asequibles para los alumnos, sin perder de vista que las dificultades que incluyen deben aumentar cada vez"* (Campistrous-Rizo, 1996a; p.80).

Al mismo tiempo, por **orientación hacia el objetivo** se debe entender la información anticipada a los alumnos del resultado de su actividad, que en este caso sería la solución del problema aritmético con texto.

La **orientación hacia el objetivo** está estrechamente ligada al **aseguramiento de las condiciones previas** y a la **motivación**. En el primer caso, porque debe decirse de qué condiciones y conocimientos se parte y en el segundo, ya que los alumnos deben ser capaces de valorar por qué es valioso alcanzar el objetivo previsto.

En una clase completa de problemas debemos diferenciar la orientación hacia el objetivo, de su formulación. La orientación debe perdurar durante toda la clase, mientras que la formulación ocurre en un momento relativamente breve. A su vez, la formulación transcurre en dos ocasiones: cuando el maestro la redacta en su plan de clases y cuando lo enuncia verbalmente a los escolares. Es importante tener en cuenta que el docente escribe explícitamente la habilidad que se pretende desarrollar (resolver o solucionar problemas), los conocimientos que se precisan para resolverlos (de qué operaciones se tratan, significados de las mismas, estructuras semánticas, entre otros), así como las posibles vías, niveles de dificultades y otras características; sin embargo, al expresarlo oralmente debe prescindir de estas últimas informaciones. Pues estaría ofreciendo pistas que el alumno debe descubrir por sí solo.

Si aceptamos como caracterización de problema a aquella que incluía la condición que "la persona debe querer hacer la transformación", es decir, resolverlo. Es por ello que una misión inaplazable de todo docente al plantearle problemas a sus educandos, debe ser contribuir a que los niños realmente deseen resolverlo pero ¿cómo lograrlo?

- **¿De cuántas formas diferentes podemos motivar este tipo de problemas y cómo lograrlo?**

Una vía importante a emplear para motivar a los escolares para solucionar este tipo de ejercicios, es la selección adecuada del **propio texto del problema**; es por ello, el maestro deberá tener el cuidado de hacer una buena selección de los que va a proponer, y sobre todo, elaborar otros, acordes a los intereses de sus alumnos, con un buen nivel de actualización socio-económico, cultural, etc. Siempre deberá velarse porque en su contenido los datos que aparezcan se ajusten a la realidad, que sean verídicos. Al llevar a cabo lo anterior, estaremos dándole cumplimiento al Programa Director de Matemática cuando nos reclama:

"Desde los primeros grados, los docentes tienen que vincular la Matemática al entorno que los estudiantes conocen>; mostrar ejemplos de su empleo en algunos juegos, en las tareas domésticas, en la actividad agrícola y en otras actividades que desarrolla el escolar como parte de su formación; enseñar su utilidad en el análisis de datos de la vida económica y social del país, en las ciencias y en las artes" (MINED, 1997; p.3).

Además, existen otros ejercicios que deben resultar interesantes para los alumnos si son bien elaborados. Son los llamados **"ejercicios portadores de información"**. Su incentivo radica que una vez resuelto, los estudiantes adquieren un nuevo conocimiento. Este tipo de problema resulta muy apropiado para establecer relaciones inter-materias. De esta manera, también estaremos dándole cumplimiento a uno de los objetivos básicos del mencionado Programa Director de Matemática:

Reconocer las potencialidades que tiene la Matemática para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida práctica" (Ibídem; p.1).

Todo lo anterior se puede complementar si se hace un comentario previo o conversación introductoria que contribuya a la motivación y que despierte un verdadero interés en los escolares por resolverlo. Esto puede hacerse, al menos, de dos maneras: un solo comentario si se ha decidido proponer un sistema de problemas que tengan un tema común, por ejemplo: deporte, economía, cultura, etc. o uno para cada problema en caso contrario. Según las características que hemos apuntado sobre los escolares de los dos primeros grados, este tipo de comentarios deben resultar más efectivos en los dos primeros grados, para fortalecer la atención.

No menos importante resulta la búsqueda de diferentes formas de presentación para evitar la monotonía, aspectos que abordaremos en la siguiente sub-etapa.

- ¿Cómo dirigir la orientación hacia el objetivo?

En cuanto a **la orientación hacia el objetivo**, se puede afirmar que está estrechamente ligada a la **motivación** y que el docente debe dirigir la atención de los niños con un **lenguaje sencillo** pero preciso para que estos estén correctamente guiados a lo que realmente se espera de ellos en la clase; estos objetivos deben estar **expresados en función de aprendizaje** (habilidades a desarrollar por los escolares).

En esta sub-etapa debe **quedar claro para el niño qué es lo nuevo que va a aprender y en qué se diferencia de lo anterior,** que en este caso puede estar asociado a la nueva situación de la práctica que va a conocer (depende del problema escogido) o de la nueva situación cognitiva en términos de una nueva formulación en dependencia de las que están concebidas en esta propuesta o de un nuevo significado.

En cuanto a la orientación hacia el objetivo**, baste decir que esto está estrechamente ligado a la motivación y que aquí el docente debe dirigir la atención de los niños con un lenguaje sencillo pero preciso para que estos estén correctamente guiados a lo que realmente se espera de ellos en la clase; deben estar expresados en función de aprendizaje (habilidades a desarrollar por los escolares).**

2.1.3 Planteamiento del problema:

Esta cuestión está muy relacionada con la anterior, porque la forma en que se plantee el problema, es un factor externo que puede influir positiva o negativamente en el escolar para aceptar el problema y sentir deseos de resolverlo.

El problema puede plantearse de forma **oral o escrita**. Nuestra propuesta recomienda buscar un adecuado equilibrio entre el planteamiento de problemas orales y escritos (a partir de segundo grado). Esta afirmación se fundamenta en los siguientes argumentos:

✓ Cuando solamente se proponen problemas escritos en segundo grado, se comienza a perder la habilidad iniciada en el grado anterior de aprender a escuchar, que al mismo tiempo, como lo demuestran las investigaciones realizadas, de las cuatro habilidades fundamentales de la enseñanza de la lengua es la que mayores dificultades presentan las personas en términos generales. (**necesidad lingüística).**

✓ En la vida, en la práctica cotidiana, la mayoría de los problemas que al hombre se le presenta y debe resolver son orales y como se sabe la escuela tiene la alta responsabilidad de preparar al individuo par enfrentarlos y resolverlos. **(necesidad social).**

✓ Al proponer problemas orales, nos permite resolver una mayor cantidad de ellos, y al mismo tiempo, ahorrar materiales escolares. **(necesidad pragmática).**

✓ En el Capítulo 4 dedicado a "El desarrollo psíquico en la edad escolar menor" del libro "Psicología Pedagógica y de las edades" dirigido por A.V. Petrovsky, el psicólogo V.V. Davidov observa: *"La osificación de las falanges del metacarpo de las manos acaba hacia los nueve-once años, y la muñeca hacia los diez-doce. Si se tiene en cuenta dicha circunstancia, resulta comprensible por qué al pequeño escolar con* ***frecuencia le cuesta mucho las*** *tareas escritas. Se le fatiga rápidamente la mano, no puede escribir muy de prisa, ni demasiado tiempo"* (Petrovsky, A.V., 1978; p.97). Este propio autor al referirse al desarrollo de los procesos cognoscitivos en estos escolares, cuando analiza su desarrollo de la memoria expone: *"Del primero al tercer grado, en los alumnos aumenta la efectividad de la retención en la memoria de los conocimientos expresados verbalmente con más rapidez que la efectividad de la memorización de los datos visuales, cosa que se explica por la formación intensiva en los niños de los procedimientos de retención consciente en la memoria"* (Ibídem; p.129). Además relacionado con estos argumentos podemos encontrar en el texto de Didáctica del Dr. Pérez Somossa, lo siguiente: *"Las investigaciones muestran que una persona puede ser rápida en el trabajo escrito y no serlo en el oral. Esto pone de manifiesto la necesidad de ofrecer al niño problemas de ambas clases, a fin de que se entrene en la resolución de los dos tipos".* (Pérez Somossa, J.E. 1930;p.31-32) **(necesidad anatomo-fisio-psicológica).**

Al mismo tiempo, en la actualidad existen diversas formas de presentar los problemas, tanto escritos como orales. Veamos algunas de ellas:

- **Escrito**: mediante el libro de texto, cuaderno de trabajo u otro libro u hoja de trabajo, escrito en la pizarra, cartulina, retroproyector, video, pantalla de la computadora, etc.

- **Oral**: lo más frecuente es que el propio maestro lo lea cuidadosamente, pero también lo puede hacer un alumno aventajado con buena dicción, o llevar grabado en casette, etc.

Ahora bien, tanto en una forma como en la otra, puede y debe ampliarse la forma o estructura externa del problema; es decir, puede ser en prosa, en verso, en forma de diálogo, con apoyo gráfico, en forma de adivinanza, trabalengua, etc.

Otra manera de diversificar la presentación de los problemas es mediante la utilización de las distintas estructuras semánticas **que aquí se introducen, para que se correspondan con los significados de las operaciones aritméticas que**

se necesite ejercitar. Pero teniendo en cuenta lo que recomiendan Campistros L. Y C. Rizo: *"...dentro de cada grupo escogido con una intención didáctica dada (digamos que sea fijar el significado de la adición), se propongan algunos problemas fuera de contexto (que no sean de adición), para que el alumno no proceda de forma mecánica al resolverlos"* (Campistrous, L. Y C. Rizo, 1996; p.90)

2.1.4 Acciones de regulación y autorregulación:

- **¿A qué llamamos acciones de regulación y autorregulación en la etapa de orientación hacia el problema?**

Las **acciones de regulación y autorregulación** que el escolar debe ejecutar durante la etapa de orientación hacia el problema, consisten en acciones de control y autocontrol que él realiza en la fase final de esta etapa con el propósito básico de comprender el problema.

Como una antesala a estas acciones, se encuentran los **impulsos** que el docente daría en los inicios de cada curso escolar, que contribuirán a interiorizar las mencionadas acciones por parte de los escolares, en forma gradual y progresiva. Por supuesto, el docente debe utilizarla en cualquier momento del curso escolar en que sean requeridas.

Desde el punto de vista didáctico, debe tenerse claridad que los impulsos solamente deben estimular a: dirigir mediante indicaciones el desarrollo del trabajo, explorar o analizar la situación y buscar analogías con otros procedimientos o ejercicios aplicados o resueltos con anterioridad, pero NO debe llevar implícito la respuesta y mucho menos, el próximo paso o acción a efectuar.

- ¿Qué procedimiento se puede emplear para lograr la comprensión?

El sistema de acciones a ejecutar tanto por el docente como por el escolar que nosotros recomendamos introducir en esta sub-etapa en el proceso de enseñanza aprendizaje de la solución de problemas aritméticos con texto, resultan de una **adecuación y sistematización** didáctica de las acciones de las técnicas de **lectura analítica y reformulación** a las cuales hemos hecho referencia más arriba, a lo que le hemos agregado un sistema de impulsos que debe dar el docente para que los alumnos ejecuten las correspondientes acciones mentales o materiales. Expliquemos esto con un poco de más detalles:

En primer lugar, se ofrecen sugerencias de **impulsos** que el docente pudiera dar a los estudiantes, según las necesidades individuales o colectivas, con un cierto orden lógico de ejecución. Cada uno de estos impulsos, presentados en forma de preguntas, tendrá su correspondiente respuesta por parte de los alumnos, expresados con un vocabulario acorde a sus posibilidades intelectuales y, por último se brindan preguntas de autocontrol que el estudiante pudiera hacerse as sí mismo para chequear su trabajo, que se ajustan a los dos aspectos anteriores. A continuación se indican dichas acciones:

I M P U L S O S	**ACCIONES DE REGULACIÓN**	ACCIONES DE AUTORREGULACIÓN
1.¿Qué es lo primero que	1.Leo o escucho con cuidado	1.¿Qué me dice el problema?

debes hacer cuando vas a resolver un problema?	el texto del problema (las veces que me sea necesario)	
2. ¿Existen palabras desconocidas para ti? En caso afirmativo ¿qué debes hacer con ellas?	2. Busco el significado de ls palabras desconocidas (si existieran)	2. ¿Qué significa lo que leo o escucho?
3. ¿Qué conoces y qué desconoces en el problema?	3. Identifico lo conocido y lo desconocido	3. ¿Qué es lo que conozco y qué es lo que desconozco?.
4. ¿Qué condiciones se establecen entre las distintas partes del problema?	4. Reconozco las distintas condiciones que se establecen entre las distintas partes del problema.	4. ¿Qué me dice sobre lo qué conozco y sobre lo qué desconozco?
5. ¿Existen datos innecesarios? En caso afirmativo ¿qué debes hacer con ellos?	5. Elimino los datos innecesarios (si existieran).	5. ¿Existen datos innecesarios? ¿qué hago con ellos?
6. ¿Aparece en el texto toda la información necesaria? En caso negativo ¿qué debes hacer ahora?	6. Descubro si en el texto aparece toda la información necesaria para poder resolverlo (en caso contrario buscarla o concluir el proceso)	6. ¿Se me da toda la información que me hace falta? ¿qué debo hacer en caso que no la tenga?
7. ¿Cómo puedes expresar su texto con tus propias palabras?	7. Formulo otro problema similar más comprensible par mi.	7. ¿Cómo puedo expresarlo con mis propias palabras?
8. ¿Aún no has comprendido el problema? En caso negativo. Utiliza materiales concretos, modelos, esquemas etc.	8. Represento los datos y las relaciones con materiales, modelos, esquemas, etc. (si fuera necesario).	8. ¿Me hace falta usar objetos, esquemas, etc. para acabar de comprender el problema?

Debemos aclarar que no se pretende que los alumnos memoricen este sistema de acciones de regulación y autorregulación, ni tampoco es necesario aplicarlas todas (depende del grado en que se empleen, del problema que se proponga y de las propias características individuales del escolar).Por ejemplo se recomienda que primer grado solamente emplee las 1,3,7 y 8; segundo todas excepto la 6 mientras que tercero y cuarto el sistema completo.

Los escolares las incorporarán a su sistema de habilidades en la medida que las empleen de forma reiterada y consciente.

2.1. Implementación del proceder en la práctica

Para su **implementación en la práctica**, se diseñó una estrategia de trabajo con los maestros del primer ciclo, que tuviera en cuenta los aspectos deficientes obtenidos por la vía del diagnóstico de la situación de esta etapa en el primer ciclo de la enseñanza primaria de nuestra provincia.

El **diagnóstico** arrojó la necesidad de aumentar el nivel de conocimientos de los docentes sobre aspectos esenciales de su trabajo en cuanto a enseñar a los alumnos a resolver problemas, en particular de la etapa de orientación, así como de incidir de alguna manera en el currículo para propiciar un mayor éxito en la introducción de las nuevas vías de transformación de la situación en cuanto a la enseñanza de la **resolución de problemas**.

Esta limitación ha quedado cubierta con lo planteado en este documento en el epígrafe 1 dedicado a contenidos previos para los maestros.

- **¿Qué adaptaciones curriculares sería necesario realizar?**

De acuerdo a las características de esta propuesta, no es necesario hacer serias modificaciones a los programas, OM, LT actuales. Todos estos documentos mantienen su vigencia, solamente los que aquí se recomiendan sirven de complemento a los mismos.

Teniendo en cuenta que los significados de las operaciones con números naturales y las estructuras semánticas de los problemas aritméticos que nos hemos ocupado, no son abordados en los documentos normativos de nuestra escuela primaria, es que hemos hecho una distribución (por grados) de los mismos acorde a las posibilidades intelectuales de los escolares. Esto aparece reflejado en las siguientes tablas:

PROPUESTA DE LOS DISTINTOS SIGNIFICADOS DE LAS OPERACIONES POR GRADOS				
	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	CUARTO GRADO
ADICIÓN	A_1; A_2	→	→	→
SUSTRACCIÓN	S_1; S_2; S_3	→	→	→
MULTIPLICACIÓN	M_1 ; M_2	→	→	**M_3 ; M_4**
DIVISIÓN	——	D_3 ; D_4	D_1 ; D_2	D_5 ; D_6
TOTALES	7	2	2	4

Leyenda:

_____ : significa que no se introduce en ese grado.

→ : significa que se ejercita y sistematiza a partir de ese grado.

PROPUESTA DE LAS DISTINTAS ESTRUCTURAS SEMÁNTICAS POR GRADOS

	EST. SEMANT.	1ER. GRADO	2DO.GRADO	3ER. GRADO	4TO. GRADO.
ADIC. SUST.	Cambio	Co1;Co2;Co3;Co4	Co5;Co6	→	→
	Combinación	Cb1;Cb2	→	→	→
	Comparación Aditiva	CA1;CA2;CA3;CA4	CA5;CA6	CA1´;CA2´; CA3´CA4´; CA5´;CA´6	CA1";CA2"; CA3";CA4"; CA5";CA"6
	Igualación	—	Ig1;Ig2;Ig3; Ig4;Ig5;Ig6	→	→
MULT. DIVIS.	Repetición	R1	→	R2;R3	→
	Grupos Iguales	GI1	GI2;GI3	→	→
	Divisibilidad	—	Dv1;Dv2	Dv3;Dv4	Dv5;Dv6
	Comparación Multiplicativa	—	—	CM1;CM2; CM1´;CM2´ CM1";CM2";	CM3; CM3´; CM3";
	Conteo	—	—	—	C1;C2
	Proporcionalidad	—	—	—	P1;P2;P3
	Arreglos Rectang.	—	—	—	AR1;AR2;
RESUM	Adic. Y Sustrac.	10	10	0	0
	Mult. Y División	2	4	6	10
	T O T A L E S	12	14	6	10

NOTA: Se utiliza igual leyenda que en la tabla anterior.

- **¿Cómo propiciar la puesta en práctica de los elementos esenciales de la propuesta?**

Para ello se ha confeccionado un **Folleto para los maestros** de apoyo a la docencia, que se ha elaborado con la intención de que el docente posea un documento de consulta permanente donde aparezcan los aspectos básicos de esta propuesta. El mismo está constituido por tres partes:

d) Un **documento introductorio general** dirigido para todos los maestros del primer ciclo, que es este que estamos concluyendo.

e) **Orientaciones didácticas** (por grados) que incluye indicaciones de en qué epígrafe de cada programa se deben introducir los distintos significados prácticos y estructuras semánticas. Para estos casos se recomiendan ejemplos de problemas a utilizar, algunas ideas para la motivación y sugerencias para descubrir los significados en cada caso, a partir de acciones de regulación. También se orienta en qué momentos del curso se deben ejercitar y sistematizar los significados y estructuras ya estudiados.

f) **Anexo de problemas**: Consiste en una colección de problemas para cada uno de los grados del primer ciclo. Como se ha mencionado en otro momento, el propósito de su inclusión es propiciar a los docentes algunos tipos de problemas que amplían los ya existentes en los libros de textos y cuadernos de trabajos, sobre todo de aquellas estructuras semánticas que faltan en estos documentos o que son más deficitarias.

Al redactarlos hemos tenido en cuenta los siguientes factores:

- Las tres funciones de los problemas: **instructiva, educativa y desarrolladora** (haciendo énfasis en esta última).

- Distintas **formas** de presentación lingüística.

- La **inclusión** de varios problemas con **ideas combinatorias**, muy apropiado para el desarrollo del pensamiento divergente (los que tienen más de una vía de solución o que poseen más de una solución) y para el empleo de la técnica de modelación ramificada, así como otros llamados interesantes, etc.

- Los diferentes **niveles de dificultades**.

- Que posean una **relativa estabilidad** o perdurabilidad en el tiempo, por el contenido de su texto.

- La incorporación de un **inventario de sustantivos propios de personas** de origen español que muchos de ellos tienen muy poco uso en la Cuba actual y que pretende familiarizar a maestros y alumnos con los mismos para el rescate de estas tradiciones idiomáticas.

Esperamos que estas indicaciones de carácter general, te hayan servido para prepararte adecuadamente para asumir con éxito la importante tarea que es orientar a los escolares para resolver problemas aritméticos con texto. A continuación te ofrecemos los otros documentos mencionados por grados. Te recomendamos que si vas a utilizar estos materiales para cualquier grado distinto del primero, debes consultar los de grados anteriores para que tenga la referencia necesaria y puedas dar continuidad a este proyecto. MUCHOS ÉXITOS.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS PARA EL PRIMER GRADO:

OBSERVACIONES PRELIMINARES:

1. **En este material NO se ilustra, en particular, cómo** asegurar las condiciones previas **en las clases, porque no lo consideramos necesario, ni oportuno, ya que en el documento introductorio se ofrecen indicaciones generales para que el docente las aplique. Él debe concebir esta sub-etapa de la clase acorde a los problemas que va a utilizar y a las propias características de los estudiantes de su grupo.**

2. **En cuanto a la última acción de regulación y autorregulación relacionada con el** empleo de materiales, modelos, esquemas, etc. **resulta necesario hacer algunas precisiones para que el docente las tenga en cuenta en su trabajo en el aula. En términos generales, recomendamos que cada vez que se introduzca una** nueva estructura semántica **se siga la secuencia didáctica que a continuación exponemos, donde se aprecia una graduación progresiva del nivel de abstracción, que se corresponde con el desarrollo del pensamiento del escolar primario de este ciclo:**

a) **Primeramente deben emplearse** materiales concretos **que se correspondan con la propia situación que plantea el problema y de ser posible se** escenifique **la misma (en especial aquellos que sean dinámicos).**

b)**En segundo lugar, deben utilizarse** modelos pictográficos **que se ajusten a las características de los objetos que se describen en el problema. Este tipo de modelo solo es recomendable cuando se trabaje con** números pequeños.

c) **En tercer lugar, para ir elevando gradualmente el nivel de abstracción de los niños, se pueden sustituir los modelos anteriores por** modelos rectangulares o diagramas de Venn, **pero ahora colocando en ellos figuras geométricas como círculos, triángulos, cuadrados, rectángulos, etc. en sustitución del objeto original.**

d) **Por último, el uso de** modelos rectangulares o de segmentos **es aconsejable para el último nivel de abstracción del escolar y para cuando los datos del problema se refieran a** números grandes. **En esta oportunidad solamente se colocaran los valores numéricos de cada uno de los elementos que integran el modelo.**

e) **En algunos casos deberá emplearse otros modelos:** tabulares, conjuntistas o ramificados**, donde se pueden combinar lo pictográfico con lo abstracto.**

IMPORTANTE:

- **De acuerdo a las** características **del problema y de su** estructura semántica **se pueden utilizar** distintos modelos **pictográficos, rectangulares o de segmentos (lineales), tabulares, conjuntistas o ramificados, que nosotros ilustraremos oportunamente para que sirva de guía en la labor docente.**

- **Para que sirva de patrón, cada vez que ejemplifiquemos cada una de las distintas estructuras semánticas, ilustraremos lo planteado en los incisos b, c ó d. (El inciso a) no es necesario dar indicaciones adicionales para que el docente los aplique). Esto no quiere decir que sea preciso emplear en el aula estos modelos, sino que se utilizará solamente a aquel que se requiera (o ninguno) de acuerdo con las características: del problema, de los estudiantes, del momento del curso en que se propone, etc.**

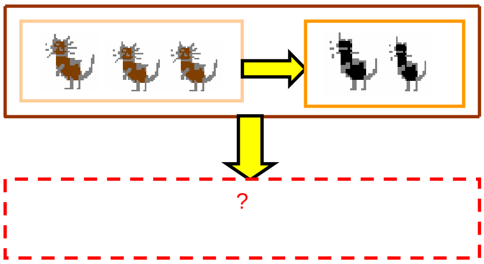
- **También se darán algunas sugerencias para** reformular **el problema (en los casos que lo requiera) con dos intenciones:**
  - **para que ayude a la** mejor comprensión **de su texto y**
  - **para que le sirva de** patrón o guía **para su utilización en el futuro.**

- **Finalmente, debemos aclarar que en la práctica cotidiana del aula, el escolar debe ejecutar las** acciones de regulación y autorregulación**, bajo la dirección del maestro con los** impulsos **(cuando sea preciso), en el mismo orden como allí aparecen, aunque como se ha dicho se pueden omitir algunas. No obstante, en este material didáctico, cuando se ejemplifique cada una de las estructuras semánticas para que se introduzcan en el aula** por primera vez, **se harán algunas acciones de forma paralela para que contribuya a una mejor orientación del proceso que se desea ilustrar, por lo que se considera se puede alcanzar una exitosa comprensión del texto del problema.**

En el epígrafe 1.1.4 **se debe mantener la introducción de los problemas de** CAMBIO 1 **(Co 1). Para ello se puede seguir las instrucciones de las OM, por ejemplo, al utilizar el problema que se sugiere en este documento en la pág. 16 convendría primero establecer una conversación con los niños que contribuya a motivarlos. En este caso se les puede hablar sobre los animales domésticos que ellos tienen en sus casas o de los vecinos, sobre cuáles prefieren y después plantear lo sugerido , que dice así**

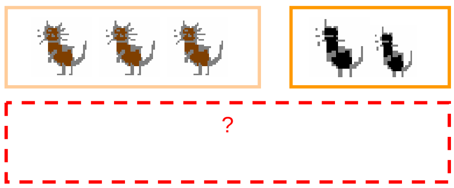
“Delante de la casa hay tres gatos y llegan otros dos que se unen al grupo. ¿Cuántos gatos hay ahora?

Modelación pictográfica:

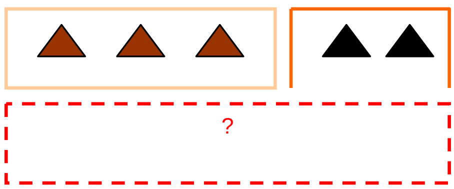


Esta modelación solamente la hará el maestro por su nivel de complejidad, que sería preferible fuese llevada en lámina u otro medio de enseñanza apropiado. La misma tiene la intención de ilustrarle al escolar un tanto lo dinámico **de la situación mediante las saetas.**

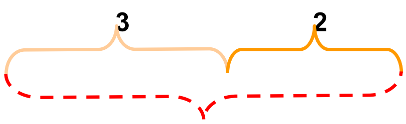
Ahora bien, este modelo puede simplificarse, quedándonos con los elementos básicos y sí lo pudiera realizar el escolar con la ayuda del maestro. El mismo sería así:



<u>Modelación de rectángulos con figuras geométricas¨</u>



<u>Modelación de segmentos:</u>



?

Para comprender esta situación, el maestro pudiera proceder con los siguientes impulsos:

i) **¿Qué es lo que había al inicio delante de la casa?**
ii) **¿Qué acción ocurre en el problema al poco rato? ¿Qué pasa después?**
iii) **¿Qué es lo que tengo que averiguar o contestar?**

Esto da pie para contestar las preguntas usuales en estos casos:

- **¿Qué es lo que conozco o sé?**

  Rta. La cantidad de gatos que había al principio (3) : **una parte**

  La cantidad de gatos que llegaron después (2): **otra parte**

- **¿Qué es lo que no conozco o no sé?**

  Rta. La cantidad de gatos que hay ahora (**?**): **el todo**

Es decir, que tenemos dos partes y queremos hallar el todo por lo que se aplica el significado de la adición **A_1 : Dadas las partes, hallar el todo.**

Para reforzar el papel que juega el **tiempo** en este problema se pudiera reformular el mismo, en elaboración conjunta con los escolares, de la siguiente manera:

Al principio habían tres gatos delante de la casa hay ; después llegan otros dos que se unen al grupo

En este propio epígrafe conviene introducir los de tipo **COMBINAR 1** (Cb1). Para este segundo tipo de estructura se puede proceder de la siguiente manera:

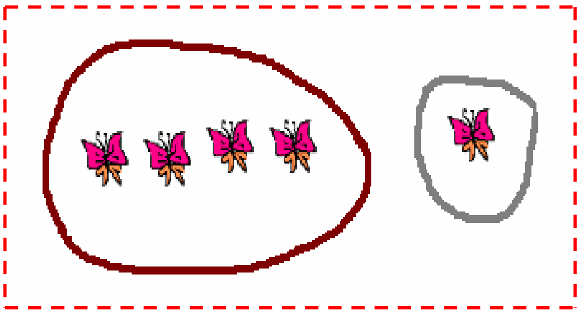
Establecer una conversación con los niños sobre los jardines, su valor ornamental, su cuidado, la belleza de las mariposas que se posan sobre las flores, etc. Es una buena ocasión, si no se les ha hecho con anterioridad, para informarles sobre el libro que Martí escribió para los niños “La Edad de Oro”. Se les puede decir que en dicho libro aparece la siguiente poesía:

Iba un niño travieso
Cazando mariposas;
Las cazaba el bribón, les daba un beso,
Y después las soltaba entre las rosas.

Todo lo anterior debe servir de motivación para plantear este problema que también está escrito en ver

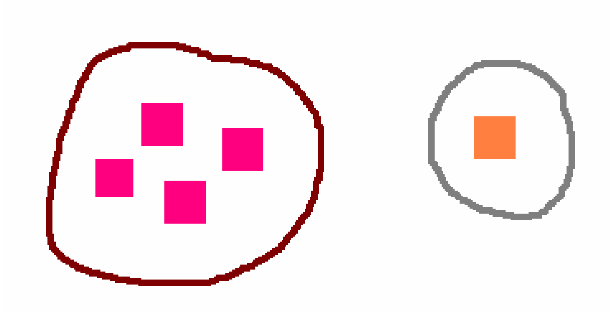
Cuatro mariposas
Agarró Simón
Una cogió Rosa
Dime ¿cuántas

Modelación pictográfica:

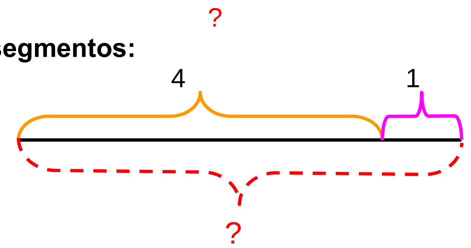


?

Modelación con diagramas de Venn:



Modelación de segmentos:



Los impulsos que pudiera brindar el maestro, pudieran ser los siguientes:

i) ¿Cuántas mariposas agarró Simón?
ii) ¿Cuántas mariposas cogió Rosa?
iii) ¿Qué es lo que tengo que averiguar o contestar?

De la misma manera que en el caso anterior, se puede determinar que el significado que se aplica en esta oportunidad es también el A_1.

Este problema se pudiera reformular de la siguiente forma:

Ramón cogió 4 mariposas y Rosa cogió 1. ¿Cuántas

Se sugiere que una vez resuelto este problema, el maestro les pregunte a los niños: ¿Qué Uds. le dirían a Simón y a Rosa que hicieran con las mariposas capturadas?. El maestro aclararía el significado de cualquier palabra desconocida por los escolares, teniendo en cuenta que se han utilizado sinónimos de uso frecuente: agarrar, coger y capturar. Posteriormente les pudiera preguntar. ¿Qué Uds. le indicarían a esos dos niños hacer antes de soltar las mariposas?

Es importante destacar que en ambos problemas se aplica el mismo significado de la adición. Se tienen dos conjuntos y se quiere unir sus elementos. Sin embargo, debe observarse que hay un detalle de interés que los

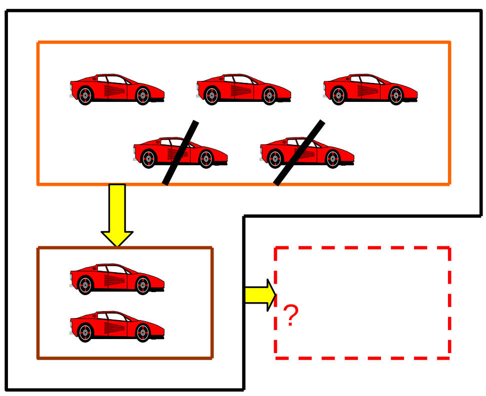
diferencia: el comportamiento del tiempo. En el primer caso los sucesos no ocurren en el mismo periodo de tiempo: al principio habían tres gatos y después (al poco rato) llegan otros dos. Mientras que en el segundo todo ocurre en un mismo lapso de tiempo. Esto debe **ser destacado por el maestro de una manera muy sencilla de acuerdo al nivel de comprensión de los escolares hacia los cuales se dirige el comentario.**

Se recomienda mantener los problemas de CAMBIO 2 **(Co 2) en el** epígrafe 2.1.2 **según las OM de la pág, 34 a la 38. Aparte de otras situaciones que se pudieran crear, les sugerimos la siguiente:**

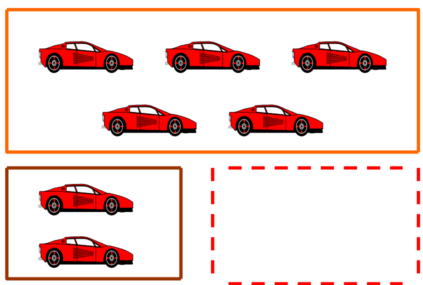
Conversar con los niños sobre la importancia del transporte para el hombre y al mismo tiempo del turismo como fuente de entradas de divisas para el país. Existen piqueras de automóviles que se alquilan a turistas extranjeros. Ahora es el momento propicio para decirles que:

En una piquera de automóviles de alquiler para el turismo habían 5 automóviles. Dos de ellos fueron

Modelación pictográfica:

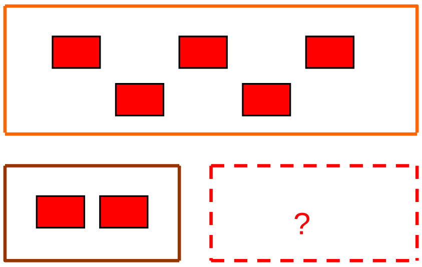


Al igual que se hizo en el caso Co 1 la anterior modelación se puede simplificar para los escolares de la siguiente manera:

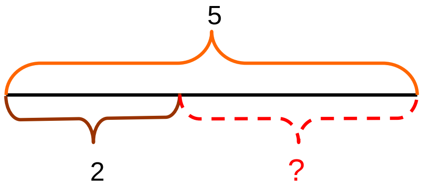


?

Modelación con rectángulos y figuras geométricas:



Modelación de segmentos:



Los impulsos que pudiera dar el maestro en esta oportunidad pudieran ser los siguientes:

i) ¿Cuántos automóviles habían al principio en la piquera?
ii) ¿Cuántos automóviles salieron de ese lugar después?
iii) ¿Qué es lo que tengo que averiguar o contestar?

Para comprender el significado de la sustracción que se aplica en esta oportunidad se puede proceder así:

- **¿Qué es lo que conozco o sé?**

Rta. La cantidad de automóviles que habían en la piquera al inicio: 5 **(el todo)**

La cantidad de automóviles que salieron después: 2 (una parte)

- **¿Qué es lo que no conozco o no sé?**

Rta. La cantidad de automóviles que quedaron en la piquera: ? (la otra parte)

Es decir que se utiliza el siguiete significado:

S_1: Dado el todo y una parte; hallar la otra parte.

¿Cómo se pudiera reformular el problema anterior?

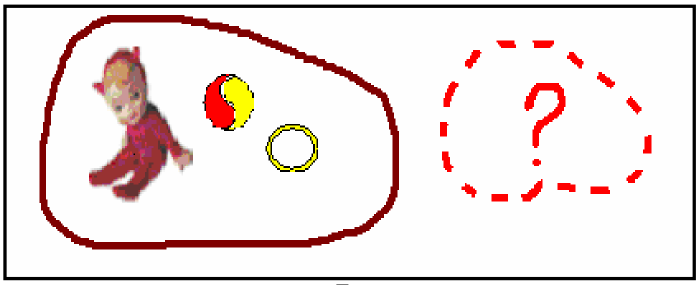
Al inicio en una piquera de automóviles de alquiler para el turismo habían 5 automóviles. Más tarde

Resulta conveniente precisar que tanto en este significado como en el anterior, se debe introducir formalmente los mismos en los escolares en forma generalizada, **o sea, plantearle en el primer caso que a partir del ejemplo resuelto y del significado que lo fundamenta se puede inferir que cada vez que tengamos dos partes , al unirlas tendremos un todo (u otra parte). Análogamente se procederá para el significado de la sustracción que acabamos de enunciar.**

En el epígrafe 2.2.2 **deben introducirse los problemas del tipo** COMBINACIÓN 2 **(Cb 2) que pudiera motivarse utilizando el siguiente diálogo entre el padre y sus dos hijas y donde un tercer niño lo escucha y deben contestar la interrogante formulada. Se les dirá que se imaginen que cada uno de Uds. es el niño en cuestión:**

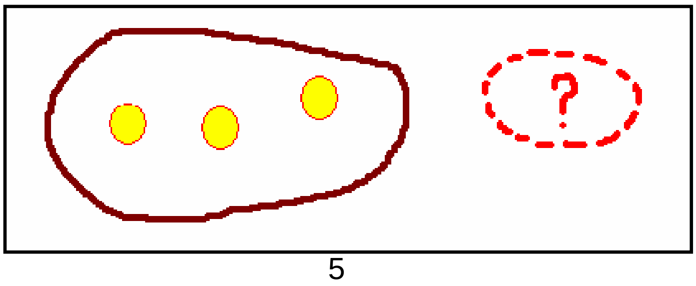
El padre dice: "Susana y Marisol tienen 5 juguetes entre ambas"

Modelación pictográfica:

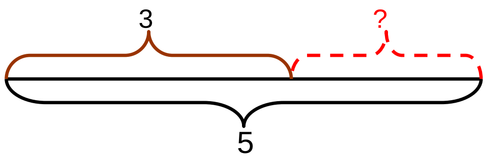


5

Modelación con diagramas de Venn:



Modelación de segmentos:



¿ Cuáles son los impulsos que el maestro pudiera dar en este caso?

i. ¿Cuántos juguetes tienen Susana y Marisol entre ambas?
ii. ¿Cuántos juguetes tiene Susana?

iii) ¿Qué es lo que tengo que averiguar o contestar?

Para descubrir el significado que se debe aplicar, lo cual indicará la operación que se debe efectuar, se harían las preguntas:

- **¿Qué es lo que conozco o sé?**

Rta. La cantidad de juguetes que tienen Susana y Marisol juntas: 5 (el todo)

La cantidad de juguetes que tiene Susana: 3 (una parte)

- **¿Qué es lo que no conozco o no sé?**
  Rta. La cantidad de juguetes que tiene Marisol: ? (la otra parte)

Lo cual permitirá al alumno a identificar el significado de la sustracción: S_1

Veamos ahora una de las posibles reformulaciones que se le pudiera elaborar conjuntamente con los niños:

Susana y Marisol tienen 5 juguetes entre las dos.

Obsérvese que aquí se aplica el mismo significado de la sustracción que en el caso anterior. Cabe destacar que entre estos dos problemas existe la misma diferencia que entre los dos problemas iniciales: el comportamiento del tiempo.

En el en el epígrafe 2.2.4 **se pueden introducir los problemas de** CAMBIO 3 **(Co 3). En este nuevo caso se presenta una situación completamente nueva para el alumno pues a diferencia de los 4 tipos anteriores, donde lo desconocido es el resultado (la suma o la diferencia) en esta oportunidad y en algunas posteriores, se tendrá que** lo desconocido **es otro de los** términos **de estas** operaciones**. Esto se apreciará mejor en el siguiente ejemplo, que se pudiera** motivar **así:**

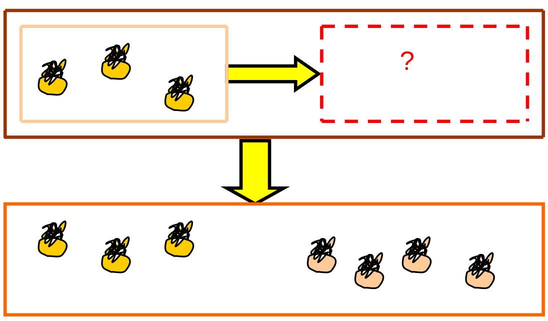
Conversar con los niños sobre la importancia de la asistencia y la puntualidad a las clases. Ahora se les dice que en el próximo problema van a conocer lo que sucedió en casa de un niño llamado Rafael antes de salir para la escuela:

¿Cuántos caramelos le echó la mamá de Rafael en su mochila, si se sabe que:

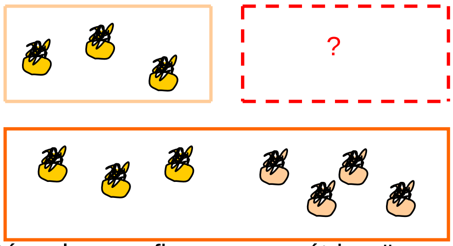
Antes de echarle: Rafael tenía 3 caramelos en la mochila

Como se puede apreciar este problema es dinámico, es decir que hay movimiento del tiempo: antes y después**.**

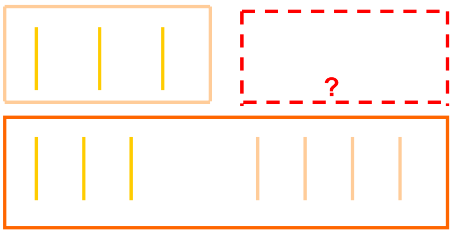
Modelación pictográfica:



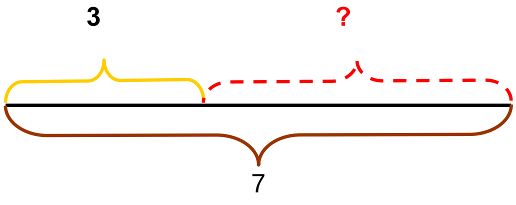
Al igual que hicimos con los otros dos casos de problemas de CAMBIO, el modelo anterior se puede simplificar así:



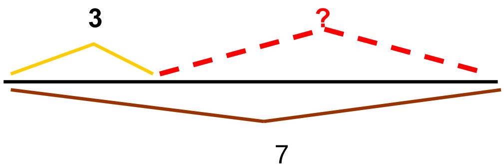
Modelación de rectángulos con figuras geométricas¨



Modelación de segmentos:



Teniendo en cuenta la experiencia acumulada, por la introducción en la práctica escolar de esta propuesta didáctica, se ha podido apreciar que los niños de primer grado, este último tipo de modelo lineal lo han adaptado y han transformado las llaves por segmentos, como ilustramos a continuación:



También aquí se fundamenta esta estructura a partir del significado S_1. Esto se puede revisar mediante preguntas que forman parte de los impulsos que el docente puede dar al escolar y que no se plantearán aquí porque se considera que con los ejemplos desarrollados, el docente pueda por sí solo elaborarlos; aquí no debe resultar difícil a partir de las distintas modelaciones que se pudieran utilizar, cuestionarse qué es lo conocido **y** lo desconocido**, los alumnos podrán ser capaces de decir:** *"Conozco el todo (7) y una de sus partes (3) y debo hallar la otra parte (desconocida)."* **De esta manera lo estamos entrenando para el desarrollo de su pensamiento teórico y de la incorporación de un procedimiento generalizado de actuación.**

¿Cómo se reformularía colectivamente este problema?. La siguiente pudiera ser una variante:

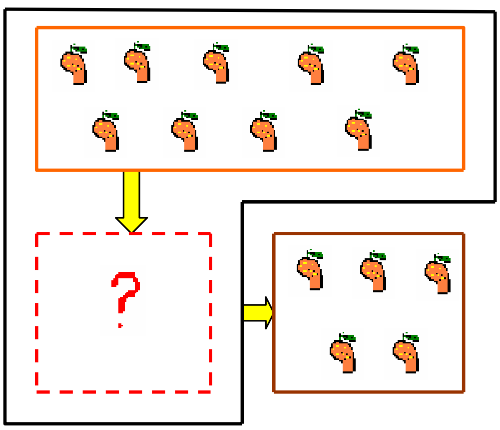
Rafael al inicio tenía 3 caramelos en su mochila. Después su mamá le echó algunos caramelos. Ahora

En el epígrafe 2.2.6 **se orienta introducir los problemas del tipo** CAMBIO 4 **(Co 4) y para ello se puede comenzar:**

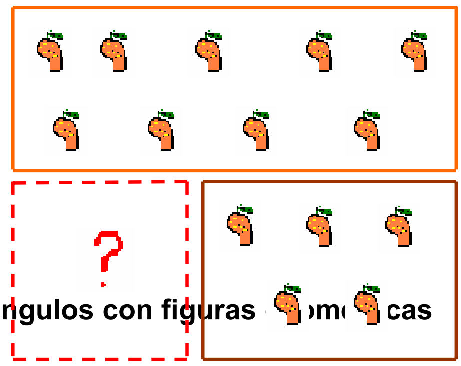
Estableciendo una conversación con los niños sobre las frutas, su importancia para la salud humana por las vitaminas que contiene y se les puede preguntar por las frutas que ellos prefieren; después se les puede decir que se conoce a un niño que le gustan mucho los mangos llamado Rolando y que quiere plantearle un problema relacionado con una situación ocurrida al mismo:

Rolando visitó a su amigo Sergio; cuando se iba le regalaron 9 mangos que los echó en una jaba y los amarró en la parrilla de su bicicleta. Por el camino se le perdieron algunos mangos. Si al llegar a su casa solo tenía 5 de esas frutas. ¿Podrías averiguar la cantidad de mangos que se le extraviaron a Rolando? (Co 4)

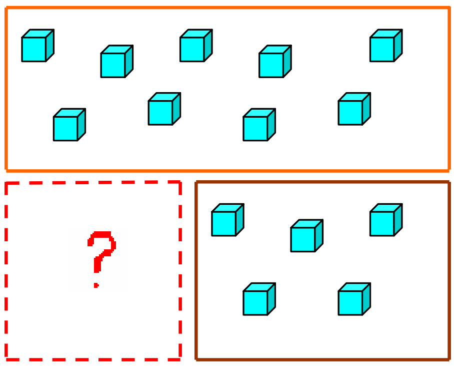
Modelación pictográfica:



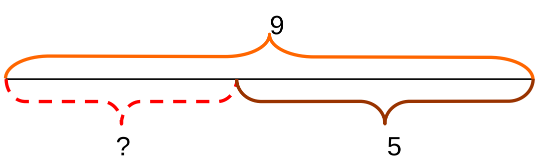
De modo simplificado sería así:



Modelación de rectángulos con figuras geométricas



Modelación de segmentos:



En este problema se aplica el mismo significado que el en problema anterior. La diferencia radica en el lugar que ocupa la incógnita en el problema.

Veamos una de las reformulaciones que se pudiera hacer en esta oportunidad:

> A Rolando le regalaron 9 mangos. Se le perdieron algunos de ellos. Al llegar a su casa solo tenía 5 de esas

NOTAS:

1. Con este último problema se concluyó la introducción de los problemas de CAMBIO previstos para este grado (aunque como se expresó en el documento introductorio, esto puede sufrir modificaciones de acuerdo con el grupo estudiantil). Debe observarse que en ellos el tiempo ocupa un lugar especial. Es por ello que llamamos la atención que al **reformular** un problema de este tipo, conviene entrenar al alumno a redactarlo siguiendo el orden cronológico del tiempo, teniendo en cuenta las siguientes fases temporales:

- <u>Inicio</u>: Esto se puede se indicar mediante una oración donde aparecen las expresiones: **al inicio, al principio** y donde el verbo muchas veces está en **pretérito** (en otras oportunidades el verbo está en **presente**).
- <u>Cambio</u>**:** Aquí se señalan expresiones adverbiales tales como: **más tarde, después, posteriormente, etc.** dentro de una oración en el mismo tiempo de la oración anterior.
- <u>Final:</u> Se tiene una oración narrada en el instante en que se lee o escucha y donde es frecuente el uso de expresiones tales como: **ahora, en estos momentos**, etc.

2. Es bueno significar la enorme importancia que tiene para el escolar este entrenamiento de **reformular problemas** por lo que puede contribuir para el desarrollo tanto del **lenguaje** (es especial en la comprensión textual) como de los **procesos lógicos de su pensamiento** al tener que aplicar reiteradamente los procesos de análisis-síntesis (sobretodo este último)

3. Por otra parte, es bueno destacar que aunque una vía importante para motivar a los escolares en este caso, es la selección adecuada del **propio texto del problema**; en esta oportunidad estamos incluyendo, en la mayoría de los casos, un comentario previo o introductorio antes de plantear el problema porque en los escolares de primer grado resulta necesario reforzar su motivación, teniendo en cuenta que su atención tiende a la dispersión, aparte de lo que puede contribuir a la formación de su personalidad.

4. Los cuatro últimos problemas introducidos en la unidad temática 2 se prestan para que sean **comprobados,** lo que además de garantizar la certeza de su solución permite la aplicación de la operación inversa. Por ejemplo, en el problema de Cb 2 se les pudiera preguntar: ¿está bien resuelto este problema? Ellos debían contestar que sí, porque tres juguetes que tiene Susana más dos que tiene Marisol nos da los cinco que dice el padre tienen ambas, o sea 3 + 2 = 5.

En el **epígrafe 2.3** conviene mantener los problemas de los tipos **COMPARACIÓN 3 y 4**, según indican las OM; para ello se pudieran utilizar problemas similares a los que aparecen en la pág 55 de este documento, con ligeras modificaciones. En este oportunidad cambiamos el orden de los mismos:

Para el caso de COMPARACIÓN 3 **(CA 3) se pude motivar con la importancia que tiene la lectura para conocer mejor lo que nos rodea, por eso ellos estén aprendiendo a leer, y es bueno que tengan su pequeña biblioteca para cuando sepan leer tengan sus propios libros. Ahora se les informará que el problema que se les presentará a continuación hace mención a la cantidad de libros que tienen dos niños de primer grado:**

Alfredo tiene 7 libros. Elena tiene 3 libros más que Alfredo. ¿Cuántos libros tiene Elena? (CA 3)

Lo primero que habría hacerle notar al niño que aquí surge una nueva situación, ya que se establece la comparación **entre objetos, etc. Además se utiliza por primera vez un nuevo** significado **de la** adición:

A $_{2:}$ Dada una parte y el exceso de otra sobre ella. Hallar la otra parte.

Por supuesto este significado, de esta manera, no debe decírselo al niño. Pudiera simplificárselo de la siguiente forma:

¿Qué es lo que conocemos en este problema?

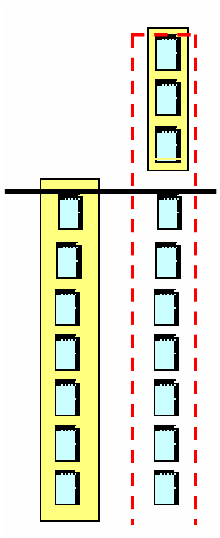
- **Los libros que tiene Alfredo** (una parte) **y**
- **Los libros que tiene Elena más que Alfredo** (lo que tiene de más otra parte respecto a la primera).
-

¿Qué es lo que desconocemos?

- la cantidad de libros que tiene Elena **(la otra parte mayor que la anterior).**

Lo anterior pudiera comprenderse mejor con la ayuda de las siguientes modelaciones:

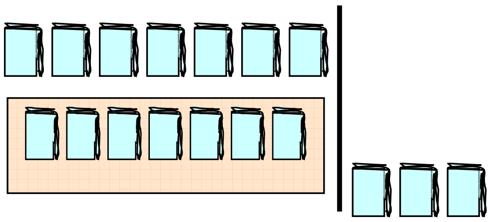
Pictográficas



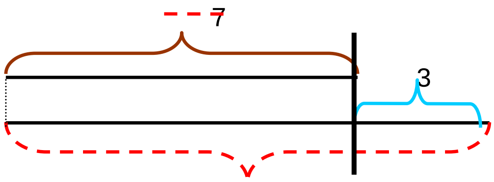
a) vertical

7 ?

b) horizontal



Modelación de segmentos:



?

Al efectuar la reformulación, **se pudiera preguntar: ¿cuál de los dos tienen más libros? Si resultara de utilidad para reforzar esta idea, se incorporaría su reformulación:**

Alfredo tiene más libros que Elena. Alfredo tiene 7 libros. Elena tiene 3 libros más que Alfredo. ¿Cuántos libros tiene Elena?

¿Cómo re-elaborar el significado arriba indicado, pero expresado en un lenguaje apropiado para este niño? Este pudiera ser así:

A_2: Dada una parte y lo que otra tiene de más respecto a ella. Hallar la otra parte.

NOTAS:

1. **De ahora en adelante, prescindiremos de la modelación con figuras geométricas, porque los ejemplos utilizados son suficientes para que el propio maestro lo elabore a partir de la modelación pictográfica.**

2. **Los problemas de COMPARACIÓN permiten sumar o restar cantidades no homogéneas (de distintas "magnitudes") como lo ilustra el siguiente problema:**

En un club de computación hay 7 computadoras. Llegaron 3 niños más que esa cantidad de computadoras. ¿Cuántos niños llegaron?

El mismo se puede reformular de una forma un tanto más familiar para los niños:

En un club de computación hay 7 computadoras y llegaron algunos niños. Tres niños se quedaron sin computadoras. ¿Cuántos niños llegaron?

Para el caso de los problemas de COMPARACIÓN 4 **(CA 4) se pudiera motivar así:**

Conversar con los niños sobre sus juegos preferidos. Después de escuchar distintos criterios de algunos de ellos, se le informará que el problema que se debe resolver seguidamente se basa en uno de los juegos preferidos por dos niños de primer grado:

Raúl tiene 9 chinatas. Su hermano Tomás tiene 3 chinatas menos que él. ¿Cuántas chinatas tiene Tomás?

Al igual que en el problema anterior se establece una comparación entre las cantidades que aparecen en el texto. La diferencia que se aprecia es un nuevo significado de la sustracción:

S_3: Dada una parte y su exceso sobre otra. Hallar la otra parte .

Tampoco aquí es aconsejable explicar este significado con este vocabulario. Podría expresarse así:

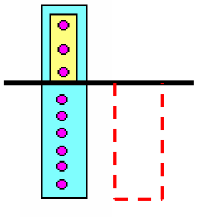
¿Que es lo que se conoce aquí?

- la cantidad de chinatas que tiene Raúl **(una parte)** y
- la cantidad de chinatas que tiene Tomás menos que Raúl **(lo que tiene de menos otra parte respecto a la primera)**

¿Qué es lo que no se conoce?

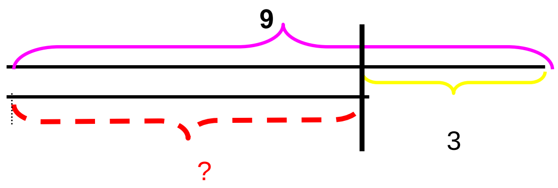
- la cantidad de chinatas que tiene Tomás **(la parte menor).**

Modelación pictográfica:



9 ?

Modelación de segmentos:



Aquí también se pudiera guiar el trabajo de reformulación **en elaboración conjunta con los escolares. A modo de ejemplo ofrecemos la siguiente:**

Tomás tiene menos chinatas que Raúl. Raúl tiene 9 chinatas. Su hermano Tomás tiene 3 chinatas menos que él. ¿Cuántas chinatas tiene Tomás?

A partir de la experiencia práctica que se deriva de estos problemas y de otros que se deben elaborar y utilizar en el aula, el **significado** de la **sustracción** que se aplica en este último tipo de problemas de la estructura Co 4 se pudieran reformular en un lenguaje más cercano para el escolar:

S_3: Dada una parte y lo que tiene de menos otra parte respecto a la primera. Hallar la otra parte.

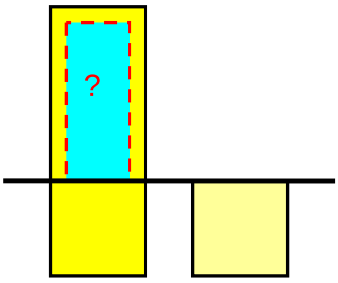
Durante el desarrollo de la Unidad No. 3 dedicada a la numeración se deben plantear diversos problemas que permita ejercitar las distintas estructuras estudiadas hasta el momento.

En la unidad No. 4 **se deben introducir los problemas de** COMPARACIÓN 1 y 2 **(CA 1 y CA 2). Debe apuntarse que esta es una buena oportunidad para el niño se** desprenda **del empleo de** materiales concretos **y que trabaje con otros modelos más abstractos, sobre todo en aquellos ejercicios donde la** suma o el minuendo sea superior a 20. **Para ambos problemas pudiera iniciarse con la siguiente introducción:**

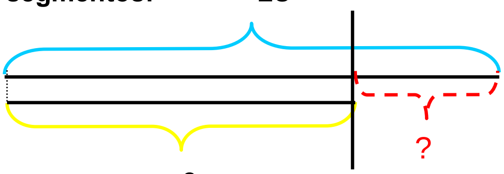
Conversar sobre la importancia para la economía del país de la recuperación de materias primas y sobre el papel que desempeñan los CDR en este sentido. Así como el aporte que los pioneros pueden hacer a la Patria con su modesto esfuerzo al recuperar materias primas. El problema que se plantea a continuación hace mención a esta situación:

npaña de recuperación de materia prima el aula de primero "A" recolectó 18 kg de papel mientras que el aula de primero "B" solo pudo recoger 6 kg. ¿Cuántos kg más de papel recolectó el aula de primero "A" que el aula de primero "B"? (CA 1)

Modelación pictográfica:



Modelación con segmentos:



Aquí se aprecia con mayor claridad la comparación entre dos cantidades. El significado que se aplica es diferente:

$S_{2:}$ Dadas dos partes. Hallar el exceso de una parte sobre la otra.

Por supuesto este lenguaje técnico no debe ser dado a conocer a los escolares. Pudiera seguirse mediante el empleo de los siguientes impulsos y las correspondientes respuestas:

¿Qué es lo que conoces en este caso?

- **la cantidad de materias primas recuperada por el grupo "A": 18 kg** (una parte);

- **la cantidad de materias primas recuperada por el grupo “B”: 6 kg** (otra parte)

¿Qué es lo que desconoces ahora?

- **los kg de materias primas que el grupo “A” recuperó más que el “B”** (lo que la parte mayor tiene más que la menor).

No debe resultar difícil para el niño descubrir que para resolver este problema debe efectuar la operación: 18 – 6 =?

De esta manera hemos **reformulado** el **significado** anterior en un lenguaje asequible para el niño de primer grado,

Se pudiera aprovechar la oportunidad y los modelos anteriores para sustituir la pregunta anterior por otra que lo transforme en un problema de COMPARACIÓN 2:

¿Cuántos kg menos recolectó el aula de primero “B” que el aula de primero “A”?

Obsérvese que se fundamenta en el mismo significado práctico S_2 pero mayor comprensión para estos escolares pequeños la parte desconocida **puede identificarse de la siguiente forma:**

- **los kg de materias primas que el grupo “B” recuperó menos que el “A”** (lo que la parte menor tiene menos que la mayor).

Este es el momento oportuno para elaborar conjuntamente con los niños el significado **que se aplica de** forma generalizada **en estos dos problemas:**

S_2: Dadas dos partes. Hallar lo que una parte tiene más (menos) que la otra.

También se debe redactar ambas estructuras como una sola empleando el vocablo **diferencia.** Este quedaría así:

En una campaña de recuperación de materia prima el aula de primero “A” recolectó 18 kg de papel mientras que el aula de primero “B” solo pudo recoger 6 kg

Veamos ahora cómo se pudieran **reformular** estos problemas tratando de reducir la información a los indispensable y, por otra parte, agregando algunas expresiones que enfaticen su mejor comprensión:

A" recolectó más materia prima que el "B". El grupo "A" recogió 18 kg mientras que el "B" solo 6 kg. ¿Cuántos kg más de papel recolectó el aula de primero "A" que el aula de primero "B"? (CA 1)

B" recolectó menos materia prima que el "A". El grupo "A" recogió 18 kg mientras que el "B" solo 6 kg. ¿Cuántos kg menos de papel recolectó el aula de primero "A" que el aula de primero "B"? (CA 2)

A continuación vamos a situar un ejemplo que ilustre como esta estructura permite operar con cantidades de distintas "magnitudes", y al mismo tiempo, redactarlo en un lenguaje más coloquial y familiar para el escolar.

En un rodeo hay 5 caballos y 8 jinetes. Cada caballo es montado por un jinete. ¿Cuántos jinetes se quedan sin montar ningún caballo? (CA 1)

Debe evitarse mencionar el empleo de las "palabras claves", porque la práctica escolar nos ha demostrado que las mismas tienden a confundir a los propios niños. Por ejemplo en la estructura CA 3 se utiliza la expresión "**más que**" y también en la estructura CA 1, sin embargo en el primer caso se **suma** y en el segundo se **resta.**

Finalmente en el epígrafe 5.1 **se recomiendan introducir las estructuras** REPETICIÓN 1 **(R 1) y de** GRUPOS IGUALES 1 **(Gi 1) de la multiplicación.**

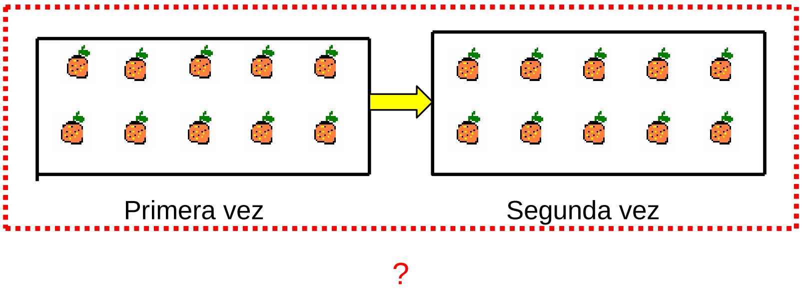
Para el caso del tipo (R1) se pudiera introducir así:

Conversar con los estudiantes sobre la importancia, desde el punto de vista social, de que la familia se visite con frecuencia y en especial, que los

hijos se preocupen de sus padres ya ancianos. El siguiente problema nos hace referencia de una actitud noble de un hijo que todos Uds. deben imitar cuando sean mayores y sus padres sean viejitos:

> Iván con frecuencia visita a sus padres. Muchas veces les lleva algunas frutas. ¿Cuántas naranjas habrá llevado en sus dos últimas visitas si llevó 10 cada vez? (R 1)

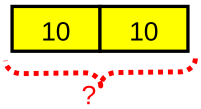
Modelación pictográfica:



Aquí se puede apreciar el significado primario de la multiplicación

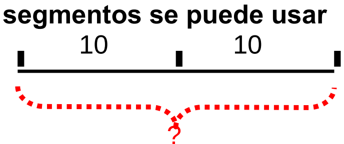
$M_{1:}$ Reunión de partes iguales para hallar el todo (suma de sumandos iguales.

También se pudiera modelar mediante rectángulos **de una forma más abstracta así:**



O sea 10 + 10 = ?

La modelación con segmentos se puede usar



¿Cómo se pudiera proceder didácticamente para que el niño se identifique con este significado?

El docente puede realizar los impulsos habituales:

¿Qué se conoce en esta oportunidad?

- **la cantidad de naranjas que llevó en el primer viaje: 10** (una parte)
- **la cantidad de naranjas que llevó en el segundo viaje: 10** (otra parte) (**Se debe destacar que aquí las dos partes son iguales)**

¿Qué es lo que no se conoce?

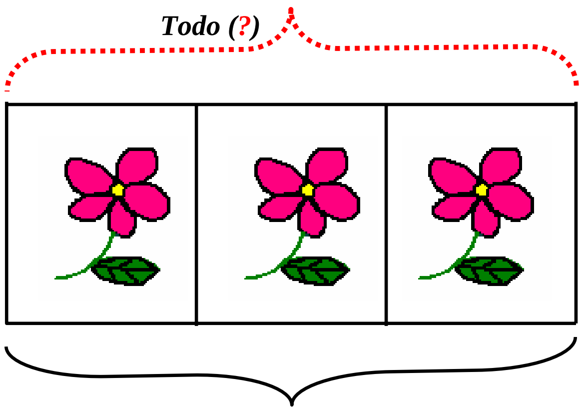
- **la cantidad total de naranjas que llevó en los dos viajes:** ? (el todo)

Se destacaría lo conveniente que resulta efectuar la multiplicación 2.10 = ?. Luego este debe ser el primer significado de la multiplicación que se estudia en la escuela primaria por corresponderse con la idea intuitiva que se tiene de ella.

Asimismo los problemas GI 1 se pudieran introducir a partir de una conversación con los escolares acerca de lo agradable para la vida de rodearnos de cosas bellas, pues nos hace sentirnos más alegres y felices. Se les preguntaría ¿cuáles de estas cosas te gustan más?. Si algún alumno dice que tiene preferencia por las flores se les plantea el siguiente problema (en caso contrario se hará la pregunta directa ¿no les gustan las flores?):

Si una flor tiene cinco pétalos. ¿Cuántos pétalos tienen 3 flores? (GI)

Modelación pictográfica:



3 partes iguales

Consideramos muy importante que desde esta primera vez, los niños tengan claridad del significado de la multiplicación que aquí se aplica por lo ampliamente utilizado que es en otras estructuras semánticas que se introducirán en otros grados.

El significado en cuestión consiste en:

M_2 : Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte. Hallar el todo.

¿Cómo se pudiera enfocar este significado a los escolares pequeños?

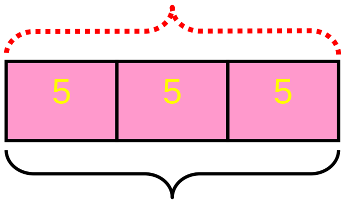
Se les preguntaría: ¿qué conocemos en este problema?

- **la cantidad de flores que hay: 3** (cantidad de partes iguales)
- **la cantidad de pétalos que tiene una flor: 5** (lo que contiene cada una de esas partes)**.**

Ahora **¿qué es lo que debemos averiguar por ser desconocido?**

- **la cantidad total de pétalos que tienen las flores:** ? (el todo).

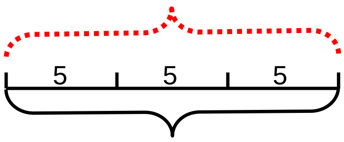
Se puede emplear la misma modelación rectangular **que la utilizada en el problema anterior para apreciar de una forma más abstracta los distintos componentes de este nuevo significado:** Todo (?)



3 partes iguales

La modelación con segmentos **también se puede emplear:**

Todo (?)



3 partes iguales

Conviene aquí precisar la sutil diferencia que existen entre ambas estructuras, que aunque el alumno no tiene porque conocer, el docente sí debe dominar estos detalles para realizar un trabajo consciente:

- **En los problemas de** repetición **existe una idea de que algo se** reitera**, o sea, se aprecia una** secuencia de acciones iguales **que se repiten cada cierto intervalo de tiempo, es por ello que casi siempre son** problemas dinámicos.
- **En los problemas de** grupos iguales **en términos generales son** estáticos **y se puede distinguir claramente que** existen partes que son iguales **y se sabe el** contenido **de cada una de ellas.**

Se considera que a partir de los ejemplos y sugerencias didácticas señaladas y al anexo de problemas que a continuación se adjunta, además de los propios problemas que el maestro debe elaborar ajustándolos a las características de sus educandos y al contexto histórico-social y cultural en que se desarrolla el proceso docente, puedan resultar suficientes para el desarrollo de las habilidades requeridas en cuanto a la variedad de las distintas estructuras semánticas.

ANEXO DE PROBLEMAS PARA EL PRIMER GRADO:

1. **Tengo tres caramelos. Mi primo me regaló dos. ¿Cuántos caramelos tengo ahora?**
   Rta. 3 + 2 = ? (Co 1)

2. Violeta tiene seis lápices azules y Rosa posee uno verde. ¿Cuántos lápices tienen entre ambas? Rta. 6 + 1 = ? (Cb 1).

3. Escucha atentamente la conversación entre Carlos y su amigo Enrique:
Carlos**: "Tengo dos animales domésticos".**

Enrique**: "Necesito me cuides mi perro durante el tiempo que estaré ausente"**
Carlos**: "Ahora tendré que cuidar cuatro animales domésticos"**
¿Será cierto esto último que dijo Carlos? ¿Por qué?
Rta. No es cierto porque 2 + 1 = 3

4. Tres tristes tigres
comen trigo en un triste trigal.
Otro tigre llegó
¿Cuántos tigres comen trigo ahora? Rta. 3 + 1 = ? (Co 1)

5. Osmani puede comprar dos frutas entre un plátano, un mango y una piña. Ayúdale a buscar las tres selecciones que él puede hacer. ¿cuál escogerías tú?

6. Elvira y Elena son hermanas gemelas. El día de su cumpleaños a Elvira le regalaron 2 juguetes y a Elena le regalaron la misma cantidad de juguetes. ¿Cuántos juguetes tienen las dos juntas? Rta. 2 + 2 = ? (Cb 1)

7. Ana, Pedro y Sofía son hermanos y viven solamente con sus padres. ¿Cuántas personas tiene esta familia? Rta. 3 + 2 = ? (Cb 1)

8. Braulio comenzó a jugar con 6 chinatas y perdió 3. ¿Con cuántas chinatas terminó el juego Braulio? Rta. 6 – 3 = ? (Co 2).

9. El papá de Julio tenía en la vaquería 5 vacas; después le trajeron otras más. Ahora tiene en total 15 vacas. ¿Cuántas vacas se trajeron? Rta. 15 – 5 = ? (Co 3).

10. Si Adolfo se comió todos los plátanos que habían en la frutera de su casa ¿Le sobraron algunas frutas? ¿Por qué? Rta. Depende si el frutero tenía solamente plátanos o no.

11. Nueve perritos parió Luna
la hermosa perra de Luis.
Son blancos, negros y grises,
Y con pecas en la nariz.
Algunos de ellos regaló
a amigos que viven por allí.
Ahora le quedan solo tres.
¿Cuántos perritos regaló Luis? Rta. 9 – 3 = ? (Co 4)

12. Para el cumpleaños de Raúl su mamá compró 50 globos azules y 30 rojos. ¿Cuántos
globos rojos compró menos que azules? Rta. 50 – 30 = ? (CA 2)

13. En un ómnibus viajan 70 hombres; además viajan 8 mujeres más que los hombres. ¿Cuántas mujeres van en ese ómnibus? Rta. 70 + 8 = ? (CA 3).

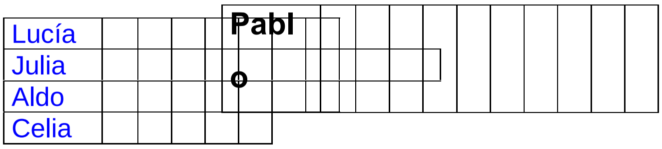
14. Manolo sembró 30 posturas de tomate y Pepe sembró 20 posturas. ¿Cuántas posturas sembró Manolo más que Pepe? Rta. 30 – 20 = ? (CA 1)

15. Escribe todos los números que puedas formar que tengan el 1, 2 ó 3 en las decenas y
en las unidades siempre aparezca el 5. Rta. 15; 25 ó 35.

16. Escucha atentamente la conversación entre estas dos personas:
Luis: **"Mi peso es de 70 libras"**
Pilar: **"Pues yo peso solamente 50 libras".**
Luis: **"Entonces yo peso 20 libras más que tú"**
Pilar: **"Ah, yo peso 20 libras menos que tú"**
¿Cuál de las dos últimas expresiones es verdadera?

17. ¿Cuál es el precio de 4 sellos de 10 centavos cada uno? Rta. 4.10 = ? (GI)

18. Presentar el siguiente gráfico en una lámina o dibujado en la pizarra:



Descubre la edad de cada niño, sabiendo que cada cuadradito representa un año.

a) ¿Cuál es el niño de mayor edad?
b) ¿Cuál es el niño de menor edad?
c) ¿Cuál es la diferencia de edades entre estos dos niños? (CA 1,2)
d) ¿Qué niños tienen la misma edad?
e) ¿Cuántos años tiene Celia menos que Julia? (CA 2)

19. Carlos, Ernesto y Ramón tienen cada uno 10 chinatas. ¿Cuántas chinatas tienen entre los tres? Rta. 3.10 = ? (R 1)

20. La mamá de Nancy tiene tres hijas. Ella le puso por nombre a la primera Perla y a la segunda Norma. ¿Cuál es el nombre de la tercera? Rta. ¡Por supuesto, Nancy!

21. Doce peces nadan en la pecera
¡Paf! Saltan dos para afuera.
¿Cuántos peces quedaron dentro
en la cristalina pecera? Rta. 12 – 2 = ? (Co 2).

22. Beatriz y su papá fueron de paseo a un parque. Escucha el siguiente diálogo entre ambos para que puedas contestar las preguntas que se te hará al final de la conversación:
Beatriz: “Hay seis guaguas pequeñas y todas son iguales”.
Papá: “Observa bien, me parece que todas no son iguales”
Beatriz: “Verdad Papi, hay 4 guaguas amarillas y las otras son anaranjadas”
¿Podrías tú decirme cuántas guaguas anaranjadas hay parqueadas?
Rta. 6 – 4 = ? (Cb 2)

23. Dalia trajo siete rosas de su casa de distintos colores. Le puso algunas al busto de Martí y le regaló dos a su maestra. ¿Cuántas rosas le puso a Martí?
Rta. 7 – 2 = ? (Co 4)

24. A Daniel y a Eduardo le regalaron 18 caramelos. Si a Daniel le dieron 6 caramelos. ¿Cuántos le entregaron a Eduardo? Rta. 18 – 6 = ? (Cb 2)

25. Los abuelos de Mariano estaban jugando dominó con dos vecinos del edificio. La última partida la ganaron ellos, pues el abuelo le quedó una sola ficha con la suma de 8 puntos mientras que la abuela se "pegó" con una ficha que tenía en total 7 puntos ¿Podrías tú decirme cuáles fueron las posibles fichas que tenían cada uno de estos alegres abuelos? Rta. El abuelo cualquier combinación de dos sumandos cuya suma sea ocho mientras que la abuela cualquiera que sume siete.

26. (Se les presentará a los alumnos una hoja de trabajo en forma individual que contendrá tres cuadrados de diferentes colores donde cada uno de sus lados midan 1 cm 3 cm y 5 cm respectivamente y se les pedirá): Mide los lados de cada cuadrado. ¿Cuánto medirán en total todos los lados de cada cuadrado? (R 1)

27. En un búcaro había 10 flores. De ellas 3 eran blancas. ¿Cuántas eran de otros colores? Rta. 10 – 3 = ? (Cb 2).

28. En el campo pastan 9 caballos y 7 vacas. ¿Cuál es la diferencia entre los caballos y las vacas que pastan en el campo? Rta. 9 – 7 = ? (CA 1,2)

29. Una biblioteca tiene 5 salas de lectura. Cada sala tiene 6 mesas. ¿Cuántas mesas hay en la biblioteca? Rta. 5.6 = ? (GI 1)

30. Si cuentas de dos en dos dices el número del portal de mi casa, sabiendo que es un número comprendido entre 16 y 20. Rta. 18

31. Juan Canino tocaba tres instrumentos:
las maracas, la guitarra y las claves.
Con Mino aprendió otros instrumentos.
Ahora Canino sabe tocar nueve
¿Cuántos instrumentos aprendió
Juan Canino a tocar con Mino? Rta. 9 – 3 = ? (Co 3)

32. Iván recogió en la arboleda 18 mangos mientras que Alexis recolectó 7. ¿Cuántos mangos más recogió Iván que Alexis? Rta. 18 – 7 = ? (CA 1)

33. Carlos confeccionó 6 banderitas para las clases de Educación Física y Eliecer elaboró 2 banderitas menos que Carlos. ¿Cuántas banderitas confeccionó Eliecer?
Rta. 6 – 2 = ? (CA 4).

34. En la charca croaban alegremente 5 ranas. Luego se fueron saltando 3. ¿Cuántas ranas croan ahora? Rta. 5 – 3 = ? (Co 2)

35. En un aula de primer grado van a representar una obra de teatro. En la misma deben actuar una pareja de niños. Tienen interés en participar los niños Ricardo y Rolando y las niñas Silvia y Sonia. Con estos niños se pueden formar cuatro parejas distintas ¿Podrías tú ayudarnos a formar estas parejas?

36. Andrés lanza la pelota a una distancia de 20 m. Luis la lanza a una distancia de 10 m más. ¿A qué distancia lanza Luis la pelota? Rta. 20 + 10 = ? (CA 3).

37. Eva salió temprano para la escuela. Ella llevaba 10 lápices de colores en su mochila. Al llegar a su aula se dio cuenta que solamente tenía 7 lápices. ¿Cuántos lápices perdió por el camino Eva? Rta. 10 – 7 = ? (Co 4).

38. En los nidos de algunas gallinas de la casa de Enmanuel aparecieron 15 huevos por la mañana. Por la tarde se contaron 19 huevos en esos nidos. ¿Cuántos huevos pusieron las gallinas ese día? Rta. 19 – 15 = ? (Co 3).

39. Ernesto y Luis son hermanos. Entre ambos tienen 19 naranjas. Ernesto tiene 7. ¿Cuántas naranjas tiene Luis? Rta. 19 – 7 = ? (Cb 2).

40. Escucha con atención la historia que te voy a contar para que después puedas contestar algunas preguntas acerca de ellas:
María es peluquera y Ana es costurera.
Con su trabajo María mantiene a sus tres hijos. El mayor tiene 10 años y le ayuda en los mandados de la casa
Ana también es madre. Ella tiene dos hijas adultas que tienen cada una su empleo.
a) ¿Cuántas personas son mencionadas en esta historia?
b) ¿Cuál es la profesión de María y cuál es la de Ana?
c) ¿Cuál de las dos tienen hijos estudiando en la primaria?
d) ¿Por qué las hijas de Ana no ayudan a su madre en los mandados del hogar como lo hace el hijo mayor de María?

41. Inés tiene 11 años y su hermana Eva tiene 6. ¿Cuántos años menos tiene Eva que Inés? Rta. 11 – 6 = ? (Co 2)

42. En un área deportiva hay practicando deportes 14 niñas y 8 niños. ¿Cuántas niñas más que niños practican deportes? Rta. 14 – 8 = ? (CA 1).

43. David tiene 13 libros de cuentos y Cristina tiene 4 menos que David. ¿Cuántos libros de cuentos tiene Cristina? Rta. 13 – 4 = ? (CA 4).

44. Cada pastel cuesta 10 pesos. ¿Cuánto cuestan 4 pasteles? Rta. 4.10 = ? (GI 1)

45. Octavio y Ana María tienen la misma cantidad de dinero. Octavio gastó seis pesos y Ana María siete. ¿Cuál de los dos tiene más dinero ahora? Rta. Octavio

46. Melchor perdió tres chinatas ayer y dos chinatas hoy. ¿Cuántas chinatas él perdió en estos dos días? Rta. 3 + 2 = ? (Cb 1)

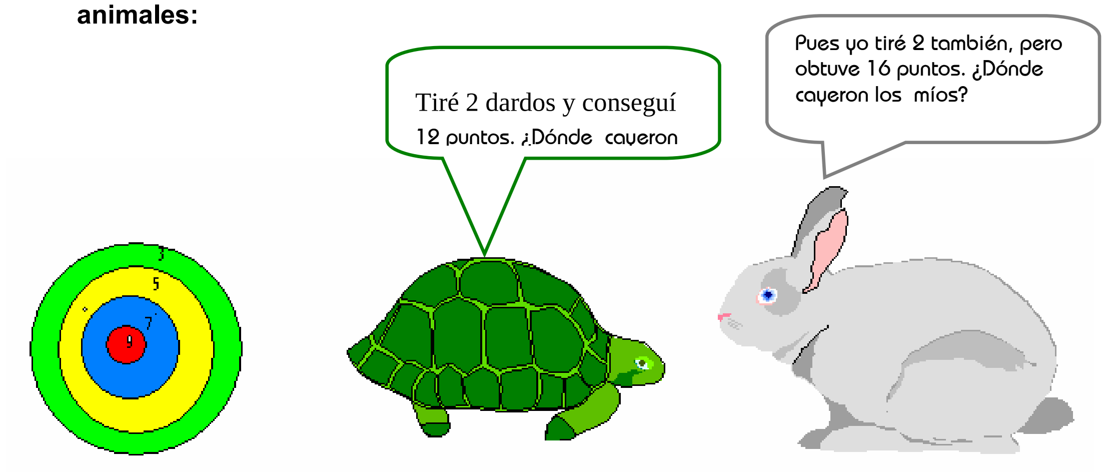
47. Rebeca se comió 4 galleticas en la mañana y 3 galleticas en la tarde. ¿Cuántas galleticas se comió por la noche? Rta. Falta información.

48. Sixto se encontró tres lápices y compró tres lápices. ¿Cuántos lápices tiene Sixto?
Rta. 3 + 3 = ?

49. Victoria perdió 10 centavos ayer y se encontró 5 centavos hoy. ¿Cuántos centavos le siguen faltando? Rta. 10 – 5 = ? (Co 2)

50. Treinta carros entraron por la puerta mientras que veinte carros salieron por la puerta.
¿Cuántos carros pasaron por la entrada? Rta. 30 + 20 = ?

51. Observa el siguiente dibujo y contesta las preguntas que te hacen esos animales:



ORIENTACIONES DIDÁCTICAS PARA EL SEGUNDO GRADO:

OBSERVACIONES PRELIMINARES:

3. **En este material NO se ilustra, en particular, cómo** asegurar las condiciones previas **en las clases, porque no lo consideramos necesario, ni oportuno, ya que en el documento introductorio se ofrecen indicaciones generales para que el docente las aplique. Él debe concebir esta sub-etapa de la clase acorde a los problemas que va a utilizar y a las propias características de los estudiantes de su grupo.**

4. **En cuanto a la última acción de regulación y autorregulación relacionada con el** empleo de materiales, modelos, esquemas, etc. **resulta necesario hacer algunas precisiones para que el docente las tenga en cuenta en su trabajo en el aula. En términos generales, recomendamos que cada vez que se introduzca una** nueva estructura semántica **se siga la secuencia didáctica que a continuación exponemos, donde se aprecia una graduación progresiva del nivel de abstracción, que se corresponde con el desarrollo del pensamiento del escolar primario de este ciclo:**

   f) **Primeramente deben emplearse** materiales concretos **que se correspondan con la propia situación que plantea el problema y de ser posible se** escenifique **la misma (en especial aquellos que sean dinámicos).**

   g) **En segundo lugar, deben utilizarse** modelos pictográficos **que se ajusten a las características de los objetos que se describen en el problema. Este tipo de modelo solo es recomendable cuando se trabaje con** números pequeños.

   h) **En tercer lugar, para ir elevando gradualmente el nivel de abstracción de los niños, se pueden sustituir los modelos anteriores por** modelos rectangulares o diagramas de Venn, **pero ahora colocando en ellos figuras geométricas como círculos, triángulos, cuadrados, rectángulos, etc. en sustitución del objeto original.**

   i) **Por último, el uso de** modelos rectangulares o de segmentos **es aconsejable para el último nivel de abstracción del escolar y para cuando los datos del problema se refieran a** números grandes. **En esta oportunidad solamente se colocaran los valores numéricos de cada uno de los elementos que integran el modelo.**

j) **En algunos casos deberá emplearse otros modelos:** tabulares, conjuntistas o ramificados**, donde se pueden combinar lo pictográfico con lo abstracto.**

IMPORTANTE:

- **De acuerdo a las** características **del problema y de su** estructura semántica **se pueden utilizar** distintos modelos **pictográficos, rectangulares o de segmentos (lineales), tabulares, conjuntistas o ramificados, que nosotros ilustraremos oportunamente para que sirva de guía en la labor docente.**

- **Para que sirva de patrón, cada vez que ejemplifiquemos cada una de las distintas estructuras semánticas, ilustraremos lo planteado en los incisos b, c ó d. (El inciso a) no es necesario dar indicaciones adicionales para que el docente los aplique). Esto no quiere decir que sea preciso emplear en el aula estos modelos, sino que se utilizará solamente a aquel que se requiera (o ninguno) de acuerdo con las características: del problema, de los estudiantes, del momento del curso en que se propone, etc. En este grado como se trabaja mayormente con números grandes (mayores que 20) resulta incómodo la manipulación material, por lo que en los ejemplos que se ofrecen se prescinde de lo pictográfico y de las figuras geométricas; en su lugar se plantean los modelos rectangulares y con segmentos, pero utilizando los números. No obstante, de acuerdo a las necesidades de comprensión del colectivo estudiantil, es maestro decidirá recurrir a materiales, modelos pictográficos, etc. que puedan orientarlos mejor. Para ello puede consultar el material de primer grado.**

- **También se darán algunas sugerencias para** reformular **el problema (en los casos que lo requiera) con dos intenciones:**
  - **para que ayude a la** mejor comprensión **de su texto y**
  - **para que le sirva de** patrón o guía **para su utilización en el futuro.**

- **Finalmente, debemos aclarar que en la práctica cotidiana del aula, el escolar debe ejecutar las** acciones de regulación y autorregulación**, bajo la dirección del maestro con los** impulsos **(cuando sea preciso), en el mismo orden como allí aparecen, aunque como se ha dicho se pueden omitir algunas. No obstante, en este material didáctico, cuando se ejemplifique cada una de las estructuras semánticas para que se introduzcan en el aula** por primera vez, **se harán algunas acciones de forma paralela para que contribuya a una mejor orientación del proceso que se desea ilustrar, por lo que se considera se puede alcanzar una exitosa comprensión del texto del problema.**

En este documento se indica en qué contenido matemático se sugiere introducir las nuevas estructuras semánticas de los problemas de las cuatro operaciones con números naturales y, al mismo tiempo, se recomienda también donde darle ejercitación a las estructuras estudiadas por los escolares en el primer grado. Esto último se ha realizado teniendo en cuenta en qué momento del curso aparecen estos ejercicios en el LT y CT que permita una sistematización de todas las estructuras aditivas y sustractivas que en ese grado se culminan. De todas maneras, se sugiere al docente aprovechar todas las posibilidades que se le presenten para ejercitar la mayor cantidad posible de estructuras en cualquier momento del curso.

En el epígrafe 1.1 **puede ejercitarse las estructuras** CAMBIO 1 **(Co 1) como el ejercicio No. 10 pág. 10 de las OM y los de** COMPARACIÓN ADITIVA 3 **(CA 3) como el ejercicio No. 8 pág. 8 del CT. Además de otros que se pueden tomar del LT y del anexo. Se recomienda que desde el comienzo del curso la mayoría de los alumnos se desprendan de la utilización de estrategias materiales, empleen modelos y progresivamente utilicen estrategias verbales o de conteo y las mentales. En la medida que se necesiten, se sugiere el empleo de modelos pictográficos o lineales.**

En el epígrafe 1.2 **se deben ejercitar las estructuras** CAMBIO 3 **(Co 3) como los problemas No. 1 pág. 19 LT; No. 4 p. 20 LT; No.2 p.23 LT; No. 2p. 24 LT; No. 2y 3 p. 27 LT o el que aparece en la pág. 20 de las OM y los de** COMPARACIÓN ADITIVA 1 **(CA 1) como el No. 5 p. 26 LT.**

En este mismo epígrafe deben introducirse las siguientes estructuras:

♦ CAMBIO 5 **(Co 5). Para ello se puede utilizar el ejercicio No. 1 p. 17 CT y ser motivado mediante una conversación sobre la importancia de practicar deportes. Averiguando los estudiantes que les gusta montar bicicleta y cual les gustaría cuando sean mayores practicar el ciclismo como deporte. Este es el momento oportuno para presentar el siguiente problema:**

En una competencia los ciclistas deben recorrer 88 km. Uno de ellos abandona la carrera a 7 km de la meta

Como se puede apreciar, en esta oportunidad no resulta práctico modelar esta situación de forma pictográfica, ni empleando modelos con figuras geométricas por lo **grande** que son los números para representarlos.

Es por ello, se les puede invitar a representar esta situación en un esquema **(modelación lineal con segmentos)** donde se reflejen los datos que el problema ofrece y se situarán los mismos en el orden en que sucedieron los hechos en el tiempo; para ello resulta útil **reformular** el problema teniendo en cuenta este aspecto:

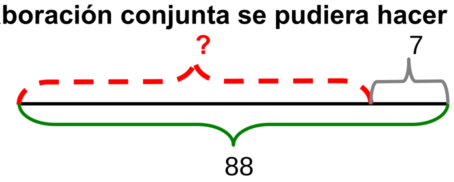
En una competencia un ciclista al inicio recorrió cierta cantidad de km; faltando 7 km. para llegar a la meta abandonó la carrera. Él debió de haber recorrido 88 km. ¿Cuántos km. recorrió al principio?

1ero. Se señalará una parte que representa lo recorrido por el ciclista que abandonó la carrera (desconocido) **se indica por el signo** ?

2da. Se representará la otra parte que indica los km. que le faltaban par culminar la carrera: 7 km (conocido)

3ero. Se dibujará el todo **que es la unión de las dos partes anteriores que también es** conocida: 88 km

Mediante elaboración conjunta se pudiera hacer el siguiente modelo:



Lo anterior permite apreciar con claridad el significado **de la** sustracción **que aquí se aplica:**

S_1: Dado el todo y una parte. Hallar la otra parte.

Una vez resuelto, debe comprobarse el mismo. A los alumnos aventajados **se les puede proponer el ejerc. No. 3 p. 24 LT.**

Si la mayoría de los alumnos no comprenden esta situación o para apoyar el trabajo de los alumnos menos aventajados, recomendamos proponer el siguiente problema y después el anterior, es decir cambiar el orden de ambos problemas):

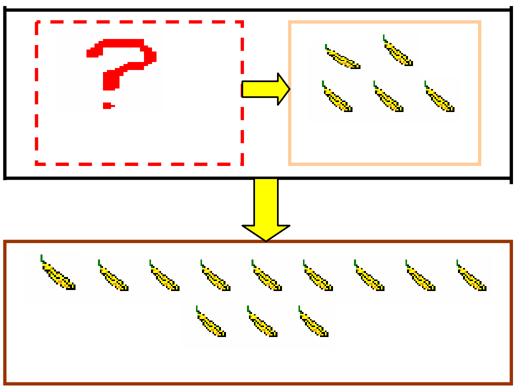
Mi tío me regaló 5 platanitos. Ahora tengo 12. ¿Cuántos platanitos tenía antes de ver a mi tío?

Para facilitar la comprensión se puede invitar a los niños a reformular este problema, ordenando cronológicamente la información ofrecida en su texto. Una de ellas pudiera ser:

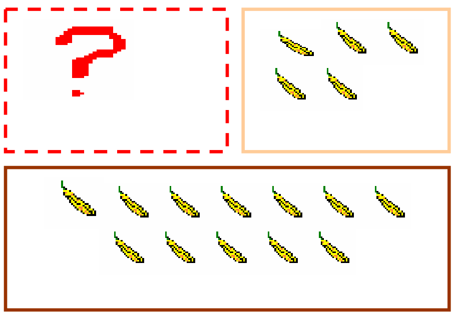
Al inicio tenía algunos platanitos. Más tarde viene mi tío y me da 5 platanitos. Ahora tengo 12. ¿Cuántos platanitos tenía antes de ver a mi tío?

Las siguientes modelaciones permitirán un gradual ascenso en el proceso de abstracción del escolar. Por ser el primer problema que se plantea de esta estructura se sugiere que se siga todo este proceso:

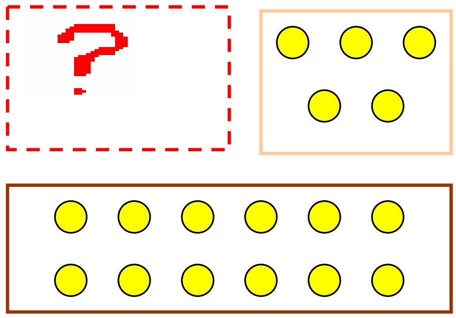
Modelación pictográfica:



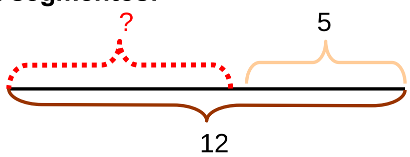
Al igual que hicimos en primer grado, este modelo se puede simplificar, una vez que se hayan comprendido el sentido que tienen las flechas, de la siguiente forma:



Modelación rectangular con figuras geométricas:



Modelación con segmentos:



Estas modelaciones permitirán poder precisar los elementos estructurales del problema. En este caso serían:

Datos: **la cantidad de platanitos que me dio mi tío: 5** (una parte)
la cantidad de platanitos que tengo ahora: 12 (el todo)

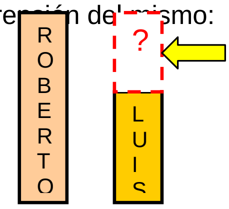
Exigencia: **la cantidad de platanitos que tenía antes que viniera mi tío:** ? (la otra parte)

De nuevo aquí se aprecia el significado de la sustracción que se aplica: S_{1}.

♦IGUALACIÓN 1 **(Ig 1). Se pudiera introducir a partir de una breve conversación sobre la importancia de la recogida de materias primas para la economía del país y desde el punto de vista ecológico. Ahora se les puede proponer:**

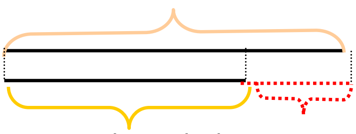
Roberto recogió 60 pomos, mientras que Luis consiguió 40, para entregar como materia prima al CDR. ¿Cuántos pomos tendrá que obtener Luis para recoger la misma cantidad de pomos que Roberto? (Ig 1)

Si se utiliza el siguiente **modelo rectangular**, entonces se podrá contribuir a la mejor comprensión del mismo:



60 **40**

También se puede representar mediante la **modelación con segmentos**:



Roberto (60)

Luis (40) ?

Estos dos modelos, con las peculiaridades de cada uno, contribuirán conjuntamente con los impulsos que el docente pudiera dar y que se plasman seguidamente, a precisar el significado de la sustracción que sirve de fundamento matemático a esta estructura:

S_2: Dadas dos partes. Hallar el exceso de una sobre la otra.

Aquí se pudiera proceder así:

Reconocer lo dado:

- lo que recogió Roberto (60) y lo que recogió Luis (40). **(las dos partes)**

Identificar lo buscado:

- lo que le **falta** por recoger a Luis para tener la misma cantidad que Roberto **(lo que una parte –la menor- tiene menos que la otra –la mayor).**

La siguiente reformulación permitirá buscar un acercamiento lingüístico de esta estructura con el propio léxico del niño:

Roberto recogió 60 pomos, mientras que Luis consiguió 40, para entregar como materia prima al CDR. ¿Cuántos pomos le faltan a Luis para recoger la misma cantidad que Roberto? (Ig 1)

NOTA:

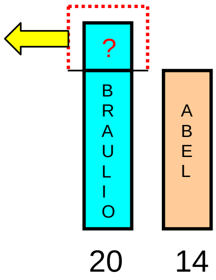
En los problemas de la estructura de igualación, similar a los problemas de comparación, se permite calcular con cantidades de distintas "magnitudes", como lo ilustra el siguiente problema:

En un rodeo existen 20 caballos y 25 jinetes. ¿Cuántos caballos faltan para que cada caballo tenga su jinete?

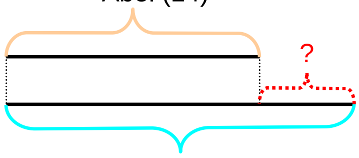
- **IGUALACIÓN 2** (Ig 2): En esta ocasión se pudiera propiciar la una conversación sobre una fiesta que se haya celebrado en el grupo lo que serviría de pretexto para plantear el siguiente problema:

En la última fiesta efectuada en el aula Braulio logró coger 20 caramelos en la piñata colectiva y su amigo Abel solo alcanzó 14 caramelos. ¿Cuántos caramelos

Modelación con rectángulos:



Modelación con segmentos



El docente puede dar los siguientes impulsos que ayuden a completar la comprensión que ofrecen los modelos anteriores:

¿Qué es lo que conocemos en este problema?
- **los caramelos que tiene Braulio: 20** (una parte)
- **los caramelos que tiene Abel: 14** (la otra parte)

¿Qué es lo que no se conoce y se debe averiguar?
- los caramelos que le **sobran** a Braulio para tener la misma cantidad que Abel: **? (lo que una parte –la mayor- tiene más que la otra –la menor).**

Este trabajo permite **reformular** este problema en un lenguaje más familiar:

> En una fiesta Braulio logró coger 20 caramelos, mientras que Abel solo cogió 14. ¿Cuántos caramelos le sobran a Braulio para tener la misma cantidad que Abel?

A partir de estos dos ejemplos y de otros que el maestro puede elaborar o tomar del anexo de problemas, mediante un trabajo colectivo de análisis con el grupo, se puede arribar a una generalización, que permita reformular el significado en que se basan estas dos estructuras, pero adecuando al léxico de este tipo de niño. Este pudiera quedar así:

S_2: Dadas dos partes. Hallar lo que le falta (sobra) a una para ser igual a la otra.

NOTA:

Como dijimos en la estructura Ig 1, en los problemas de igualación es posible calcular con cantidades de distintas "magnitudes", como lo ilustra el siguiente problema:

> En un rodeo existen 20 caballos y 25 jinetes. ¿Cuántos jinetes sobran para que cada jinete tenga su caballo?

Resumiendo, precisamos que en el epígrafe 1.2 se deben ejercitar las estructuras Co 3, CA 1 e introducir por primera vez: Co 5, Ig 1 e Ig 2.

En el epígrafe 1.3 **debe priorizarse la ejercitación de las estructuras Cb 1. En el libro hay múltiples problemas de este tipo; entre ellos resultan significativos No. 5 p.35 LT y No. 3 p.39 LT mientras que de Cb 2 se tiene el No. 4 p. 35 LT y No. 3p.31 OM y los de Co 4 como los ejerc. No. 1 y 4 p. 49 del LT. Además en este propio epígrafe se deben introducir las siguientes estructuras:**

- CAMBIO 6 **(Co 6) Para ello se pudiera utilizar el siguiente problema:**

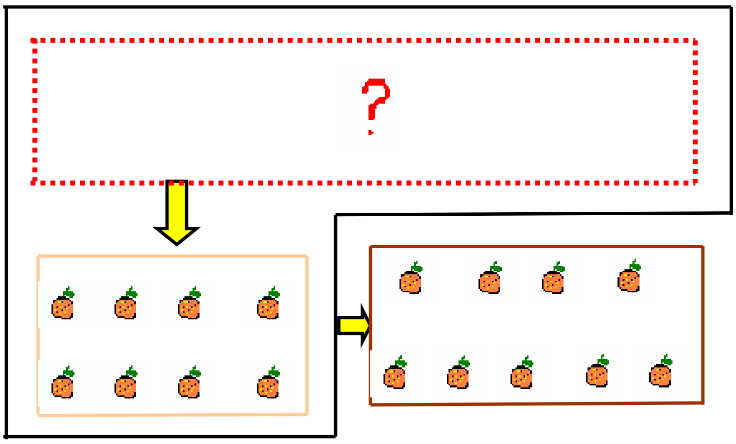
> **Ramiro tenía cierta cantidad de naranjas en su casa. Le llevó 8 a su abuelita. Ahora le quedan en su casa 9**

Aunque es esta oportunidad, la redacción del problema se ajusta al ordenamiento cronológico del tiempo, se pudiera **reformular** colectivamente con los escolares, agregando algunas expresiones adverbiales que puntualicen los tres momentos significativos de este tipo de estructura. Una de estas alternativas pudiera ser:

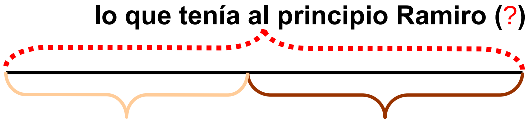
Ramiro tenía, al principio, cierta cantidad de

Se recomienda que el docente utilice los distintos tipos de modelos ofrecidos en el caso de Co 5, acorde con las necesidades intelectuales de sus alumnos; por supuesto, adaptándolos a esta nueva situación. Solamente vamos a ilustrar el primero y el último de ellos. El docente puede elaborar los otros dos. Este trabajo lo puede ejecutar de forma paralela con los impulsos usuales en estos casos, que se introduce por vez primera alguna nueva estructura semántica.

Modelación pictográfica:



Modelación con segmentos:



A partir de lo anterior se podrá precisar lo conocido y lo desconocido;

1ero. La cantidad de naranjas que Ramiro tenía al inicio en su casa (desconocido) **que se simboliza por** ? **y que representa** el todo.
2do. La cantidad de naranjas que le llevó a la abuelita: 8 (conocido) una parte.

3ero. La cantidad de naranjas que le quedaban en su casa después de llevarle algunas a su abuelita: 9 (conocido) la otra parte **.**

Lo anterior permite apreciar perfectamente la operación aritmética que debe realizarse para resolver el problema, a partir de la comprensión de que lo que se busca **es** igual **a lo que** llevó **más lo que** le quedó **(que son las relaciones no explícitas entre los datos del problema), que se fundamenta en el siguiente significado:**

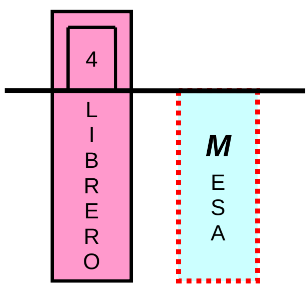
A_1: Dadas las partes. Hallar el todo

Para ejercitar esta estructura deben elaborarse problemas o buscarlos en el anexo ya que en los documentos instruccionales: LT, CT y OM no aparecen.

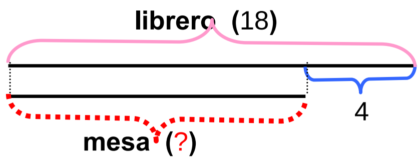
♦ **COMPARACIÓN ADITIVA 5** (CA 5) Se puede introducir mediante el siguiente problema:

En el librero hay 18 libros. En él hay 4 libros más que los que hay encima de la mesa. ¿Cuántos libros hay

En esta oportunidad dibujar un modelo rectangular **favorece considerablemente a la comprensión de esta nueva situación:**



El siguiente **modelo con segmentos** complementa el modelo anterior:



Sugerimos el empleo de los siguientes **impulsos** por parte del docente de manera que se pueda descubrir el correspondiente **significado**, que se puede apoyar en los modelos anteriores. Veamos:

¿Qué conocemos?
- **la cantidad de libros que hay en el libreto:** 18 **(**la parte mayor)
- **la cantidad de libros que hay en el librero más que en la mesa:** 4 **(**lo que tiene de más esta parte respecto a la desconocida).

¿Qué se desconoce?
- **la cantidad de libros que hay sobre la mesa (**?**) (**la parte menor desconocida**)**

De lo anterior se infiere que el **significado** de la **sustracción** que se aplica en este caso es:

S_3: Dada una parte y su exceso sobre la otra. Hallar la otra parte.

¿Cómo se pudiera redactar este significado para que sea asequible a estos niños?

S_3: Dada una parte y lo que ella tiene de más respecto a otra. Hallar la otra parte (menor).

Se debe aprovechar la experiencia que tienen estos alumnos del grado anterior, para identificarse con la equivalencia de las siguientes expresiones:

“A” es mayor que “B” **“B” es menor que “A”**

La misma será aprovechada para reformular **esta estructura en otra ya conocida CA 4, que les resultará más sencilla y familiar:**

El librero tiene 18 libros. Encima de la mesa hay 4 libros menos que los que tiene el librero. ¿Cuántos libros hay sobre la mesa? (CA 4)

Como señalamos en el documento de primer grado, los problemas de COMPARACIÓN permiten sumar o restar cantidades no homogéneas (de distintas “magnitudes”) como lo ilustra el siguiente problema:

En un club de computación hay 15 computadoras. Esa cantidad representa 3 elementos más que la cantidad de niños que llegaron para practicar. ¿Cuántos niños llegaron?

El mismo se puede **reformular** de una forma un tanto más familiar para los niños:

En un club de computación hay 15 computadoras. Llegaron algunos niños para practicar y cada uno de ellos ocuparon uno de esos equipòs. Tres computadoras se quedaron desocupadas. ¿Cuántos niños llegaron?

♦ COMPARACIÓN ADITIVA 6 **(CA 6): La introducción al siguiente problema puede realizarse a partir de una conversación con los escolares sobre las distintas actividades que realizan en su tiempo libre, tanto en la escuela, en su casa o en la comunidad. Esto permite de forma natural plantear el siguiente problema:**

Hay 15 niños de 2do. grado leyendo en la biblioteca de la escuela. Dice Julián que en la biblioteca se encuentran 3 alumnos menos que los que están en el campo deportivo practicando deportes. ¿Cuántos niños hay en el campo deportivo?

Si determinamos lo conocido y lo desconocido en este problema y lo acompañamos con la modelación con rectángulos y con segmentos, el alumno podrá comprender el problema con mayor facilidad:

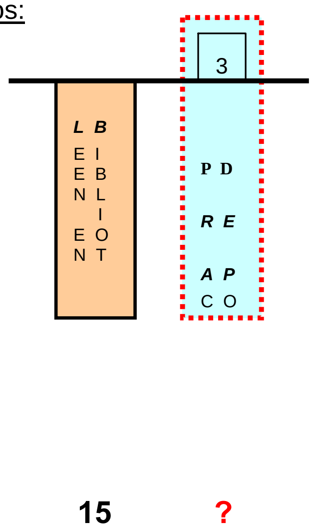
¿Qué es lo conocido?

- la cantidad de niños que hay leyendo en la biblioteca: **15** (**la parte menor**).
- la cantidad de alumnos que hay en la biblioteca menos que en el campo deportivo: **3** (**lo que tiene de menos esta parte respecto a la desconocida).**

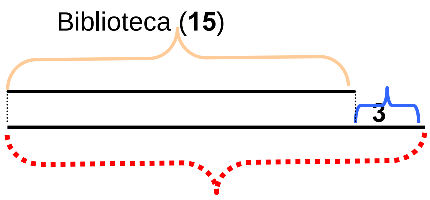
¿Qué es lo desconocido?

- la cantidad de niños que están en el campo deportivo (**?**) (**la parte mayor desconocida).**

<u>Modelación con rectángulos:</u>



<u>Modelación con segmentos:</u>



campo deportivo (?)

A partir de lo anterior, los escolares podrán percatarse que el **significado** práctico que se aplica en esta oportunidad se corresponde con la **adición** de números naturales. Consiste en:

A_2 : Dada una parte y el exceso de otra sobre ella. Hallar la otra parte.

Este significado se particulariza en este caso y se puede enunciar en un lenguaje asequible para estos escolares, así:

A_2: Dada una parte y lo que ella tiene de menos respecto a otra. Hallar la otra parte (mayor).

Utilizando la equivalencia de las expresiones planteada en la estructura anterior, se puede reformular este problema en otro mucho más comprensible: CA 3

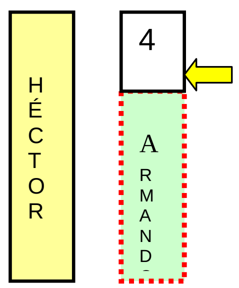
Hay 15 niños de 2do. grado leyendo en la biblioteca. En el campo deportivo están practicando deportes 3 alumnos más que los que están en la biblioteca. ¿Cuántos niños hay en el campo deportivo? (CA 3)

- **IGUALACIÓN 3** (Ig 3): A modo de introducción se pudiera conversar con los niños sobre sus juegos preferidos. Entre ellos seguramente habrá alguno que le guste jugar con las chinatas. Se les informará que en otros países latinoamericanos y en España se les llama canicas. Ahora se les puede proponer el siguiente problema:

Héctor tiene 12 chinatas. Si Armando gana 4 chinatas él tendrá la misma cantidad de chinatas que Héctor.

De manera análoga a como se hizo en los casos anteriores, vamos a comenzar reflejando esta información en modelos rectangulares y con segmentos y paralelamente se precisará lo conocido y lo desconocido que los llevará a descubrir el significado a utilizar:

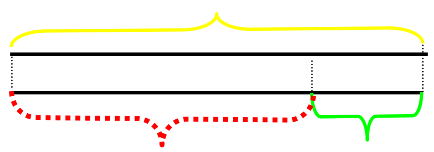
<u>Modelación rectangular</u>



12

<u>Modelación con segmentos:</u>

Héctor (**12**)



Armando (?) **4**

¿Qué es lo que conocemos en este problema?

- la cantidad de chinatas que tiene Héctor: **12** (**la parte mayor).**
- La cantidad de chinatas que le faltan a Armando para tener la misma cantidad que Héctor: **4** (**lo que le falta a la parte menor para ser igual a la parte mayor)**

¿Qué es lo que se desconoce?

- la cantidad de chinatas de Armando (**?**) (**la parte menor**).

Como se puede apreciar esta estructura se fundamenta en el siguiente significado práctico de la sustracción:

S_3: Dada una parte y su exceso sobre la otra. Hallar la otra parte.

Para los niños de este grado debe adecuarse lo anterior al propio lenguaje del escolar. Esto pudiera realizarse así particularizándolo a esta situación:

S_3: Dada una parte y lo que le falta a otra para ser igual a ella. Hallar la otra parte (menor).

En la acción relativa a la **reformulación** del texto del problema, se recomienda que se re-elabore colectivamente, pudiendo quedar redactado así:

Héctor tiene 12 chinatas. A Armando le faltan 4

Como hemos expresado con anterioridad en los problemas de igualación se permite calcular con cantidades de distintas "magnitudes". Este ejemplo lo justifica para este caso:

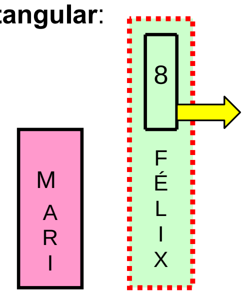
En un rodeo existen 20 caballos. Faltan 5 jinetes para que cada caballo tenga su jinete. ¿Cuántos jinetes hay?

♦ **IGUALACIÓN 4** (Ig 4): Se puede introducir mediante una conversación con los escolares sobre los animales domésticos que hay en sus casas o en la de sus vecinos. Ahora se les puede decir que a continuación van a escuchar una conversación entre dos niños que les gusta cuidar palomas (esto se pudiera escenificar en el aula):

Mario: “Yo tengo en mi casa 12 palomas”.
Félix: “Si yo pierdo 8 palomas tendré la misma cantidad de palomas que tú”.
(Ambas afirmaciones son ciertas, pero puedes ayudar a descubrir cual de los dos tienen la razón cuando expresan lo siguiente):
Mario: “Entonces tú tienes 18 palomas”.

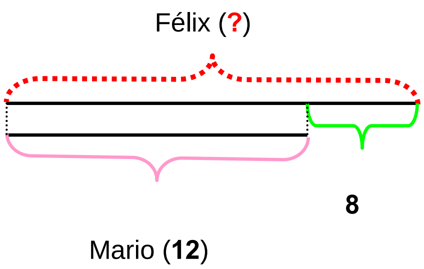
Félix: “Estás equivocado yo tengo 20 palomas”

Hagamos la **modelación rectangular**:



12 **?**

Veamos como se puede **modelar con segmentos**:



Para llevarlo al estudiante se pudiera seguir un camino similar a los casos anteriores:

¿Qué se conoce?

- la cantidad de palomas de Mario:**12** (**la parte menor**) y
- lo que le sobra a Félix para tener la misma cantidad de palomas que Mario: **8** (**lo que le sobra a la parte mayor para ser igual a le menor)**

¿Qué se desconoce?

- la cantidad de palomas que tiene Félix (?) (**la parte mayor).**
-

Lo anterior debe permitir a los escolares arribar a la siguiente conclusión: a esta estructura semántica le corresponde el siguiente **significado** práctico de la **adición**:

A_2: Dada una parte y el exceso de otra sobre ella. Hallar la otra parte.

Por supuesto, debe reformularse de otra forma más familiar para este tipo de niños. El trabajo realizado con anterioridad puede contribuir a ello. Pudiera ser así:

A_2: Dada una parte y lo que le sobra a otra para ser igual a ella. Hallar la otra parte (mayor).

Mediante elaboración conjunta se puede reformular así:

Mario: "Yo tengo en mi casa 12 palomas".
Félix: "A mi me sobran 8 palomas para tener la

También se debe valorar otra posibilidad de **reformulación,** donde se cambie la redacción al estilo usual de este tipo de problemas y se ofrezca la información imprescindible:

Mario tiene 12 palomas. A Félix le sobran 8 palomas para tener la misma cantidad que Mario. ¿Cuántas palomas tiene Félix?

Recuerden que en esta estructura permite el cálculo con cantidades de distintas "magnitudes", como lo justifica el siguiente problema:

En un rodeo existen 20 caballos. Sobran 5 jinetes para que cada caballo tenga su jinete. ¿Cuántos jinetes hay?

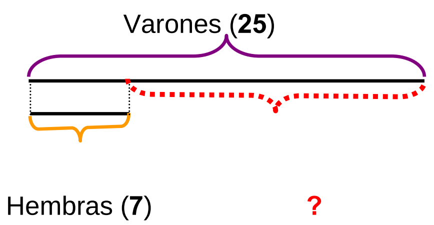
Resumiendo en el epígrafe 1.3 se debe introducir las estructuras: Ig 3, Ig 4, CA 5, CA 6 y ejercitar las Cb 1, Cb 2 y Ca 4.

Por otra parte, en el epígrafe 1.4 se deben ejercitar las estructuras CAMBIO 2 (Co 2) como los ejercicios No. 4 p.58 LT, No.5 p59 LT, No.5p 62LT, No.2p 63LT, No.5 p68LT, No.3 p.35CT o No.6p .49OM. COMPARACIÓN ADITIVA 4 (CA 4): No.3 p.66lt, No.1(inciso b) p.38CT, No.2(inciso a)p.38CT, No.1(inciso a)p.40CT, No.2(inciso a)p.40CT; por otra parte también debe ejercitarse el de

COMPARACIÓN ADITIVA 2 (CA 2) que en este caso deben elaborarse o tomarse del anexo de problemas porque en los documentos normativos vigentes no aparecen ningún problema con esta estructura. A modo de ejemplo se pudiera proponer el siguiente:

En el parque de la localidad están jugando 25 varones y 7 hembras. ¿Cuántas hembras menos que varones juegan? (CA 2)

A partir de los ejemplos planteados no resulta difícil para el maestro dirigir el proceso de comprensión de tal estructura después de haber elaborado en forma conjunta las anteriores. Como se puede observar esta estructura se fundamenta en el significado S_2 de la sustracción. La modelación que se pudiera efectuar pudiera ser así:



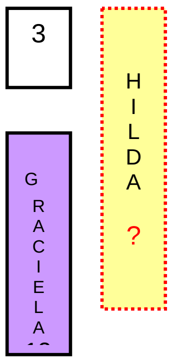
Debe aprovecharse la oportunidad para parafrasear la expresión con **más** y con **menos.**

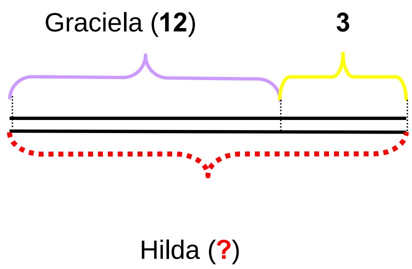
Este es el momento oportuno para introducir la estructura:

- **IGUALACIÓN 5** (Ig 5): A modo de introducción se pudiera conversar con los escolares sobre la importancia de la lectura para ampliar el conocimiento del mundo que nos rodea y por qué es bueno ir teniendo una pequeña biblioteca en nuestra casa. Esto nos permite de preámbulo para el siguiente problema:

Graciela tiene 12 libros de cuentos. Si su papá le compra 3 nuevos libros entonces ella tendrá la misma

Al igual que como se hizo en los problemas de igualación anteriores este se puede modelar mediante **rectángulos y segmentos** como sigue:





A partir de las modelaciones anteriores y de la determinación de lo conocido y lo desconocido, se podrá puntualizar el significado que responde a esta estructura y que permitirá resolverlo:

¿Qué es lo conocido?

- la cantidad de libros que tiene Graciela**: 12 (la parte menor)**
- la cantidad de libros que le faltan a Graciela para tener la misma cantidad que Hilda: **3 (lo que le falta a la parte menor para ser igual a la mayor)**

¿Qué es lo desconocido?

- la cantidad de libros que tiene Hilda: **? (la parte mayor)**

Se corresponde con el **significado** práctico de la **adición:**

A_2 : Dada una parte y el exceso de otra sobre ella. Hallar la otra parte.

El mismo se debe reformular en un lenguaje más cercano al escolar de segundo grado; una variante pudiera ser así:

A_2 : Dada una parte y lo que le falta a la misma para ser igual a otra mayor. Hallar la parte mayor.

También este problema se puede reformular utilizando un lenguaje más cercano a este tipo de niño. Esta reformulación pudiera quedar así:

.

Graciela tiene 12 libros de cuentos. A ella le faltan 3 libros para tener la misma cantidad que su amiga Hilda. ¿Cuántos libros de cuentos tiene Hilda?

Vamos aprovechar la ocasión para ratificar el hecho que en este tipo de estructura le es permitido el cálculo con cantidades de diferentes “magnitudes”. El siguiente ejemplo lo confirma

En un rodeo existen 20 caballos. Faltan 5 jinetes para que cada caballo tenga su jinete. ¿Cuántos jinetes hay?

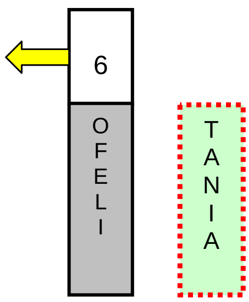
♦ **IGUALACIÓN 6** (Ig 6) Para ello se pudiera utilizar el siguiente problema:

Ofelia tiene 18 libros de aventuras en su pequeña biblioteca y ya los ha leído todos y le dice a su amiga Tania que va a entregar 6 libros a la biblioteca de la

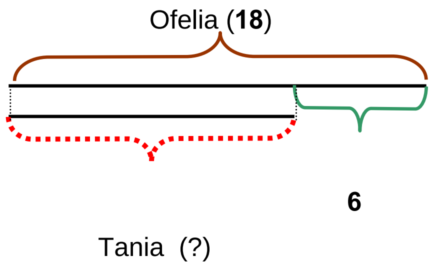
Es importante destacar, que aunque en el sistema de impulsos y acciones de regulación y autorregulación la destinada a la reformulación del problema es una de las últimas, esto no quiere decir que este orden es inviolable, sino que el mismo debe adecuarse a las condiciones tanto del problema como del resolutor. En esta ocasión se recomienda comenzar reformulando el problema para reducir la información, eliminando aquello que sea superfluo para resolverlo. Indiscutiblemente, esto contribuirá a entrenar al niño en su poder de síntesis. Esta nueva redacción pudiera ser la siguiente:

Ofelia tiene 18 libros de aventuras. A ella le sobran 6 libros para tener la misma cantidad que Tania. ¿Cuántos libros de aventuras tiene Tania?

La modelación a utilizar puede ser **con rectángulos y con segmentos**:



18



Esta estructura tiene el mismo **significado** práctico que la dada en la **Ig 3**. También se puede seguir las indicaciones dadas allí para adecuarlas al léxico del niño de segundo grado, que pudiera ser como sigue:

S_3: Dada una parte y lo que le sobra a ella para ser igual a otra. Hallar la otra parte (menor).

Finalmente, vamos aprovechar la ocasión de la introducción de esta última estructura de igualación para reiterar el argumento de que en este tipo de estructura le es posible calcular con cantidades de diferentes “magnitudes”. El siguiente ejemplo lo ilustra:

> En un rodeo existen 20 caballos. Sobran 5 caballos para que cada caballo tenga su jinete. ¿Cuántos jinetes hay?

En resumen, en el epígrafe 1.4 se deben hacer énfasis en la ejercitación de las estructuras Co 2; CA 2 y CA 4 e introducir como nuevas las estructuras Ig 5 e Ig 6.

Al iniciar el estudio de la unidad **No. 2: MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN HASTA 100** se tiene una buena oportunidad para continuar ejercitando las estructuras semánticas ya tratadas con anterioridad.

En el **epígrafe 2.1** se pueden ejercitar las de Co 5 y Co 6; para los primeros se sugiere utilizar los siguientes ejercicios del LT: No.5p.20, No.3p.24, No.3p.36, No.2p.49, No.4p.49, No.3p.52 y No.1p.17CT; por su parte para los problemas del tipo Co 6, como no aparecen ninguno en los documentos instruccionales vigentes, deben ser elaborados por el docente y seleccionarlos del anexo de problemas.

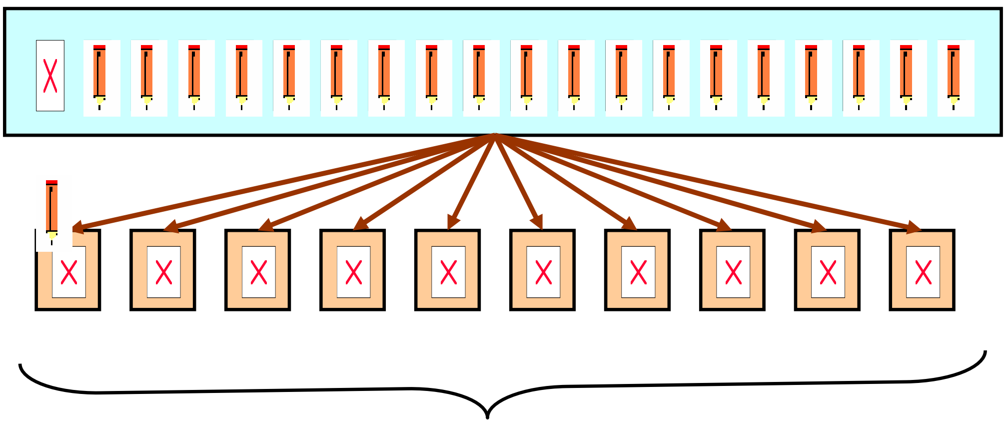
En el **sub-epígrafe 2.2.1** se deben ejercitar las estructuras de la multiplicación: R 1 y GI 1 introducidas en el primer grado. Los problemas del tipo R1 son fáciles de redactar teniendo en cuenta que son aquellos donde es necesario sumar sumandos iguales. Para el caso de GI 1 se pueden seleccionar de los distintos documentos normativos: No. 3p.78LT y No.4p.78L y, No.1p.48CT y No.9p.74OM.

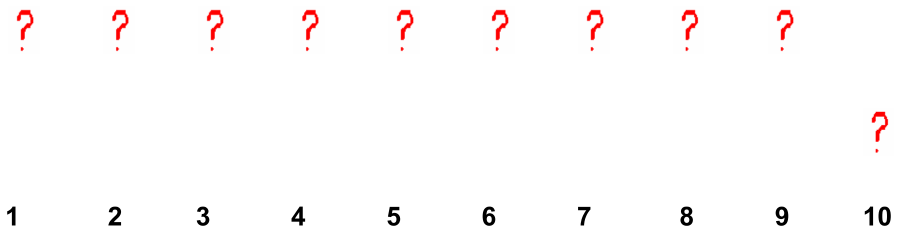
En los restantes **sub-epígrafes de 2.2** (del 2.2.2 al 2.2.4) se recomienda introducir las estructuras de **GRUPOS IGUALES**: GI 2 y GI 3 de la división con números naturales. Para ello se pudiera escoger el No.2 p.82 LT que puede ser introducido mediante conversación sobre los cumpleaños de los distintos niños del aula.

A un cumpleaños fueron invitados 10 niños. Se le prepararon 20 lápices para repartir por igual entre los niños. ¿Cuántos lápices recibió cada uno? (GI 2)

Aquí se puede seguir las indicaciones metodológicas de las OM. Esto se pudiera escenificar en el aula para darle el protagonismo a los escolares con los propios materiales que narra el problema y posteriormente modelarlo mediante las modelaciones lineales; primero pictográficas, después mediante rectángulos y posteriormente mediante segmentos (como se planteó al inicio de este documento) . Este apoyo grafico puede y debe suspenderse tan pronto el niño interiorice el proceso mediante acciones mentales (Esto también es válido para la estructura Gi 3)

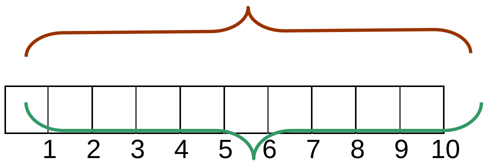
<u>Modelación pictográfica</u>





N i ñ o s

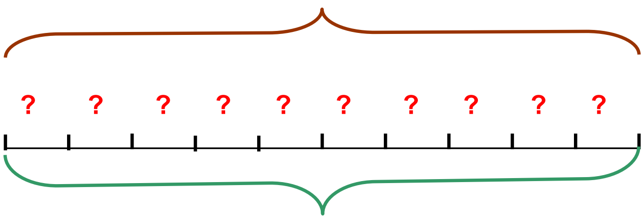
Modelación con rectángulos: Lápices (**20**)



niños

Modelación con segmentos:

Lápices (**20**)



Niños (**10**)

En el caso de GI 2 debe observarse que estamos en presencia del significado de la división que se puede denominar **equipartición**, es decir: **repartir en partes iguales el todo,** o también

D_3: Dado el todo y la cantidad de parte iguales. Hallar el contenido de cada parte.

Se considera que la comprensión del mismo por parte de los niños de este grado no debe resultar difícil. No obstante, sugerimos proceder así para evitar confusiones con la próxima estructura:

¿Qué debemos hacer en este ejercicio? Rta. .<u>Repartir en partes iguales el todo.</u>

Después se pudiera profundizar en lo planteado de la siguiente manera:

¿Qué conocemos?

- la cantidad de lápices a repartir. 20 (**el todo**)
- la cantidad de niños a los que hay que repartir lápices a partes iguales: 10 (**la cantidad de partes iguales**)

¿Qué se desconoce?

- La cantidad de lápices que le corresponde a cada niño ? ((**el contenido de cada parte).**

Dentro de los ejercicios de este tipo que aparecen en los documentos instruccionales, que debe poseer el docente, se pueden tomar: No.3p.82LT, No.4p.56CT y No.10p.74.

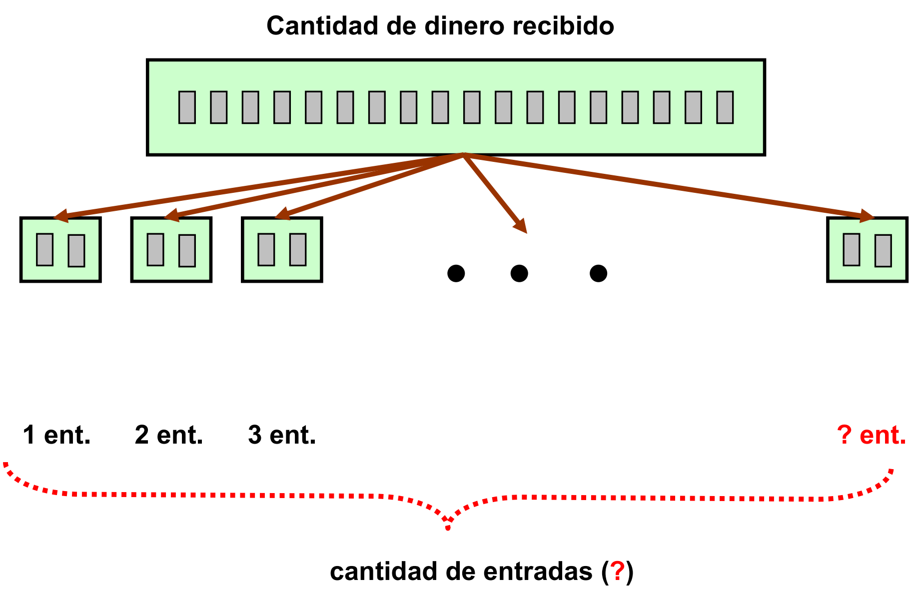
En los epígrafes posteriores existen variados ejemplos de esta estructura que el docente deberá combinar adecuadamente con los de adición y sustracción.

Para el caso de la estructura **GI 3** se pudiera escoger el ejercicio No. 5 p.82 del LT haciéndole las adaptaciones correspondientes a la localidad donde vive el escolar.

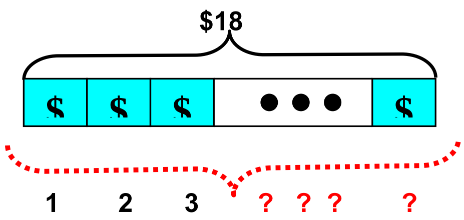
A Inés se le encarga entradas para el teatro. Ella recibe $18. Una entrada cuesta $2. ¿Cuántas entradas

Como hemos expresado en los casos anteriores, esta situación se puede **escenificar** en el aula y además se puede dibujar los siguientes modelos, con sus correspondientes niveles de abstracción:

Modelación rectangular con figuras geométricas:

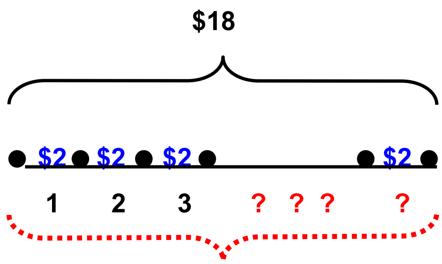


Modelación rectangular (sin figuras geométricas):



cantidad de partes iguales(?)

Modelación con segmentos:



cantidad de partes iguales (?)

Aquí el significado de la división que se aplica es distinto al anterior, pues es el siguiente:

D_4: Dado el todo y el contenido de cada parte. Hallar la cantidad de partes iguales.

Es decir, que aquí se enfatizará, que a diferencia del anterior, se necesita averiguar **cuántas veces un número está contenido en otro.**

Aunque tampoco debe resultar difícil la comprensión de este nuevo significado, se sugiere proceder así:

¿Qué se nos pide hacer en este ejercicio?

Rta. Averiguar las veces que $2 está contenido en $18.

Para ampliar este significado se puede seguir la secuencia siguiente:

¿Qué conoces en este ejercicio?

- el dinero que tiene Inés $18 (**el todo);**
- lo que cuesta cada entrada: $2 (**el contenido de cada una de las partes**).

¿Qué se desconoce?

- la cantidad de veces que $2 está contenido en $18 (**la cantidad de partes iguales).**

NOTA: Obsérvese que en este caso el **dividendo** y el **divisor** tienen la **misma** "magnitud".

Con la intención de ejercitar las operaciones de adición y sustracción así como evitar el acomodamiento del niño en cuanto a que solamente en esta unidad se les proponga problemas de multiplicación y división, se recomienda mezclar inteligentemente estas estructuras. Para seguir una estrategia integral se sugiere elaborar o proponer de las estructuras: CA 5, CA 6, Ig 5, e Ig 6.

Una de las formas de ejecutar lo anterior pudiera ser proponer incisos adicionales a los problemas que aparecen en el LT y que para cumplimentar la propuesta se pueden indicar de manera oral; a modo de ejemplos se citan los siguientes:

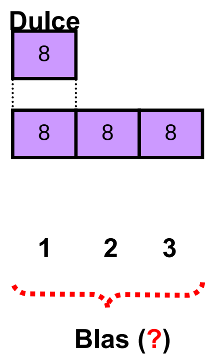
En el No.8p.90LT agregar: <u>"Si el maestro entrega 40 tornillos a sus alumnos entonces él tendrá la misma cantidad de tornillos que Andrés. ¿Cuántos tornillos tiene Andrés?</u> Rta. 90 – 40 = ?

En el No.9p.90 añadir: "Si Carlos consigue 40 m de alambre entonces tendrá la misma cantidad de m de alambre que Ramón. ¿Cuántos m de alambre tiene Ramón? Rta. 30 + 40 = ?

En este propio epígrafe es conveniente introducir las dos primeras estructuras de los problemas de **DIVISIBILIDAD: Dv 1 y Dv 2**. Se considera que no debe resultar difícil el estudio de las mismas después que el niño domine los conceptos: doble, mitad, tercera parte, etc. De todas maneras para precisar los significados de las operaciones que fundamentan estas estructuras plantearemos dos ejemplos:

Dulce y Blas son hermanos. Ella tiene 8 años y él tiene el triplo. ¿Qué edad tiene Blas? (Dv 1)

Para contribuir a su mejor comprensión vamos a dibujar un **modelo rectangular** apropiado para este tipo de estructura:



Lo anterior puede ayudar a precisar lo conocido y lo desconocido.

Al preguntar lo **conocido** en este problema, la respuesta debe ser:

- la edad de Dulce: **8 años** (**contenido de cada parte**);

- la relación entre la edad de Dulce y su hermano: **el triplo** (**cantidad de partes iguales**)

Mientras que lo **desconocido** será :

- la edad de Blas **?** (**el todo**).

Es decir que se fundamenta el significado $\mathbf{M_2}$ de la **multiplicación .**

Veamos ahora un ejemplo de la estructura **Dv 2**

> Gloria está leyendo un libro de cuentos que tiene 80 páginas. Ella ya leyó la décima parte. ¿Cuántas páginas ha leído? (Dv 2)

¿Qué es lo que conocemos?

- las páginas que tiene el libro: **80** (**el todo**);
- la relación entre las páginas que tiene el libro y las que ha leído Gloria**: la décima parte** (**cantidad de partes iguales**)

¿Qué es lo desconocido?

- la cantidad de páginas que ha leído Gloria (**?**) (**contenido de cada parte)**

Luego hemos aplicado el significado de la división $\mathbf{D_3}$ **.** Si fuera necesario se pueden dibujar modelos similares a los empleados en la estructura GI 2.

En el LT se pueden encontrar algunos ejercicios de este tipo como los siguientes: No.1p.81, No.2P.81, No.2p87, No.7p90 y No.9p.90.

Es bueno destacar que el ejercicio No.16p.92 del LT se recomienda proponer a los estudiantes aventajados, ya que aquí se aplica la estructura de la divisibilidad Dv3 que será objeto de estudio formalmente en el tercer grado.

En resumen, en el epígrafe 2.2 se deben hacer énfasis en la ejercitación de las estructuras: CA 5, CA 6, Ig 5, Ig 6 e introducir las nuevas GI 2, GI 3, Dv 1 y Dv2.

Por su parte, en el **epígrafe 2.3** no se sugiere introducir ninguna nueva estructura (tampoco se hará en el siguiente) solamente se dedicará a la ejercitación y sistematización de las estructuras ya estudiadas. Precisamente en este epígrafe se deben ejercitar las estructuras: Cb 1, Cb2, CA 4, Co 3, Co 4, Ig 3 e Ig 4, combinándolas con las distintas estructuras de la multiplicación y división ya estudiadas en este grado o en el anterior.. En esta oportunidad se puede proceder como ya se recomendó en el epígrafe precedente de agregar algunos incisos a ejercicios del LT en forma oral, por ejemplo:

Al No.4(inciso a)p.95 es del tipo Cb 2; en esa propia página al ejercicio No. 5 se le puede agregar el inciso c) <u>¿Cuántos alumnos en total están formados</u>?

Rta. 18 + 12 = ? (Cb 1)

Al No.4p.97 se le añade: c)<u>Oscar tiene 30 varillas más que Pedro. ¿Cuántas varillas tiene Oscar?</u> Rta. 40 + 30 = ? (CA 3).

Al No.p.101 se le agrega: c)<u>Si hubiera traído 12 cañones menos entonces se tendría la misma cantidad de cañones que de tiendas de campañas. ¿Cuántos cañones trajeron?</u> Rta. 12 + 8 = ? (Ig 4)

Al No.1p.109 se le añade: c)<u>Marisol le entregó cierta cantidad de panecitos a Susy. Ahora Susana tiene 12 panecitos. ¿Podrías decirme</u>

cuántos panecitos le dio Marisol a Susana? Rta. 12 – 7 = ?(Co 3)

Al No.2p.109 se le agrega: c) Daniel compró 3 panqués menos que Enrique ¿Cuántos panqués compró Daniel? Rta. 10 – 3 = ? (CA 4).

Al No.2p.112 se le puede añadir: c) Si el grupo de atletismo se le incorporan 10 niños entonces tendrá la misma cantidad que los que participaron en la tabla gimnástica. ¿Cuántos niños forman el grupo de atletismo? Rta. 40 – 10 = ? (Ig 3).

Al No.1p.117 se le agrega: c) Luis compró 32 sellos y les regaló algunos a Rosa, por lo que ahora a Luis le quedaron 23 sellos. ¿Cuántos sellos Luis le dio a Rosa? Rta. 32 – 23 = ? (Co 4)

En el **epígrafe 2.4** se recomienda ejercitar de manera armónica las distintas estructuras introducidas hasta el momento. Siguiendo la estrategia trazada en esta propuesta, se sugieren en esta oportunidad hacer énfasis en las de tipo: Co 1, Co2, CA 1, CA 2, Ig 1, Ig 2. Para ello el docente puede elaborar problemas adaptados a su contexto, tomar algunos de los documentos normativos o del anexo de problemas que se adjunta a este material. Siguiendo la pauta trazada en los dos últimos epígrafe anteriores se pueden continuar utilizando los ejercicios del LT y ampliando sus estructuras añadiendo incisos como por ejemplo:

El ejercicio No.4p.124 es del tipo Co 2; el ejercicio No.1p.129 se le puede añadir c) A la semana siguiente se incorporaron al campamento 7 varones. ¿Cuántos varones tiene ahora el campamento? Rta. 56 + 7 = ? (Co 1)

El ejerc. No.6p.135 es un buen ejemplo para los tipos Co 1 y Co 2 y se le puede agregar el inciso c)<u>¿Cuántas revistas más que libretas había al principio</u>? Rta. 15 – 8 = ? (CA 1)

Al No.1p.139 se le añade c) <u>Juan recorre 35 km ¿Cuántos km tendrá que haber dejado de recorrer Juan para haber viajado la misma cantidad de km que Pedro y su familia?</u> Rta. 35 – 27 = ? (Ig 2)

ANEXO DE PROBLEMAS PARA EL SEGUNDO GRADO:

1. En una cesta roja hay 45 naranjas y en la amarilla hay 9. Se necesita colocar todas las naranjas en una misma cesta.
   a) ¿Cuál cesta sería más cómodo vaciar en la otra? ¿Por qué?
   b) ¿Cuántas naranjas tendrá ahora la cesta que contendrá todas las frutas?
   Rta. 45 + 9 = ? (Co 1)

2. Un payaso tiene 8 pelotas. Él tiene 3 pelotas más que una bailarina. ¿Cuántas pelotas tiene la bailarina? Rta. 8 – 3 = ? (CA 5)

3. Gabriel tiene 40 dólares y Xiomara tiene 50. Ellos son hermanos y van a reunir su dinero para comprar una grabadora que cuesta 70 dólares.
   a) ¿Cuánto dinero tienen juntos Xiomara y Gabriel? Rta. 40 + 50 = ?(Cb 1)
   b) ¿Cuántos dólares le quedan si compran la grabadora? Rta. 90 – 70 = ? (Co 2)

4. Cada estuche contiene 5 cartabones. ¿Cuántos cartabones hay en 6 estuches?

Rta. 6.5 = ?   (GI. 1).

5. Escribe todos los números impares de dos cifras donde el lugar de las decenas siempre lo ocupe el 4. Rta. 41; 43; 45; 47 y 49.

6. En una cesta roja hay 50 naranjas y en la amarilla hay 30. Vamos a pasar diez naranjas de la cesta roja para la amarilla. ¿Cuántas naranjas hay ahora en cada cesta?
   Rta. 50 – 10 = ? (Co 2) y 30 + 10 = ? (Co 1)

7. Los alumnos Jorge y Amalia conversan sobre los resultados del último trabajo de control de Matemática. Escucha lo que hablaron:
   Jorge: "Yo obtuve 80 puntos".

   Amalia: "Tú conseguiste 10 puntos menos que yo"

   ¿Cuántos puntos alcanzó Amalia? Rta. 80 + 10 = ? (CA 6).

8. Antonio estaba paseando. Se encontró con un amigo que le debía $20 y se los pagó. No gastó nada en el viaje, ni recibió más dinero. Cuando llegó a su casa tenía $60. ¿Cuánto dinero tenía Antonio cuando salió de su casa? Rta. $60 - $20 = ? (Co 5).

9. Separé mis postales en cuatro montones de una docena cada uno. Me sobraron 7 postales. ¿Cuántas postales tengo? Rta. 40 + 7 = ? (CA 6)

10. En una escuela primaria rural hay 70 niños y 60 niñas. Se necesita formar parejas para preparar una danza para una actividad cultural.
    a) ¿Cuántas niños se quedaron sin formar parejas? Rta. 70 - 60 =? (CA 1)
    b) ¿Cuántas parejas se van a formar? Rta. 60.

11. Si la mamá de Ramón compra 3 decenas de caramelos. ¿Podrá dar 6 para cada uno de sus cinco hijos? ¿Por qué? Rta. Sí porque 5.6 = 30 (GI1).

12. En el parque jugaban algunos niños. Después llegaron 9 niños más. Ahora hay 15. ¿Cuántos niños jugaban al inicio en el parque? Rta. 15 – 9 = ? (Co 5)

13. Presentar a los alumnos el siguiente gráfico en una lámina o en su defecto dibujarla en la pizarra con antelación al inicio de la clase:

<table>
<tr><td>Abelardo</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Benito</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Carmen</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Denia</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Estebán</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

a) Descubre la edad de cada niño, sabiendo que cada cuadradito representa un año.
b) ¿Cuál es el niño de mayor edad?
c) ¿Cuál es el niño de menor edad?
d) ¿Cuál es la diferencia de edades entre estos dos niños? R. 15 – 5 = ? (CA 1,2)
e) ¿Qué niños tienen la misma edad?
f) ¿Cuántos años tiene Denia menos que Benito? Rta. 15 – 9 = ? (CA 2)
g) ¿Cuántos años antes debió haber nacido Carmen para tener la misma edad que Benito? Rta. 15 – 5 = ? (Ig 1)

14. En un salón de reuniones hay 90 butacas, ya fueron ocupadas 80
a) Descontando los asientos ocupados ¿ Cuántas sobran? Rta. 90 – 80 = ? (Ig 2)
b) ¿Cuántas personas faltan para llenar el salón? Rta. 90 – 80 = ? (Ig 1)

15. Complete en los espacios en blanco por una de estas palabras: MÁXIMO o MÍNIMO.
a) Jugando con dos dados el número____________de puntos es 12 y el número________es 2.
b) En el juego de dominó pueden jugar como___________2 personas y como__________4 personas.
c) En un sombrero se echan: un billete de $50, otro de $20 y otro de $10. Teresa debe extraer sin mirar dos billetes. Ella puede sacar como___________$30 y como_________$70.

16. En una pequeña granja hay 90 pavos y 70 gallinas. ¿Cuántos pavos habrá que vender para tener iguales cantidades de pavos y gallinas? Rta. 90 – 70 = ? (Ig 2).

17. Laura tiene dos años más que Clara. Laura tiene 15 años. ¿Qué edad tiene Clara?
Rta. 15 – 2 = ? (CA 5)

18. Para el cumpleaños de Oscar su mamá compró 50 globos azules y 30 rojos. ¿Cuántos globos rojos menos que azules compró? Rta. 50 – 30 = ? (CA 2)

19. Algunos niños jugaban pelota en el área deportiva.El profesor sacó 4 para jugar baloncesto. Quedan jugando béisbol 9. ¿Cuántos niños jugaban pelota al comienzo? Rta. 9 + 4 = ? (Co 6).

20. La mamá de Noelia tiene 4 hijos. A la primera la llamó Raquel, al segundo Ignacio y al tercero Leonardo. ¿Cuál es el nombre del cuarto hijo? Rta. Por supuesto, Noelia.

21. ¿Cuántos kg de materia prima recogió Zoila, si se sabe que Isaura recolectó 40 kg y que ella pudo acumular 10 kg menos que Zoila? Rta. 40 + 10 = ? (CA 6).

22. En un corral hay algunas gallinas y 10 conejos. En total tienen 15 de esos animales.
   a) ¿Cuántas gallinas existen en dicho corral? Rta. 15 – 10 = ? (Cb2)
   b) ¿Cuántas cabezas hay entre estos animales juntos? Rta. 10 + 5 = ? (Cb 1)
   c*) ¿Cuántas patas hay entre estos animales juntos?

   Rta. 2.5 = ? (10); y 4.10 = ? (40): (Gi 1) 10 + 40 = ? (Cb 1)

23. Escucha atentamente la conversación entre estas dos personas:

   Camilo: “Mi peso es de 70 libras”.

   Gisela: “A mi me faltan 20 libras para tener el mismo peso tuyo”.

   Si las expresiones anteriores son verdaderas. ¿Se podrá decir lo mismo de las dos siguientes? ¿Por qué?

   Camilo: “Entonces tú pesas 50 libras? Rta. Sí porque 50 +20 = 70 (Ig 3)

   Gisela: “Tú pesas 20 libras más que yo” Rta. Sí porque 50 + 20 = 70 (CA 3).

24. César lanza la pelota a una distancia de 50 m mientras que Diego lo hace a una distancia de 30 metros.
   a) ¿Cuántos metros más lanza la pelota César que Diego? Rta. 50 – 30 = ? (CA 1).
   b) Si Fermín lanza la pelota a 10 metros menos que César ¿A qué distancia lanza la pelota Fermín? Rta. 50 – 10 = ? (CA 4)

25. Si cuentas de siete en siete dices el número del portal de mi casa. Adivina qué número es, si te digo que es un número par comprendido entre 42 y 63. Rta. 56.

26. .En una granja "A" por la mañana había 15 tractores en su taller. Posteriormente salieron algunos para arar. Es por ello que se quedaron en el taller 6.
   a) ¿Cuántos tractores están arando la tierra? Rta. 15 – 6 = ? (Co 4).
   b) A otra granja "B" le sobran 5 tractores para tener la misma cantidad que la granja "A". ¿Cuántos tractores tiene la granja "B"? Rta. 15 + 5 = ? (Ig 4).

27. Una vez tres flores. ¿Cuántas flores son? Rta. 1.3 = ? (R 1).
Dos veces tres flores. ¿Cuántas flores son? Rta. 2.3 = ? (R 1).

Tres veces tres flores. ¿Cuántas flores son? Rta. 3.3 = ? (R 1).

28. A una escuela primaria llegaron 48 acuarelas para ser distribuidas por igual en las 6 aulas de la misma. ¿Cuántas acuarelas le corresponden a cada aula? Rta. 48 : 6 = ? (GI 2).

29. Noel, Ulises y Samuel tienen cada uno 9 chinatas. ¿Cuántas chinatas tienen entre los tres? Rta. 9+9+9 = ¿? O sea 3.9 = ? (R 1).

30. Lidia tiene 30 años y sus dos hijos tienen edades diferentes. Adivina que edades tienen ellos si te digo que al multiplicar sus edades da un número igual a la edad de su madre y que uno es un año mayor que el otro. Rta. Uno tiene 5 años y el otro 6   (por tanteo).

31. La maestra de segundo grado va a distribuir por igual 28 cajas de lápices de colores entre los alumnos: Rosario, Olga, Waldo y Virgilio ganadores de un concurso de Matemática. La maestra les pregunta: ¿Cuántas cajas podré dar a cada uno? Los alumnos dieron las siguientes respuestas:
Rosario: "Da para repartir más de 5 cajas por persona".

Olga: "Da para repartir menos de 10 cajas por persona".

Waldo: "Alcanzamos a ocho por persona".

Virgilio: "Nos corresponde a cada uno 7 cajas"

¿Cuáles de estos alumnos están en lo cierto?

Rta. Rosario sí porque 28 > 20 = 4.5

Olga sí porque 28 < 40 = 4.10

Waldo NO porque 4.8 = 32 ≠ 28

Virgilio Sí porque 4.7 = 8. (GI 1).

32. Dulce y Blas son hermanos. Ella tiene 8 años y él tiene el triplo.
   a) ¿Qué edad tiene Blas? Rta. 3.8 = ¿ (Dv 1)
   b) ¿Cuál es la diferencia de edades entre ellos? Rta. 24 – 8 = ? (CA 1,2)

33. En una base de campismo se encontraban 75 niños de excursión. Hoy se incorporaron otros niños. Ahora hay en la base 83 niños.
   a) ¿Cuántos niños entraron hoy a ese lugar? Rta. 83 – 75 = ? (Co 3).
   b) Por otra parte a un campamento de pioneros le faltan 4 niños para tener la misma cantidad de niños que la base de campismo. ¿Cuántos niños tiene el campamento de pioneros? Rta. 83 + 4 = ? (Ig 5).

34. Gloria está leyendo un libro de cuentos que tiene 80 páginas. Ella ya leyó la décima parte.
   a) ¿Cuántas páginas ha leído? Rta. 80 : 10 = ? (Dv 2).
   b) ¿Cuántas páginas le faltan por leer? Rta. 80 – 8 = ? (Ig 1)
   c) Gloria tiene dos hermanos que también están leyendo el mismo libro. Ella ha leído 3 páginas más que Hugo y 5 menos que Ismael. ¿Cuántas páginas han leído Hugo e Ismael?
   Rta. Hugo: 8 – 3 = ? (CA 5) ; Ismael: 8 + 5 = ? (CA 6).

35*) Dos niños de segundo grado le dicen la siguiente adivinanza al resto de sus compañeritos:

Gerardo. “Tengo el doble de chinatas que Humberto”.

Humberto: “Los dos juntos tenemos quince chinatas”.

¿Cuántas chinatas tiene cada uno?

Rta. Gerardo tiene 10 mientras que Humberto tiene 5 chinatas (por tanteo).

36. El padre de Úrsula compró una caja de caramelos para regalársela por su cumpleaños. Traía 3 decenas de caramelos de coco y una docena de chocolate. ¿Cuántas unidades de caramelos había en la caja, de cada tipo? Rta. 3.10 = ? ;1.12= ? (GI 1)

37. Se tienen 36 pasteles y se le quiere dar 4 a cada niño. ¿Para cuántos niños alcanza? Rta. 36 : 4 = ? (GI 3).

38. Lucas se comió dos mangos. Su hermano Fabián el triplo y su primo Néstor la mitad de lo que Fabián se comió.

a) ¿Cuántos mangos se comió Fabián? Rta. 2.3 = ? (Dv 1)
b) ¿Cuántos mangos se comió Néstor? Rta. 6: 2 = ? (Dv 2).
c) ¿Cuántos mangos se comieron los tres juntos? Rta. 2 + 3 + 6 = ? (Cb 1).

39. Teodoro trajo 27 naranjas y las repartió por igual entre sus hijos: Germán, Isabel y Juana. La mamá de ellos le preguntó que cuántas naranjas le había tocado a cada uno y obtuvo las siguientes respuestas:

Germán: “A mi me dieron nueve naranjas”

Isabel: “A mi me dieron una cantidad mayor que siete pero menor que diez”.

Juana: “Y a mi me correspondió una cantidad igual que el sucesor de ocho”.

¿Cuáles de las anteriores afirmaciones son ciertas. ¿Por qué?

Rta. Todas son ciertas porque 27 : 3 = 9 (GI 2); 7 < 9 y además 9 es sucesor de 8.

40. Tengo medias y no tengo pies, tengo cuartos pero no tengo habitaciones. ¿Quién soy? Rta. Las horas.

41. En una pequeña placita existen varias frutas de venta. En una caja hay 73 platanitos de fruta. A esta vasija le sobran 8 platanitos para tener la misma cantidad que los que contiene una cesta.

a) ¿Cuántos platanitos se encuentran en la cesta? Rta. 73 – 8 = ? (Ig 6).
b) Paulina compró 25 platanitos. Si Omara hubiese comprado 8 platanitos más, entonces ella tendría la misma cantidad de platanitos que Paulina. ¿Cuántos platanitos compró Omara? Rta. 25 – 7 = ? (Ig 3).

42. a) Un ómnibus que transporta pasajeros lleva 90 personas. ¿Cuántas personas mayores viajan en el mismo, si se sabe que van 8 niños? Rta. 90 – 9 = ? (Cb 2).

b) En la primera parada se bajaron algunas personas y no subieron ninguna. En ese momento la guagua arrancó con 80 pasajeros en su interior. ¿Cuántas personas se bajaron en dicha parada? Rta. 90 – 80 = ? (CA 4)

c) En la segunda parada subieron varias personas y en el resto de su recorrido no subieron ni bajaron otras personas. Si en la última parada se bajaron 91 pasajeros. ¿Cuántas personas subieron en la segunda parada? Rta. 91 – 80 = ? (Co 3).

43 Xiomara y Vicente son primos y ambos recogieron algunos tomates en el huerto de su tío Zenón. Xiomara recolectó 54 tomates y los quiere colocar en bolsas que contengan cada una seis tomates. Por otra parte, se sabe que si Vicente regala nueve tomates entonces tendrá la misma cantidad de tomates que Xiomara.

a) ¿Cuántas bolsas necesitará Xiomara? Rta. 54 : 6 = ? (Gl 3)
b) ¿Cuántos tomates se llevó Vicente? Rta. 54 – 9 = ? (Ig 4).

44. En una escuela primaria hay tres grupos de segundo grado. Averigua la matrícula de cada aula sabiendo que:

- La matrícula del grupo “A” es el triplo de 10. Rta. 3.10 = ? (Dv 1)
- Si al grupo “A” se le incorporaran 5 nuevos alumnos entonces tendría la misma matrícula que el grupo “B” Rta. 30 + 5 = ? (Ig 5).
- Si del grupo “A” se trasladaran a otra escuela 8 estudiantes entonces tendría la misma matrícula que el grupo “C”. Rta. 30 – 8 = ? (Ig 6)

45. Fabiola solo puede comprar dos frutas entre un plátano, un melón, un mango y una piña. Escribe las seis selecciones distintas que pudiera hacer Fabiola.

46. Chico techó cuatro chozas,
empleó veintiocho planchas.
¿Cuántas planchas utilizó
para techar cada choza
si cada choza tenía
la misma cantidad de planchas. Rta. 28 : 4 = ? (Gl 2).

47. Odalys tenía catorce libros de aventuras y animales. De ellos 7 son de aventuras y posee 10 de animales. ¿Cómo es posible esto?. Rta. Esto es posible porque ella tiene tres libros que son al mismo tiempo de aventuras y de animales.

48. En dos jaulas de un jardín zoológico habían 14 periquitos. De la primera se sacaron 5 para trasladarlos a otro lugar. ¿En qué cantidad hubo que aumentar o disminuir el número de periquitos de la segunda para que la cantidad total de periquitos, en ambas jaulas, no cambiase? Rta. Aumentar en 5.

49. La jovencita Ada tiene 2 blusas (roja y azul) y 3 sayas (negra, verde y amarilla). De esta forma ella se puede vestir de seis maneras diferentes. Plantea todas esas alternativas.

50. Si Mario compró los últimos boniatos que había en la placita. ¿Quedaron viandas en la

placita? ¿Por qué? Rta. La respuesta depende del hecho de que en la placita solamente haya existido boniato o no.

51. En una fábrica hay 100 trabajadores. ¿Cuántas mujeres hay? Rta. Falta información.

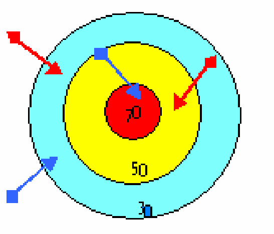
52. ¿En dónde hay más helado en 5 vasos que contienen 6 bolas cada uno o en 6 vasos que tienen 5 bolas cada uno? Rta Tienen igual cantidad porque 5.6 = 6.5

53. Si tú compraste doce huevos en el mercado y tu mamá cocina uno para cada persona de tu casa. ¿Van a sobrar huevos? ¿Cuántos? Rta. Por supuesto esta respuesta depende de la cantidad de integrantes de cada familia, es decir, que la respuesta no es única.

54. Con la sílabas CA, LO y MA sin agregar ninguna más se pueden escribir algunas palabras de dos sílabas en nuestro idioma. ¿Cuáles son?.

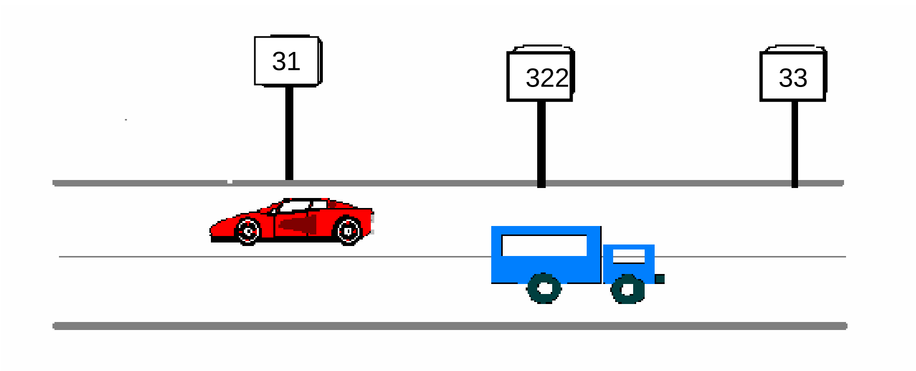
55. Las selecciones nacionales de voleibol de: Cuba, Brasil, Japón e Italia participan en la Copa Mundial de este deporte. Todos los equipos se enfrentan una sola vez. Habrá 6 juegos. Haz una lista de todos los juegos.

56. A continuación te presentamos un tiro al blanco, donde aparecen los dardos tirados por dos niños de primer grado. Los dardos **rojos** son de Claribel y los **azules** de Alain



a) ¿Cuántos puntos tiene Claribel? Rta. 50 + 30 = ? (80) (Cb 1)
b) ¿Cuántos puntos tiene Alain? Rta. 70 + 30 = ? (100) (Cb 1)
c) ¿Quién tiene más puntos? ¿Cuánto más? Rta. 100 – 80 = ? (20) CA 1

57. En el dibujo se tiene un camión y un automóvil que van a recorrer 20 km cada



uno. ¿Hasta qué señales de carretera llegará cada vehículo?

Rta. El camión: 32 + 20 = ? (52) (Co 1)

El automóvil: 31 – 20 = ? (11) (Co 2)

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS PARA TERCER GRADO:

Para evitar la reiteración, en este material no hemos incluido las **observaciones preliminares** que se han planteado al inicio de las orientaciones para el primero y segundo grados. Sin embargo, antes de continuar la lectura del presente documento debe revisarse esta parte introductoria que aparece en los precedentes.

En los dos grados anteriores se debió haber introducido las estructuras básicas de los problemas de **adición y sustracción** con números naturales (simples). En el tercer grado solamente se introducirá una variante de los problemas de **comparación**. Es por ello que en este grado debe aprovecharse las potencialidades que los contenidos matemáticos ofrezcan para ejercitar estas estructuras semánticas. En este documento se ha hecho una **distribución** de las mismas **por epígrafes** (como se hizo en segundo grado) con el propósito de buscar un equilibrio de las mismas durante todo el curso. Esto debe entenderse como una **sugerencia** para hacer énfasis en cada una, en los momentos indicados, pero se reitera la conveniencia de ejercitar la mayor cantidad posible de las mencionadas estructuras en cada ocasión que se presente.

En cuanto a las estructuras semánticas de los problemas de multiplicación y división **con números naturales, en este grado se** ejercitarán 6 **de las estudiadas en los grados anteriores y se** introducirán**, por primera vez** 8 **nuevas que también se indicarán cuándo y cómo hacerlo. Las restantes se tratarán en 4to. y 5to. Grado. También se deben aprovechar todas las oportunidades para ejercitarlas.**

En el epígrafe 1.1 **dedicado al repaso de cuestiones importantes de los grados anteriores se sugiere hacer énfasis en las estructuras de la multiplicación R 1 y GI 1. En este sentido se pueden utilizar los ejercicios No.7p.3 y No.3p.7 del LT. El docente debe guiar al niño para que se dé cuenta que los mismos se pude resolver como suma de sumandos iguales en el primer caso (hay una acción reiterada de adición de un mismo sumando en los**

problemas del tipo R 1) y en el segundo se conoce la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte y se quiere hallar el todo (GI 1).

El epígrafe 1.2 **está destinado a contenidos sobre** numeración**. En el mismo se sugiere hacer énfasis en las estructuras Co 1, Co 2, CA 3 o Ig 1. De Co 1 se pudieran proponer: No.7 p.15 y No.2 p.25 del LT así como No. 10 p.28 OM; de Co 2 el primero y último problema de la página 25 del LT, mientras que de CA 3 se pueden proponer los No.1, 2 y 3 p.25 del LT.**

Para los problemas de Ig 1 se pueden agregar algún inciso a los problemas interesantes que aparecen en la pág 25 del LT que se ha mencionado. A modo de ejemplo indicamos los siguientes:

Al No.1p.25LT agregar b) ¿ Cuántas hembras le faltan al CI de Pedagogía para tener la misma cantidad de varones? Rta. 26 – 24 = ? (Ig 1).

En el epígrafe 1.3 **también se trata de** numeración**. Aquí se recomienda ejercitar los problemas del tipo Cb 1; para ello se pudiera agregar algunos incisos a los siguientes ejercicios del LT:**

Al No.11p.41 se le añade: b) ¿Cuántos sellos tienen Enrique y Yoel juntos?
Rta. 40 + 70 = ?

Al No.12p.42 que es del tipo Co 1 se le puede agregar: b) Si el hermano tiene ahora 8 sellos. ¿Cuántos sellos tienen entre ambos hermanos? Rta 39 + 8 = ? (Cb 1).

Al pasar a la unidad No. 2 se sugiere que en el epígrafe 2.1 **se ejerciten los tipos Co 3 y CA 1 y Dv 1 así como introducir las variantes de los problemas de** COMPARACIÓN CA 1’ y CA 2’ **todos de adición y sustracción.**

Para ello se pueden elaborar problemas además de agregar los siguientes incisos a ejercicios del LT. Los mismos pueden proponerse oralmente:

El No. 2(inciso a)p.49 es del tipo Co 1 se le puede añadir: b) Si el lunes llegaron al campamento 40 pioneros y el miércoles había un total de 70 pioneros. ¿Cuántos pioneros arribaron al campamento el martes? Rta. 70 – 40 = ? (Co 3).

c) ¿Cuántos pioneros llegaron el lunes más que el martes? Rta. 40 – 30 = ? (CA 1). Cuando el estudiante exprese en forma oral la respuesta a este

problema el maestro debe decirle que la misma también puede enunciarse con el siguiente lenguaje: "La cantidad de pioneros que arribaron el lunes excede **en 10 a la cantidad de pioneros que llegaron el martes". Ahora se invitará para de forma colectiva reformular el problema en cuestión de tal manera que la pregunta que se redacte responda realmente a la anterior respuesta. Así hemos obtenido la variante C A´ de los problemas de comparación.**

El No.2(inciso b)p.49 es del tipo Co 2 y se le puede agregar:

c) La semana pasada había en el almacén 40 m de tela. ¿Cuántos m. de tela entraron durante la semana pasada si actualmente hay 65 m.? Rta. 65 – 40 = ? (Co 3).

d) ¿Cuál es la diferencia entre los m de tela que había en el almacén la semana pasada y la actual? Rta. 40 – 25 = ? (CA 1,2)

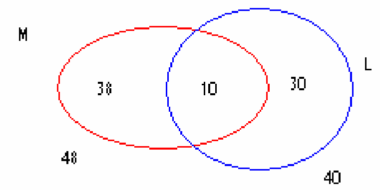
Por otra parte al ejercicio No. 3(inciso ch) es del tipo Cb 1 y se le puede agregar:

d) ¿En cuánto excede la cantidad de alumnos que participaron en el concurso de Matemática respecto

Ahora se les puede pedir a los alumnos que reformulen la pregunta usando la palabra "más**", por lo que ellos deben decir: ¿ Cuántos alumnos participaron en el concurso de Matemática más que en el de Lectura?**

Para los alumnos aventajados se les pudiera agregar otro inciso:

e*) Si 10 estudiantes participaron en ambos concursos. ¿Cuántos participaron en total? ¿Cuántos alumnos solamente concursaron en Matemática? Utilizando la modelación conjuntista **que se le puede sugerir a los escolares ellos pudieran resolverlo así:**



88 – 10 = 78 (participaron en total)

48 – 10 = 38 (partic. solamente en el concurso de Mat.)

El No.3p.53 están formados por dos problemas que le faltan datos y por lo tanto no pueden resolverse. El docente debe aprovechar el mismo para que los propios estudiantes le aporten la información necesaria para que sea soluble; además proponemos en el inciso a) sustituir la pregunta por la siguiente: Si paga en total 50 cts. ¿Cuánto cuesta la goma de borrar? Rta. 50 – 30 = ? (Co 3). También se le puede añadir: ¿Cuánto cuesta la goma de borrar menos que la postal? Rta. 30 – 20 = ? que es del tipo CA 2; al ofrecer la respuesta oral de este problema se les debe informar que también se puede contestar de otra manera: "La goma de borrar tiene un defecto **de 10 cts. respecto a la postal" . Aquí el docente debe destacar que la palabra** defecto **(en este caso) es lo contrario que** exceso **. Sin embargo, conviene precisar que este vocablo tiene otro significado en el lenguaje común: ausencia de las cualidades que debe tener una persona o un objeto. A esta nueva variante se le ha denominado CA 2'. Ahora se les puede decir: cuál sería la pregunta que debemos formular para que se obtenga la respuesta anterior. Rta. ¿Cuál es el defecto del precio de la goma de borrar al de la postal?.**

De esta manera el problema quedaría reformulado así:

Rafael compra una postal de 30 cts. y una goma de borrar en 20 cts. ¿Cuál es el defecto del precio de

También se puede proponer el No.3(inciso b)p.56LT que es del tipo Co 3. Para ejercitar la estructura Dv 1 se pueden elaborar ejercicios tales como el siguiente:

En el concurso de conocimientos ganaron ocho estudiantes del grupo "A" de tercer grado. ¿Cuál es la matrícula de este grupo si la misma es el triplo de los ganadores?

Rta. 3.8 = ?

En el epígrafe 2.2 se sugiere ejercitar la estructura Cb 2 y Dv 2 e introducir las variantes CA 3' y CA 4'. Para ello se puede proceder así:

Al analizar el problema resuelto de la página 71 del LT (que tiene las estructuras Cb 1 y Cb 2) se les puede agregar en forma oral los siguiente incisos:

c) La tercera parte de las niñas que practican atletismo lo hacen en el lanzamiento de la jabalina. ¿Cuántas niñas realizan este lanzamiento? Rta. 30:3 = ? (Dv 2)

d) La cuarta parte de las personas que participan en la competencia de natación son mujeres. ¿Cuántas mujeres participaron en la misma? Rta. 40:4 = ? (Dv 2).

Los ejercicios No.1p.71 y No.5p.72 del LT tienen las estructuras Cb 1 y Cb 2; al último se le pudiera incluir el siguiente inciso:

Si la mitad del dinero que recibe de vuelto se lo dio a su hermano. ¿Cuánto le dio al hermano? Rta. 10:2 = ? (5) (Dv 2) ; 20 – 5 = ? (Cb 2).

Para la introducción de los tipos CA 3' y CA 4' se puede proceder así:

Al proponer el ejercicio No.4p.72 del LT el alumno debe descubrir que no lo puede resolver porque le faltan datos. Ahora el docente le pudiera suministrar oralmente la siguiente información: La cantidad de gorras blancas excede en 25 a la cantidad de gorrar rojas. ¿Cuántas gorras blanca se confeccionaron? A partir de otro ejercicio similar resuelto anteriormente, no debe resultar difícil que el alumno se percate de la necesidad de realizar el siguiente cálculo: 243 + 25 = ? (CA 3').. En definitiva el problema en cuestión se puede reformular colectivamente así:

> Para un desfile se confeccionaron gorras rojas y gorras blancas. Se hicieron 243 gorras rojas. La cantidad de gorras blancas excede en 25 a la cantidad de gorras rojas. ¿Cuántas gorras blancas se confeccionaron? (

Se le puede preguntar ¿de qué otra manera se puede brindar la anterior información? Rta. Hay 25 gorras blancas más que rojas. Se puede aprovechar para decirles que recíprocamente" hay 25 gorras menos que blancas" o lo que es lo mismo "la cantidad de gorras rojas tiene un defecto de 25 respecto a la cantidad de gorras blancas". Lo cual prepara al niño para interpretar los problemas de la variante CA 4'.

A modo de ejemplo de este último se puede plantear:

> **En un trabajo voluntario participan 80 hombres. La cantidad de mujeres tienen un defecto de 10**

En el **epígrafe 2.3** se recomienda ejercitar las estructuras Ig 2 y CA 2 e **introducir** las variantes de **CA 5' y CA 6'**. Para ello también se pueden utilizar algunos problemas del LT agregándole algunos incisos de manera oral como se indican a continuación:

El No.11p.76 es del tipo CA 1 y cambiando el orden de la pregunta se puede plantear: ¿Cuántos menos pioneros "José Martí" hay que pioneros "Moncadistas"? Rta. 275 – 153 = ? (CA 2).

El No.17p.77 es del tipo Co 2 y se le puede preguntar adicionalmente:
b) ¿Cuántos árboles frutales menos que rosales se vendieron el martes?
Rta. 63 – 52 =? (CA 2?
c) ¿Cuántos rosales menos se debieron haber vendido el martes para que se hubiesen vendido la misma cantidad que de árboles frutales? Rta. 63 – 52 = ? (Ig 2)

Análogamente se puede proceder con el ejercicio No. 18 p.77 del LT que es de los tipos Cb 1 y Co 2 y se puede preguntar oralmente:

b)¿Cuántas latas de compotas de guayaba menos que compotas de mango llegaron al círculo infantil? Rta. 145 –123 = ? (CA 2).
c)¿Cuántas latas de compotas de mango menos debieron haber traído para que hubiesen llegado la misma cantidad que de compotas de guayaba? Rta. 145 – 123 = ? (Ig 2).

El ejercicio No.20p.82 del LT es de los tipos CA 1 y Cb 1, que se puede añadir:
c) ¿Cuántos alumnos menos tiene el segundo ciclo? Rta. Es el mismo cálculo que hicieron para contestar el inciso a).
d) ¿Cuántos alumnos le sobran al primer ciclo para tener la misma cantidad que el segundo? Rta. 229 – 138 = ? (Ig 2).

El No.21p.82 es del tipo Cb 2 y se le puede añadir: ¿Cuánto menos debe pagar Mercedes que Rosa? Rta. $2,50 - $0,95 = ? (CA 2)

A su vez en el No.22p.82 del LT que tiene las estructuras Cb 1 y Cb 2 se les puede preguntar:

a) ¿Cuánto cuesta la blusa menos que la saya? Rta. $9,50 - $6,60 = ? (CA 2)
b) ¿Qué rebaja habría que hacerle a la saya para que su precio coincida con el de la blusa? Rta. $9,50 - $6,60 = ? (Ig 2)

Para las estructuras CA 5' y CA 6' se pueden utilizar los siguientes problemas:

Fátima tiene 170 sellos. Esa cantidad excede en 45 al número de sellos que tiene Josefina. ¿Cuántos sellos tiene Josefina?
Rta. 170 – 45 = ? (CA 5´.)

Ahora se les puede pedir que reformulen el problema transformando la segunda oración, pero utilizando las palabras "más**" o "**menos". **Seguidamente se les dice que se va a reformulan el problema completamente pero con la misma información:**

> **Josefina tiene 125 sellos. Esa cantidad representa un defecto de 45 sellos respecto a los que tiene**

Análogamente a como se hizo en el caso anterior se puede transformar solamente la segunda oración dejando la primera y la última (la preguntas). En esta oportunidad la segunda quedaría así: "Ella tiene 45 sellos menos que Fátima".

IMPORTANTE: En esta unidad dos se introdujeron las variantes CA i' que amplían las ya conocidas de grados anteriores. Es bueno significar que no se pretende sustituir la estructura primera estudiada, ya que la misma es más sencilla y comprensible, así como más usada en la práctica. El propósito de trabajar con estas nuevas variantes es ampliar el vocabulario de los estudiantes y familiarizarlos con palabras propias de la Matemática. Obsérvese lo útil que les será el dominio de este léxico para cuando en cuarto grado estudien formalmente el **redondeo por defecto y por exceso..**

Como el epígrafe 2.4 **tiene pocas horas para su tratamiento solamente se recomienda hacer énfasis en la estructura CA 4. Para ello se puede continuar proponiendo incisos adicionales a otros que aparecen en el LT. A modo de ejemplos citaremos los siguientes:**

El No.1p.84 es de los tipos Cb 1 y Co 2 y se le puede preguntar oral:

c) ¿Cuántos kg de jurel se vendieron por la mañana, si esta venta es 15 kg. menos que la de merluza? Rta. 292 – 15 = ? (CA 4).

El No. 16p.85 LT tiene las estructuras Cb 1 y CA 1 y se les puede preguntar:

c)Si la brigada de Daniel recoge 23 cajas menos que la de Luis. ¿Cuántas cajas recoge la brigada de Daniel? Rta. 145 – 23 = ? (CA 4)

El No.18p.85 no se puede resolver porque le faltan datos, se le puede preguntar: ¿Cuántos sellos tiene Mario, sabiendo que el tiene 32 sellos menos que Marta?

Rta. 170 – 32 = ? (CA 4)

En el epígrafe 3.1 **se sugiere ejercitar las estructuras CA 5, Ig 3 y GI 2 e** introducir **las nuevas** R 2 , Dv 3 y Dv 4**. Para ello se puede proceder como sigue:**

En el ejercicio No.10p.91 del LT que tiene la estructura GI 2 se les puede preguntar oralmente:

b) Si en dicho almacén existen 25 m más de alambre que de cable. ¿Cuántos m de cable hay? Rta. 230 – 25 = ? (CA 5)

d) Si se compran 40 m de manguera, en el almacén habrá la misma cantidad de m de manguera que de alambre. ¿Cuántos m de manguera existen? Rta. 230 – 40 = ? (Ig 3)

Del tipo GI 2 se pueden seleccionar del LT: No.10p.91, N0.12(inciso a)p.91, No.19p.92 y No.16p.101.

Para introducir la estructura Dv 3 se pudiera partir de un problema interesante que aparece en el LT de 2do. Grado (no.16p.92) que dice así:

> **Ulises dice: “yo calculo con un número; 12 es el triplo de ese número. ¿Con qué número he**

Al resolver colectivamente el mismo, el maestro siguiendo los impulsos que se recomiendan pudiera utilizar, entre otros los siguientes:

¿Qué es lo que conocemos en este caso?

- **el resultado del producto:** 12 **(**el todo**);**
- **uno de los factores: dado por el vocablo** triplo **(**cantidad de partes iguales**).**

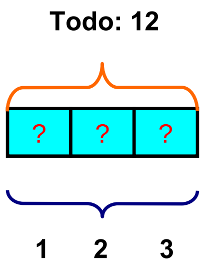
¿Qué es lo que desconocemos?

- **el otro factor**: ? (contenido de cada parte**)**

Es decir, que esta estructura se fundamenta en el significado **de la** división:

D_3 : Dado el todo y la cantidad de partes iguales. Hallar el contenido de cada parte (equipartición).

Si resultara necesario se pudiera modelar así:



cantidad de partes iguales: 3

Debe hacerse énfasis en el escolar como aquí nos encontramos con la palabra “triplo” que es un múltiplo de un número, que pudiera parecernos que debemos multiplicar, sin embargo por el contexto de la estructura, para resolverlo se precisa dividir. Lo cual ratifica la no conveniencia de hablar de palabras claves.

En el LT solamente aparece un problema con esa estructura No.8*p.130; es por ello que el docente debe elaborar otros y seleccionar algunos del anexo de problemas.

En cuanto a la estructura Dv 4 se pudiera utilizar el No.4p.59 que aparece en el LT:

Gisela ha calculado 4 ejercicios. Esta es la tercera parte de todos los ejercicios que debe calcular. ¿Cuántos ejercicios debe resolver en total? (Dv 4)

Aquí se puede realizar un trabajo similar a la estructura anterior, que pudiera tener
como elementos básicos los siguientes:

¿Qué es lo que se conoce ahora?

- **la cantidad de ejercicios que ha calculado Gisela:** 4 **(**contenido de cada parte**);**

- **la relación entre los ejercicios que tiene que resolver y los que ya ha resuelto: la** quinta parte **(** cantidad de partes iguales**).**

¿Qué es lo que se desconoce y debemos hallar?

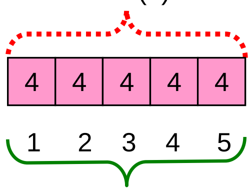
- **la cantidad de ejercicios que debe resolver en total:** ? **(**el todo**).**

Quiere decir que estamos en presencia del significado **de la** multiplicación:

M_2 : Dada la cantidad de partes iguales y erl contenido de cada parte. Hallar el todo.

Para puntualizar el significado y compararlo con el anterior se pudiera dibujar el siguiente modelo rectangular:

Todo (?)



cantidad de partes iguales: 5

También se pudo utilizar el problema que aparece al final de la página 58 del LT o también el ejercicio 12(inciso b) de la página 49 de las OM.

Tampoco aparecen otros ejercicios de esta estructura en los documentos instruccionales en poder del maestro, por lo que también debe elaborar o seleccionar del anexo de problemas. A modo de sugerencia indicamos los siguientes:

En el ejercicio No.10p.97 del LT es del tipo Dv 1 y se le puede agregar oralmente:

b) La edad de Eduardo es el cuádruplo de la edad de Basilio. ¿Qué edad tiene Basilio? Rta. 20 : 4 = ? (Dv 3).

c) La edad de Basilio es la tercera parte de la de Virginia. ¿Cuántos años tiene Virginia? Rta. 3 . 5 = ? (Dv 4)

El No.14p.101LT es del tipo G 3 y se le puede agregar:

a) "Si en el campamento se adquiriesen 30 hamacas, entonces habría la misma cantidad de hamacas que pioneros. ¿Cuántas hamacas hay? Rta. 270 – 30 = ? (Ig 3)

b) En el campamento hay 65 pioneros más que bandejas. ¿Cuántas bandejas existen en ese lugar? Rta. 270 – 65 = ? (CA 5).

El No.15p.101 es del tipo Gi 1 y se le puede añadir:

a) **Si los pioneros consiguen un metro de tela blanca entonces tendrán la misma cantidad de metros de tela azul. ¿Cuántos metros de tela blanca tienen?**

   Rta. 4 – 1 = ? (Ig 3)

b) **La cantidad de tela que se necesita para confeccionar una banderola es la quinta parte de la requerida para elaborar una pancarta. ¿Cuántos cm de tela se precisan para la pancarta? Rta. 50 . 5 = ? (Dv 4).**

El No.16p.101 es un problema interesante de los tipos GI 1 y GI 2 que se le pudiera agregar los siguientes incisos:

a) **En los dos grupos hay 15 alumnos más que cartabones. ¿Cuántos cartabones hay en las dos aulas? Rta. 60 – 15 = ? (CA 5).**

b) **La cantidad total de lápices repartidos es el triplo de la cantidad de compases que ya poseen los escolares. ¿Qué cantidad de compases tenían los alumnos? Rta. 180 : 3 = ? (Dv 3).**

c) **La cantidad de lápices que recibe cada alumno es la quinta parte de la cantidad de libretas que se le dieron a cada estudiante. ¿Cuántas libretas se le dieron a cada niño? Rta. 3 . 5 = ? (Dv 4)**

Para la introducción de la estructura R 2 **se recomienda proponer el siguiente** ejercicio **que en la escuela se le llama** con texto **y (que debe añadírsele** matemático**):**

a) **¿Cuántas veces deberás sustraer sucesivamente 30 de 210 hasta obtener como resultado un número menor que 30?**

Los alumno comprobarán que después de sustraer siete veces 30 de 210 se obtiene como resto cero (diferencia). Como este cálculo es un tanto laborioso se les puede preguntar ahora:

b) <u>¿Qué otra operación pudieras realizar para simplificar los cálculos?</u>

Seguramente los escolares se darán cuenta que basta efectuar la división 210 : 30 = ?. De ello se debe inferir en elaboración conjunta que al sustraer sucesivamente un número de otro, basta efectuar la división correspondiente. He aquí otro significado práctico de la división que hasta el momento no se había revelado explícitamente:

D$_{1:}$ Dado un minuendo y un sustraendo que se resta sucesivamente del anterior. Hallar la cantidad de restas sucesivas necesarias para obtener como diferencia cero.

Este **problema con texto matemático**, permite **motivar** a los alumnos **intramatemáticamente** o sea, a partir de las propias necesidades de la asignatura Matemática y sus contradicciones en su desarrollo. Ahora se les puede proponer un problema que su texto no sea matemático, como el siguiente:

Un camión cargado con 320 cajas de naranjas debe dejar 40 cajas en cada escuela primaria hasta que

Para una mayor comprensión del texto y de su significado convendría realizar como una dramatización de su contenido. Este pudiera estar apoyado en las siguientes preguntas:

- **¿Cuántas cajas quedan en el camión después de entregar las cajas en la primera escuela?**
- **¿Cuántas en la segunda? Y así sucesivamente hasta que el camión quede vacío.**

A partir de la experiencia anterior debe resultarles más fácil percatarse que el mismo se resuelve efectuando la operación de división 320 : 40 = ? Para fundamentar esta estructura mediante el mencionado significado se pueden utilizar los siguientes impulsos:

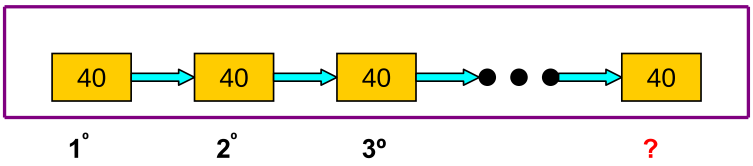
¿ Qué es lo que se conoce?

- **las 320 cajas de naranjas que habían al principio (**minuendo**);**
- **las 40 cajas de naranjas que se dejan en cada escuela primaria (**sustraendo que se resta sucesivamente del anterior).

¿Qué se desconoce?

- **la cantidad de escuelas que recibirán naranjas (**cantidad de restas sucesivas necesarias para que la diferencia sea cero).

También pudiera reforzar la comprensión del mismo, como complemento a lo anterior, la elaboración de un **modelo con rectángulos**, como el que sigue:

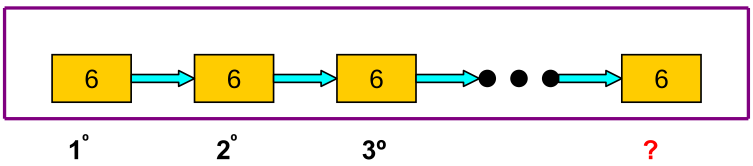


320 cajas

Es bueno tener presente que no siempre es tan evidente el empleo de esta estructura con su correspondiente significado en cierto problemas, como lo ilustra el siguiente caso particular, que se emplea con frecuencia:

Antonio tiene 120 caramelos. Si cada vez que él visita a sus abuelos les lleva 6 caramelos.

Para una mejor comprensión y al mismo tiempo precisar el significado **a aplicar en este caso, conviene realizar la siguientes** modelación rectangular**:**



120 caramelos

Se puede observar que al expresarse cada vez **nos está indicando la** repetición **de un suceso en el** tiempo**, que no nos interesa los** periodos de tiempo **sino el** contenido **de cada uno de ellos. Es por ello que los problemas de la** estructura de repetición **son** dinámicos.

A partir de estas indicaciones esperamos que el maestro sea capaz de elaborar otros similares y tomar algunos del anexo de problemas.

En el epígrafe 3.2, **además de los variados problemas que aparecen en el texto, se deben ejercitar las estructuras Co 4 e Ig 4, así como la** introducción **de las** CM 1 y CM 2.

Para los primeros también se puede continuar aprovechando los problemas que aparecen en el LT agregándole algunos incisos que se deben formular de manera oral. A modo de ejemplo se proponen los siguientes:

El No.14p.11 que es del tipo GI 1, y se le puede añadir:

a) **En dicho taller se confeccionaron 695 camisas el lunes. Si el martes quedaban 405 camisas. ¿Cuántas camisas se distribuyeron el lunes por la tarde?**

Rta. 695 – 405 = ? (Co 4).

b) **Durante una semana se confeccionaron 3 765 camisas. Si se hubieran fabricado 409 pantalones menos entonces la cantidad de ambas prendas de vestir confeccionadas coincidirían. ¿Cuántos pantalones se confeccionaron esa semana?**

Rta. 3 765 – 409 = ? (Ig 4)

El No.16p.113 tiene las estructuras Dv 1 y Co 1 se puede preguntar:

Anita va a visitar la misma ciudad que la familia de Estela. Ambas viven en el mismo lugar y viajan por la misma carretera. Si al finalizar el primer día le faltan 427 km. ¿Cuántos km viajó Anita el primer día? Rta. 591 – 427 = ? (Co 4)

Al No.18p.114 que tiene los tipos GI 1 y Cb 1 se les puede añadir: Si Carmen gasta 50 cts. entonces tendrá la misma cantidad de dinero que lo que pagó Aurora. ¿Cuánto dinero tiene Carmen? Rta- 140 – 50 = ? (Ig 4).

El No.19p.114 que posee las estructuras Gi 1 y C 3 se puede agregar: Con el dinero recibido Caridad compra una pelota; después de pagarla le queda $1,10. ¿Cuánto le costó la pelota? Rta. $2,50 - $1,10 = ¿ (Co 4)

El No.9p.119 que es del tipo Co 1 se le pude añadir: Si Orlando hubiese empleado 3 minutos menos en hacer la carrera, entonces hubiera llegado a la meta junto con el vencedor.¿Qué tiempo se demoró Orlando en realizar la carrera? Rta. 14 + 7 = ? (Ig 4)

Al ejercicio No.11p.119 se le puede añadir los siguientes incisos:

a) Si otro avión que salió de Holguín a Santiago de Cuba se hubiese adelantado I5 minutos, el mismo hubiese salido a la misma hora que el avión que iba para la Capital del país? ¿A qué hora salió el avión hacia tierra santiaguera?

Rta. 22:05 + 15:00 = ? (Ig 4)

b) Osmani viajaba en uno de los aviones. Al llegar al aeropuerto "José Martí" de Ciudad de la Habana pudo coger un taxi a las 23:30 hrs. Rumbo a su casa. ¿Qué tiempo se demoró Osmani en el aeropuerto habanero? Rta. 23:30 – 23:00 = ? (Co 4)

Al introducir los **PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVOS** relacionados con la multiplicación y división, se debe tener en cuenta que estos se caracterizan por establecer relaciones de **divisibilidad** entre las cantidades que intervienen además se **comparan** las mismas. Teniendo los antecedentes de los problemas de comparación de la adición y sustracción y los cuatro casos de divisibilidad ya estudiados, no debe resultar difícil la comprensión de los mismos por parte de los niños. Para el caso CM 1 se pudiera escoger el ejercicio No. 3p.109 del LT de 2do. Grado:

Un peatón camina en una hora 5 km. Un ciclista es 4 veces más rápido que el peatón y un tren 9 veces más rápido que el peatón.

Al realizar los **impulsos** indicados para el tratamiento didáctico se pueden descubrir con relativa facilidad el significado de la operación de cálculo correspondiente. Veamos:, que se puede hacer para resolver el primer inciso:

¿Qué es lo conocido?

- **la cantidad de km por hora que camina el peatón:** 5 **(**contenido de cada parte**);**
- **la comparación entre lo que recorre el peatón y el ciclista:** cuatro veces (a favor del ciclista) :cantidad de partes iguales.

¿Qué es lo que se desconoce?

- **la cantidad de km por hora que recorre el ciclista** ? **(** el todo)

Es decir que estamos nuevamente en presencia del significado de la multiplicación M_2. **Análogamente el docente puede resolver el inciso b.**

Debemos llamar la atención que en esta oportunidad se emplea el adverbio de cantidad más, **pero también se pudiera emplear** menos . **Téngase en cuenta que son equivalentes las expresiones** más rápido ⇔ menos lento **en el sentido en que son empleadas en este tipo de problemas. En general, en esta estructura la comparación se establece utilizando los mencionados** adverbios de cantidad **que modifican a un** adjetivo**.**

Como en el LT, ni en el CT aparecen problemas con esta estructura, el docente deberá elaborarlos y tomar algunos del anexo.

Para introducir la estructura CM 1" se puede comenzar reformulando el problema utilizado en el caso CM 1´. De esta manera quedaría redactado así:

Un ciclista recorre 20 km en una hora. Un peatón es cuatro veces más lento (menos rápido) que el

Haciendo un análisis similar al caso anterior se puede concluir que:

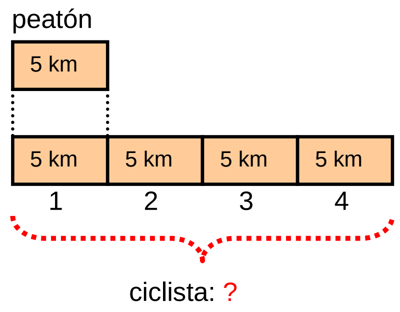
Lo conocido es**:**
- **lo que el ciclista recorre en una hora:** 20 km **(**el todo);
- **la comparación entre ambas cantidades:** cuatro veces **(a favor del peatón pero en sentido de disminución):** cantidad de partes iguales.

Lo desconocido**:**
- **lo que el peatón camina en una hora:** ? **(**contenido de cada parte)

Como se puede apreciar se pone de manifiesto el significado de la división D_3**. Estos dos casos de comparación multiplicativa se pudieran refundir en uno solo, utilizando la expresión "**tantas veces como**", que es la expresión que en sentido general caracteriza a este tipo de estructura multiplicativa. Veamos:**

Un peatón camina en una hora 5 km y un ciclista recorre en ese mismo tiempo 4 veces tantos km

Si resultara necesario se pudiera utilizar la siguiente modelación con rectángulos para comprender mejor esta situación:



¿Qué es lo conocido?

- la cantidad de km. que recorre el peatón en una hora: **5 km.** **(el contenido de cada parte)**
- las veces que el ciclista recorre tantos km. como el peatón: **cuatro veces** **(la cantidad de partes iguales)**

¿Qué es lo desconocido?

- la cantidad de km que recorre el ciclista en una hora: **?** **(el todo).**

En este caso el **significado** que se aplica es de la **multiplicación**: **M_2**

Ahora se puede resolver el No.8p.123 que es del tipo Dv 2 y después re-elaborarlo de la siguiente manera:

En un gran festival actuaron 252 personas. De ellas 84 eran niños. Ellos eran cuatro veces tantos como

El docente guiará a los escolares para que ellos descubran que el **dato** de 252 personas es **innecesario.**

¿Qué se conoce?

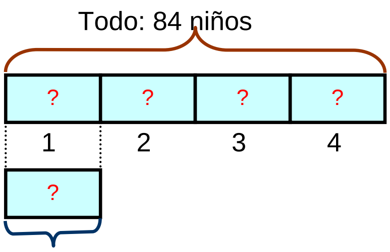
- los niños que participaron: **84 personas** (**el todo);**

- comparación entre la cantidad de niños y ancianos: **cuatro veces** (hay menos ancianos) (**cantidad de partes iguales)**
-

¿Qué se desconoce?

- la cantidad de ancianos que participaron: **?** (**contenido de cada parte)**

Veamos la **modelación rectangular** que se puede emplear en esta oportunidad:



cont. cada parte: ? ancianos

Después del trabajo anterior, se puede inferir sin mayores dificutades que el **significado** que se aplica aquí es de la **división**: **D_3**

El propio maestro, con las indicaciones que se le han dado, puede hacer el trabajo didáctico necesario para la comprensión del mismo por sus educandos y buscar ejemplos de las modificaciones de CM 2´ y CM 2", a partir de los ejercicios resueltos anteriores. .

En el epígrafe 3.3 **se recomienda ejercitar las estructuras Ig 5, Ig 6, CA 6, Co 5 y GI 3 e** introducir **la nueva** R 3

En la clase prevista para introducir el procedimiento escrito de la división (todos los dividendos parciales son divisibles por el divisor). Se pudiera motivar con el problema de la página 121 del LT u otro similar. Cuando los alumnos se percaten de la necesidad de dividir 36 : 3 y que están en presencia de la estructura GI 2, también se tendrá en cuenta que no saben como calcularlo. En elaboración conjunta se puede resolver esta situación aplicando conocimientos que ya poseen (por analogía), al descomponer el dividendo en dos sumandos y aplicar la propiedad distributiva. Es el momento preciso para aplicar el propio procedimiento escrito, mediante la galera, por ser el más usado en la práctica y por simplificar los cálculos, sobre todo en los casos de números grandes.. Después de haber controlado el resultado, se puede presentar el siguiente problema:

Un estibador necesita distribuir 369 paquetes de libretas, por igual, entre tres camionetas. ¿Cuántas tendrá que colocar en cada una?

Después que los alumnos descubran que el problema se resuelve mediante las división 369 : 3 y que se aplica el significado de la división D_3., también arribarán a la conclusión que no saben como resolverlo, entonces se les dirá que el estibador tampoco sabe como resolverlo; sin embargo, a él se le ocurrió un método práctico que les va a resultar de interés. Vemos cómo procedió:

a) Colocó 100 paquetes en cada camioneta. ¿Cuántos paquetes habrá distribuido? Rta. 3.100 = 300
b) Después decidió poner 20 paquetes en cada una.
   ¿Cuántos paquetes puso en esta oportunidad? Rta. 3.20 = 60

   ¿Cuántos paquetes le faltan por distribuir ahora? Rta. 9
c) Finalmente le resultó muy fácil distribuir los paquetes que le quedaban: le correspondía tres cada camioneta. ¿Puedes decir cuántos paquetes colocó en total en cada camioneta? Rta 123

El docente aprovechará este proceder para justificar el **procedimiento escrito de la división empleando la galera**, pues estas **sustracciones sucesivas** se corresponden con las que se deben ejecutar al realizar la operación mediante el procedimiento escrito.

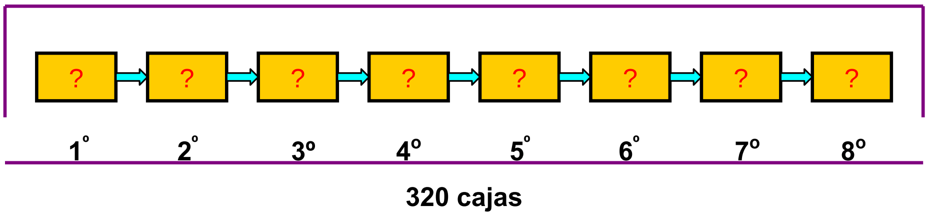
Para introducir la estructura R 3 se puede parafrasear el problema utilizado para el caso de R 2, que tendría la siguiente forma:

Un camión cargado con 320 cajas de naranjas debe dejar la misma cantidad de cajas en cada escuela primaria, hasta que quede vacío. ¿Cuántas

Mediante una escenificación, similar al caso anterior, se puede arribar colectivamente a la siguiente conclusión: debemos buscar un sustraendo que restado ocho veces del minuendo 320 nos dé como resultado cero. Pero este cálculo se simplifica si efectuamos la división: 320 : 8 = ?

Para precisar el significado que sirve de fundamento a la anterior estructura se puede proceder como en los casos anteriores:

<u>Modelación rectangular:</u>



¿Qué es lo conocido?

- la cantidad de cajas que tiene el camión: **320** (**minuendo);**
- la cantidad de escuelas que alcanzaron naranjas: **8** (**la cantidad de restas sucesivas que se tuvo que efectuar para que la diferencia fuese cero).**

¿Qué es lo desconocido?

- la cantidad de cajas que dejó en cada escuela: **?** (**sustraendo que se repite**).

Es decir que hemos encontrado un nuevo **significado** de la **división** que tiene que ver con las **restas sucesivas** pero que en esta oportunidad se puede enunciar así:

D_2: Dado un minuendo y la cantidad de restas sucesivas que deben realizarse hasta que la diferencia sea cero. Hallar el sustraendo que se repite.

Como se expresó en la estructura R 2 no siempre resulta tan evidente el significado aplicado en cada caso, sino que hay que descubrirlo con cuidado. Utilicemos el problema similar al utilizado en el caso anterior:

Antonio tiene 120 caramelos. Si cada vez que él visita a sus abuelos le lleva la misma cantidad de

Aquí son válidos los comentarios realizados al plantear el problema similar en la estructura anterior, por lo que se considera que el docente puede realizar los impulsos adecuándolos a esta nueva situación.

Para ejercitar las estructuras indicadas arriba se puede proceder como se ha ido realizando en este documento:

El No.8p.126 LT que es del tipo Gi 3 y Ca 2 y se le puede añadir:

¿Cuántos kg había el lunes por la tarde en la bodega sabiendo que el martes entraron 425 kg de azúcar, lo que permitió acumular un total de 635 kg? Rta. 635 – 425 = ? (Co 5).

El No.7p.130 que es del tipo Dv 2 se le puede agregar:

a) <u>Si la empresa tuviera 134 hombres menos, tendrían la misma cantidad de hombres que de mujeres. ¿Cuántas mujeres tiene la empresa, si se sabe que trabajan 2 091 hombres?</u> Rta. 2 091 – 134 = ? (Ig 6)

b) ¿Cuántos obreros tendrá una granja si esta empresa tiene 321 trabajadores menos que la granja? Rta. 4 048 + 321 = ? (CA 6)

El No.8p.130 tiene las estructuras Dv 3 y Cb 1, se indica para los aventajados aunque esperamos que puede ser resuelto por la mayoría de los escolares que están recibiendo esta propuesta. Al mismo se le puede añadir:

Si Jorge compra 15 postales entonces tendrá igual número de postales que Luis. ¿Cuántas postales tiene Luis? Rta. 107 + 15 = ? (Ig 5)

El No.18p.131 es del tipo Dv 2 y se le puede agregar los incisos:

a) Si a las 7:00 a.m. llegaron 108 milicianos. ¿Cuántos habían llegado antes de las siete de la mañana? Rta. 250 – 108 = ? (Co 5)

b) Si hubiesen participado 23 milicianos menos entonces hubiesen alcanzado un fusil para cada uno. ¿Cuántos fusiles existían? Rta. 250 – 23 = ? (Ig 6).

El No.19p.131 tiene las estructuras Dv 2 y Co 3 y se le puede añadir:

a) Si 47 niños más hubiesen montado los caballitos entonces se hubiesen cubierto todas las localidades de los mismos. ¿Cuántos caballitos tiene el parque?
Rta. 13 + 47 = ? (Ig 5).

b) En el parque se alquilan bicicletas y patines. Hay 50 bicicletas que representan 15 artículos menos que los patines. ¿Cuántos patines hay?
Rta. 50 + 15 = ? (CA 6)

El No.7p.134 que es de los tipos Dv 1 y Dv 2 se le puede agregar:

a) El equipo de Santiago de Cuba ha ganado 45 juegos. Si perdiera 7 juegos entonces tendrá la misma cantidad de juegos ganados que Ciego de Ávila. ¿Cuántos juegos ha ganado C. de Ávila.? Rta. 45 – 7 = ? (Ig 6)

El No.7p.235 que es de los tipos Gi 1 y Co 2, se les puede agregar:

Si se distribuyen diariamente 284 pollos menos que huevos. ¿Cuántos huevos se reparten cada día? Rta. 475 + 284 = ? (CA 6).

El **epígrafe 3.4** está dedicado a la **ejercitación variada**. En el LT aparecen algunos problemas que pueden ser utilizados con estos fines. Según el plan previsto, la preparación sistemática del escolar de tercer grado debe culminar haciendo énfasis en la estructura Co 6. Se puede proceder como se ha orientado en epígrafes anteriores:

El No.13p.137 es de los tipos GI 1 y Co 1, se le puede añadir:

¿Cuánto tenía Ernesto en su cuenta de ahorro, si tuvo necesidad de hacer una extracción de $385, por lo que ahora le quedan $796? Rta. $796 - $385 = ? (Co 6).

El No. 14p.137 es del tipo GI 1 y se le puede agregar:

Si Alejandro solamente compró las postales y le devolvieron $3,60. ¿Con qué tipos de billetes pudo haber pagado? Rta. $3,60 + $1,40 = ? (Co 6) . Debe observase que como lo que entregó fueron cinco pesos pudo haberlo pagado con un billete de cinco o con cinco billetes de un peso cada uno.

El No.19p.138 es del tipo GI 3 y se le puede añadir:

Durante la jornada de trabajo los alumnos escardaron 24 surcos de malas yerbas. Aún faltaron 13 surcos por limpiar. ¿Cuántos surcos estaban sin escardar al iniciar la jornada de trabajo? Rta. 13 + 23 = ? (Co 6).

Finalmente el No.28p.139 que es del tipo GI 1 se le puede agregar:

¿Qué tipo de billetes utilizó para pagar un adulto del grupo, si el pagó todos los gastos, tanto de los adultos como de los niños, sabiendo que le devolvieron siete pesos?

Rta. \$7,00 + \$3,00 = ? (Co 6). En este caso solamente pudo haber pagado solamente pudo haber pagado con un billete de diez pesos.

ANEXO DE PROBLEMAS PARA TERCER GRADO:

1. Cary quiere ser tan alta como su mamá. La mamá mide 170 cm y su hija 75 cm menos que su mamá.

a) ¿Cuál es la estatura de Cary? Rta. 170 – 75 = ? (CA 2)
b) ¿Cuántos cm le faltan a Cary para tener la misma estatura que se mamá? Rta. 75 cm (Ig 1).
c) ¿Cuál es la diferencia entre ambas estaturas? Rta. 75 (CA 1,2)
d) ¿Cuántos cm más alta es la mamá que su hija? Rta. 75 (CA 1).

2. La maestra de Paulino dio un lápiz a cada uno de sus 32 alumnos, los lápices vienen

en paquetes de 10.

a) ¿Cuántos paquetes ella usó completamente? Rta. 3 (2)
b) ¿Cuántos lápices ella sacó del paquete que no fueron usados todos?
Rta. 10 – 2 = ? (Co 2).
c) ¿Cuántos lapides sobraron de ese paquete? Rta. 10 – 2 = ? (Co 2)

3. En un centro donde se recuperan materias primas cambian 3 botellas vacías y 1 kg de cartón por un cuaderno escolar. Israel tiene 9 botellas y 3 kg. de cartón. ¿Cuántos

cuadernos escolares recibirá de cambio? Rta. 9 : 3 = ? (GI 3)

4. Bárbara está leyendo un libro que tiene 42 páginas. Ella ya leyó la mitad. ¿Cuántas páginas le faltan por leer? Rta. 42 : 2 = ? (Dv 2)

5. Renato tiene tres dados. ¿Cuáles son las posibilidades que al tirar los mismos la suma de sus puntos siempre de 12? Rta. 6

6. En un aula de tercer grado hay doce pupitres ocupados por varones y quince ocupados por hembras y tres varones. Responde:

a) ¿Cuántos niños en total hay en el aula? Rta. 12 + 15 = ? (Cb 1).
b) ¿Cuántos pupitres hay en total? ¿Cuántas decenas son?
Rta. 27 + 3 = ? (Cb 1) ; 30 : 10 = ? (GI 2)
c) ¿Es posible hacer trabajos por parejas en esta aula? ¿Por qué? Rta. No
Porque 27 no es un número par.

7. El equipo de Pinar del Río ha hecho 10 carreras que representa el doble de las carreras que ha acumulado el equipo de Industriales hasta la séptima entrada.

a) ¿Cuántas carreras ha hecho el equipo d Industriales? Rta. 10 : 2 = ? (Dv 2).
b) ¿Cuántas carreras tendrá que hacer el equipo perdedor para empatar?
c) Rta. 10 – 5 = ? (Ig 1).

8. La mamá de Adrián comenzó a realizar caminatas para bajar de peso. El lunes anduvo 2 km. Cada día aumentaba un km. ¿Cuántos km. ella caminó el viernes? Rta. 5 km (Co 1).

9. Maritza participa en una Olimpiada de Matemática. Hasta el momento ha resuelto 4 ejercicios. Esto es la tercera parte de todos los ejercicios que debe resolver.

a) ¿Cuántos ejercicios debe resolver? Rta. 4.3 = ? (Dv 4).
b) ¿Cuántos le faltan por resolverlos todos? Rta. 12 – 4 = ? (Ig 1).

10. Juan es más viejo que Luisa, Enrique es más joven que Claudia, que es más vieja que Luisa, pero más joven que Juan. ¿Cuál es el niño más “viejo” de todos? Rta. Juan

11. La edad del abuelo de Ofelia es siete veces tantos como la de su nieta. Si Ofelia tiene 9 años.

a) ¿Cuál es la edad del abuelo? Rta. 7 . 9 = ? CM 1).
b) ¿Cuál es la diferencia de edades entre ambos? Rta. 63 – 9 = ? (CA 1,2)

12. En un campamento de pioneros pueden alojarse 251 niños. El sábado se alojaron 142 pioneros y el domingo 8 niños menos. ¿Cuántos niños se alojaron el domingo?
Rta. 142 – 8 = ? (CA 4).

13. Nicolás tenía 5m50cm de cable para reparar una instalación eléctrica. Le sobraron 60 cm. ¿Qué longitud tenía el cable que utilizó Nicolás? Rta. 550 – 60 = ? (Co 4).

14. Emilia necesita 6 m de tela para confeccionar una cortina. Le faltan 65 cm. ¿Cuántos m de tela tiene Emilia? Rta. 600 – 65 = ? (Ig 3).

15. En una sala hay 4 personas. Cada persona saluda a las otras con un abrazo. ¿Cuántos abrazos serán dados.? Rta. Seis.

16. En una jornada de trabajo voluntario los pioneros de tercer grado de una escuela primaria recolectaron naranjas. El grupo “A” recogió 1 677, el grupo “B”, 53 naranjas más, mientras que el grupo “C”, 48 menos que el “A”. ¿Cuántas naranjas recolectaron en total?

Rta. 1 687 + 53 = ? (1 740) (CA 3); 1 687 – 48 = ? (1 639) (CA 4) ;

1 687 + 1 740 + 1 639 = ? (5 066) (Cb 1).

17. Una librería recibió 10 cajas con 200 libros cada una, para la realización de una feria. Si el plan previsto para dicho centro es de 3 000 libros. ¿Cuántos libros deben enviarse todavía? Rta. 10 . 200 = ? (2 000) (GI 1); 3 000 – 2 000 = ? (1 000) (Ig 3).

18. De un rollo de alambre se utilizaron 419 m para cercar un solar y quedan todavía 835 m. ¿Cuántos m de alambre tenía el rollo antes de iniciar el cercado?

Rta. 835 + 419 = ? (1 254) (Co 6).

19. Rubén saltó 3m60cm. Esto representa 80 cm menos que lo que saltó Damián. ¿Qué distancia saltó Damián? Rta. 360 + 80 = ? (440) (CA 6).

20. En un aula de tercer grado hay 15 niños: 10 usan tenis y 8 tienen relojes pulseras. ¿Cómo es posible esto?. Rta. Porque hay tres niños que usan tenis y también llevan reloj.

21. ¿Qué altura tenía una presa si después de las lluvias caídas se elevó en 65 cm, por lo que ahora tiene 3m 90cm? Rta. 390 – 65 = ? (325) (Co 5).

22. En una fábrica cubana de bicicletas tienen previsto entregar 1 240 bicicletas para los trabajadores de educación durante este mes. Ya tienen listas 2 523 gomas. ¿Cuántas gomas le sobran? Rta. 1 240.2 = ? (2 480) (GI 1)

23. En un huerto escolar tienen sembrados 36 canteros de hortalizas. De ellos la mitad son de lechugas, que son 5 canteros más que los sembrados de rábano. ¿Cuántos canteros están sembrados de rábano? Rta. 36 : 2 = ? (18) (Dv 2); 18 – 5 = ? (13) (CA 5).

24. Durante el receso la directora de una escuela primaria le propuso a sus alumnos efectuar un juego competitivo. Para ello debían agruparlos en tres equipos. ¿Cómo tú organizarías los tres equipos de manera que estén lo más equilibrados posible?

Rta. Dividiendo la cantidad de alumnos que asistieron ese día por tres.

En lugar de realizar ese cálculo, la directora procedió así: Envió a 20 alumnos que se pusieran al frente de las puertas de tres aulas cercanas; después indicó a otros 10 alumnos que hicieran lo mismo y como todavía quedaban estudiantes envió 5 para cada equipo. Una vez realizada esta distribución no quedaron algunos por repartir. ¿Cuántos alumnos tienen cada equipo. ¿Cuántos alumnos asistieron ese día al centro escolar?

Rta. 20 + 10 + 5 = ? (35) (Co 1) ; 35.3 = ? (GI 1).

25. Los equipos femeninos de voleibol de Cuba, Rusia, Brasil y China disputan un campeonato. Todos los equipos se enfrentan una sola vez. Habrá seis juegos. Haz una lista de todos estos juegos.

26. En el CDR “Antonio Maceo” se vacunaron 250 niños, faltan todavía por vacunar 180 niños. ¿Cuántos niños se vacunaron en total? Rta. 250 + 180 =? (Ig 5).

27. ¿Cuántos refrigeradores se fabricaron durante el mes de enero sabiendo que enviaron 6 547 de esos equipos para diversos centros de trabajo en ese mes y que quedaban 1 379 de los fabricados? Rta. 1 379 + 6 547 = ? (7 926). (Co 6).

28. Seis amigas de Mariluz le van a comprar un regalo por su cumpleaños. Cada una debe dar $8 para adquirirlo. Pero sucedió que a última hora dos de las muchachas no tenían dinero para la compra, por lo que el valor del presente tuvo que ser pagado a partes iguales por las otras amigas. ¿Cuánto tuvo que pagar cada una de ellas, además de lo previsto inicialmente?

    Rta. 2.$8 = ? ($16) (GI 1); $16 : 4 = ? ($4) (GI 2)

29. Un cine tiene 3 500 localidades, pero ya fueron ocupados 2 135.
    a) Descontando los asientos ocupados. ¿Cuántos sobran?
    b) ¿Cuántas personas faltan para llenar el cine?

    Rta. En ambos incisos la respuesta es: 3 500 – 2135 = ? (Ig 6)

30. La maestra le dice a sus alumnos de tercer grado la siguiente adivinanza: “Las edades de mi hija y la mía suman 39 años y yo tengo el doble de la edad de ella? ¿Pudieras descubrir la edad de cada una?

    Sugerencia: Realiza tus tanteos y escríbelos en una tabla.

    Rta. La maestra tiene 26 años y su hija 13.

31. Para el fin da curso los alumnos y maestros de tercer grado prepararon una excursión a un centro turístico de su provincia. Fueron 151 alumnos y 4 maestros en ómnibus que tenían una capacidad de 34 personas.
    a) ¿Cuántos ómnibus fueron utilizados? Rta. 151 + 4 = ? (155) (Cb 1); 155:34 = ? (cociente 4 y resto 19) por lo que se necesitan cinco ómnibus (GI 3).
    b) * ¿Sería posible que hubiesen distribuido el personal de manera que en todos los ómnibus fueran la misma cantidad de asientos vacíos? En caso que la respuesta fuera afirmativa ¿Cuántas personas hubiesen podido viajar en cada ómnibus?

Rta. Sí, 155 : 5 = ? (31) (GI 2).

32. En una caja hay tres decenas de lápices rojos y amarillos. Si hay 19 rojos. ¿Cuántos son amarillos? Rta. 30 – 10 = ? (Cb 2)

33. Mis padres fueron al mercado con 500 pesos. Después de efectuar las compras le sobraron 125 pesos. ¿Cuánto gastaron en la compra? Rta. 500 – 125 = ? (Co 4).

34. Un pantalón carmelita vale $110 mientras que uno azul cuesta $95. Tres jóvenes conversan en su escuela sobre las compras realizadas:

Adán: "Yo compré primero el pantalón carmelita y después el azul"

Eloy: " Pues yo adquirí primero el pantalón azul y posteriormente el carmelita"

Claudio: "Entonces Uds. pagaron lo mismo?

¿Es cierto lo que plantea Claudio? ¿Por qué? Rta. Sí; porque si en una suma los sumandos se intercambian la suma no cambia.

35. Con las sílabas CA, BO y LO sin repetirse ninguna se pueden escribir seis palabras de dos sílabas cada una. ¿Cuáles son?

36. En un seminternado de primaria hay 40 aulas. Esa cantidad es ocho veces tantos como las que tiene el tercer grado

a) ¿Cuántas aulas ocupa el tercer grado? Rta. 40:8 = ? (CM 2)
b) Si este centro tuviese tres aulas menos de 4to. grado entonces este grado tendría la misma cantidad de aulas que el tercer grado. ¿Cuántas aulas tiene cuarto grado?
Rta. 3 + 5 = ? (Ig 4).

37. En la taquilla de un cine se han recaudado hoy 8 525 pesos. El taquillero dice que por la tarde cobró 2 675 pesos. ¿Es cierto que por la noche cobró 5 850 pesos? ¿Por qué? Rta. Sí porque 5 850 + 2675 = 8 525 o también 8 525 – 2 675 = 5 850.

38. a) Fernando tiene 52 chinatas, de las cuales 39 son azules. ¿Cuántas chinatas no son azules? Rta. 52 – 39 = ? (Cb 2).

b) Su padre le regaló algunas otras. Ahora tiene 83. ¿Cuántas chinatas le regaló el padre? Rta. 83 – 52 = ? (Co 3).

39. El abuelo de José tiene una arboleda en el patio de su casa. Recogió 224 aguacates y quiere repartirlos en partes iguales para sus cuatro hijos. Como él no ve bien y tampoco se recuerda como realizar cálculos matemáticos, procedió de la siguiente forma:

a) Buscó 4 cajas y colocó en cada una 50 aguacates. ¿Cuántos aguacates le faltaron por colocar? Rta. 4,50 = ? (200) (R 1); 224 – 200 = ? (24) (Co 2).
b) Después distribuyó 6 aguacates más en cada caja. ¿Quedaron aguacates por distribuir? ¿Cuántos aguacates le correspondió a cada hijo? Rta. 6.4 = ? (24) (R 1); 200 + 24 = ? (224) luego no quedaron aguacates por distribuir. A cada hijo le correspondió 50 + 6 = ? (56) (Co 1)
c) Si tú hubieras estado al lado de este equitativo abuelo. ¿Cómo le hubieras ayudado a resolver esta situación de una manera más rápida? Rta. 224 : 4 = ? (56) (GI 2)

40. Gabriela tiene menos de cinco pesos. Ella tiene el doble de lo que tiene Hortensia. Da tres posibilidades de lo que pudiera tener cada una.

41. En un evento deportivo Palmira obtuvo 45 puntos en la carrera. Esto es la mitad de los puntos ganados por Maribel. ¿Cuántos puntos obtuvo Maribel? Rta. 45.2 = ? (Dv 4)

42*. A Jaime le gusta la filatelia. En sus colección tiene 105 sellos de animales y 73 de plantas y flores. Esto es la tercera parte de los sellos que tiene Leonardo. ¿Cuántos sellos tiene Leonardo? Rta. 105 + 73 = ? (178) (Cb 1); 178 . 3 = ? (534) (Dv 4)

43. ¿Cuántos ladrillos se utilizaron en una construcción si se sabe que se trajeron 10 000 y 5 000 tejas y sobraron 98 ladrillos? Rta. 10 000 – 98 = ? (9 902) (Co 4).

44. Un tren comercial puede transportar 7 470 kg. de naranjas, que es nueve veces tantos como que lo que puede trasladar una rastra. Por otra parte, un camión puede cargar la mitad de lo que lleva una rastra. ¿Cuántos kg. de naranjas puede transportar este camión y esta rastra? Rta. 7 470 : 7 = ? (830): (CM 2); 830 : 2 = ? (415) (Dv 2).

45. El papá de Joaquín debe hacer una instalación eléctrica en su casa para lo cual necesita aproximadamente 2 m de cable. Él dispone de pedazos de cables que miden: 3 de 75 cm cada uno, uno con 1m 9cm y otro con 55 cm. ¿Cuáles de ellos debe empatar para desperdiciar la menor cantidad posible de material?
Rta. 75 + 75 + 55 = ? (205)

46. Daniela tiene 45 años de edad mientras que Estrella tiene 39 años; por otra parte la edad de Leonor excede en 11 años a la de Estrella.
a) ¿En cuánto excede la edad de Daniela respecto a la de Estrella? Rta. 45 – 39 = ? (6) (CA 1')
b) ¿Qué edad tiene Leonor? Rta. 39 + 11 = ? (CA 3')

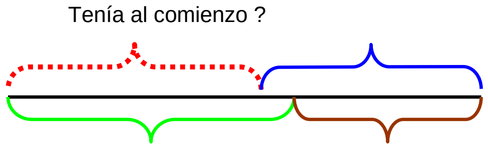
47. En una exposición de muebles hay 524 sillas. Se van a colocar cuatro sillas y un mantel por cada mesa.. ¿Cuántas mesas y manteles se necesitarán?
Rta. 524 : 4 = ? (131) (R2) Se necesitarán 131 mesas y 131 manteles.

48. Una granja porcina tiene 1 744 cerdos ahora. Esto es ocho veces la cantidad de cerdos que tenía hace cinco años. ¿Cuántos cerdos tenía 5 años antes de la fecha actual? Rta. 1 744 : 8 = ? (Dv 3)

49. a) En una fábrica de calzado trabajan 184 hombres. Esa cantidad excede en 17 personas la cantidad de mujeres que allí laboran. ¿Cuántas mujeres laboran en esa fábrica? Rta. 184 – 17 = ? (CA 5').
b) Si la cantidad de mujeres que laboran en la fábrica de calzado es la quinta parte de las mujeres que laboran en una fábrica de confecciones. ¿Cuántas mujeres trabajan en la fábrica de confecciones? Rta. 167 . 5 = ? (835) (Dv 4)

50. Leticia tiene 30 años y sus tres hijos tienen edades diferentes. Si multiplicamos las edades de los tres hijos nos va a dar 50. ¿Cuál es la edad de cada hijo? Rta. 1, 5 y 10.

51*. Máximo le cuenta a sus amiguitos lo que le sucedió el domingo, pero en forma de una adivinanza: "Estaba paseando. Me encontré en el paseo con un amigo que me debía 36 pesos y me los pagó. Continué en el paseo y gasté $50. Cuando llegue a la casa tenía 30 pesos. ¿Cuánto dinero yo tenía al comienzo del paseo? ¿Podrías tú averiguarlo? Para ayudarte a resolverlo te voy a ofrecer el siguiente esquema. Cuando lo completes podrás resolverlo.



52. Un conejo respira aproximadamente 90 veces por minuto. Un pollo respira tres veces más lento que el conejo, mientras que un ratón respira dos veces más rápido que el conejo. ¿Cuántas veces por minuto respira un pollo? ¿Cuánto el ratón?

Rta. 90 : 3 = ? (30) (CM 1"); 90 . 2 = ? (180) (CM 1´).

53. a) ¿Cuántas veces deberás sustraer sucesivamente 6 de 118 hasta obtener como resultado un número menor que 6? Rta. 19 veces (R 2)

b) ¿Cuál es la diferencia en esta última sustracción? Rta. 4

NOTA: Aquí no se pretende que el alumno efectúe las restas sucesivas, sino que interprete la división como restas sucesivas (aunque en este caso tiene la particularidad de tener resto.

54*. En un concurso de Matemática participaron 118 alumnos de una escuela primaria. Son 13 niños menos que la mitad de todos los alumnos de esa escuela. ¿Cuántos estudiantes tiene dicha escuela? Rta. 118 + 13 = ? (131) (CA 6); 131 . 2 = ? (161) (Dv 4)

55. ¿Cuál es el menor número que multiplicado por 6 da más de 200? Rta. 34.

56. En una granja agropecuaria "A" recolectaron 2 677 racimos de plátanos mientras que la recolección de otra granja "B" tiene un defecto de 708 racimos respecto a la granja "A". ¿Cuántos racimos de plátanos recolectó la granja "B"? Rta. 2 677 – 708 = ? (CA 3')

57. En una zona forestal se decidió plantar este año 4 268 pinos para mejorar las condiciones ambientales. Esto es el doble de lo sembrado el año anterior. ¿Cuántos pinos se plantaron el año anterior? Rta. 4 268 . 2 = ? (Dv 3)

58. En una granja agropecuaria se recogieron 1 225 repollos de col. Decidieron entregar a cada comedor obrero 245 repollos. ¿Para cuántos comedores obreros alcanzará?
NOTA: Para resolverse este problema por el significado que presenta debe efectuarse la división 1 225 : 245 = ?, o sea es un problema de la estructura GI 3. Ahora bien como ellos no saben efectuar esa división se les puede sugerir utilizar otro significado para resolverlo (hasta tanto no aprendan a realizar dicho cálculo en cuarto grado): efectuar restas sucesivas y comprobar que al realizar 5 restas se habrán repartido todos los repollos.

59. Una libélula puede volar 100 km por hora. Ella es nueve veces menos rápida que un avión TU-104; mientras tanto que una paloma puede volar 40 km por horas menos que la libélula en una hora ¿Qué velocidades puede alcanzar el avión y la paloma?.

Rta. 9.100 = ? (900) (CM 2”), 100 – 40 = ? (60) (CA 4).

60. Para medir la longitud de una cuadra, Jesús caminó 30 pasos mientras que Lázaro lo hizo con 32.

a) ¿Por qué ellos encontraron resultados diferentes? Rta. Porque NO utilizaron la misma unidad de medida.
b) ¿ Cuál de los dos tiene un mayor paso? Rta. Jesús porque dio menos pasos.

61. En un trabajo productivo los pioneros van al campo a recoger naranjas. La brigada de Marcos recogió 215 cajas mientras que la de Omar recogió 106.

a) ¿Cuál es la diferencia de lo que recogieron ambas brigadas?
Rta. 215 – 106 = ? (CA 1,2)
b) ¿Cuál es el defecto de la cantidad de cajas que recogió la brigada de Omar respecto a la de Marcos? Rta. La misma respuesta que el inciso anterior.

62. a) Un broncosaurio es un inmenso dinosaurio que vivió millones de años atrás. Tenía 9 m de altura, 21 m de largo (con el rabo estirado) y 35 000 kg. de peso. Él es siete veces más pesado que un gran elefante. ¿Cuánto pesa uno de estos elefantes?

Rta. 35 000 : 7 = ? (CM 2”)

b) El peso de una ballena grande puede pesar el triplo de un broncosaurio. ¿Cuántos kg. ella puede tener? Rta. 3 . 35 000 = ? (Dv 1)

63. Existió otro tipo de dinosaurio denominado tiranosaurio que fue el más feroz de ellos. Era temido por los demás animales. Su largo y su altura era 3 m y 7 m respectivamente menos de que un broncosaurio. Su peso era aproximadamente la mitad del peso de un broncosaurio ¿Cuál es el largo, la altura y el peso de un tiranosaurio?

Rta. 9 – 3 = ? (6); 21 – 7 = ? (CA 4); 35 000 : 2 = ? (Dv 2).

64. Sebastián realizó un viaje a 200 km. de distancia de su hogar. Cuando anduvo 130 km se detuvo a almorzar en un restaurante. Después el continuó el viaje y cuando ya había recorrido 25 km. se dio cuenta que se le había quedado su bolso

en el restaurante con varios documentos importantes y regresó a recogerlos. Posteriormente recorrió los km. que le faltaban para concluir su viaje. ¿Cuántos km. recorrió en total Sebastián? Sugerencia: Puede apoyarte en un esquema para comprenderlo mejor. Rta. 250 (téngase en cuenta que el tramo de 25 km lo recorrió TRES veces).

65. Los dedos de la mano se denominan: Pulgar (p), índice (i), del medio (me), anular (a) y meñique (mq). Si Talía quiere escoger dos de esos dedos para ponerse unas sortijas. ¿Cuáles dedos ella pudiera escoger Rta. Puede seleccionar diez parejas.

66. Julio que es mi gran amigo
nació en el año 1985
piensa tú y me ayudarás
a descubrir ahora conmigo
la edad que Julio tendrá
para el año 2005. Rta. 2 005 – 1985 = ? (20) (Co 3).

67. Abraham gastó la cuarta parte de su dinero en un pantalón. Si el mismo le costó siete pesos. ¿Cuánto dinero tenía Abraham antes de comprar este artículo?
Rta. 7 . 4 = ? (Dv 4).

68. En dos cajas de naranjas había 120 naranjas. De la primera se tomaron 18 y en la segunda se colocaron el triplo de 6. ¿Cuántas naranjas quedaron en ambas cajas?
Rta. 120 – 18 = ? (102) (Co 2); 3.6 = ? (18) (Dv 1) Como se sacaron y colocaron la misma cantidad ahora hay lo que había al inicio: 120.

69. ¿Cuántas veces Arnaldo podrá visitar al mercado para comprar platanitos si cada vez que va allá compra cinco pesos de estas frutas y dispone para este fin de sesenta pesos? Rta. 60 : 5 = ? (12) (R 2)

70. Un avión tardó 90 minutos en volar de la ciudad A a la B. En su viaje de regreso siguió la misma ruta que en su viaje de ida y se demoró una hora y treinta minutos.

a) ¿ En cuál de los dos viajes fue más rápido? Rta. Tuvo la misma velocidad porque 90 minutos equivale a una hora y treinta minutos.

b) Si en el viaje de retorno se hubiera demorado una hora y veinte minutos. ¿en cuál de los dos viajes fue más veloz? Rta. En el viaje de regreso al emplear menos tiempo.

71. Tres alumnos de tercer grado sostienen una conversación sobre la cantidad de problemas que habían resuelto durante una semana. Escúchala y después contesta la pregunta formulada:

Elías: “Yo he resuelto 3 problemas más que Justa”.

Justa: “Pues yo he resuelto el doble que Onelio”.

Onelio: ”Yo he resuelto 9 problemas”

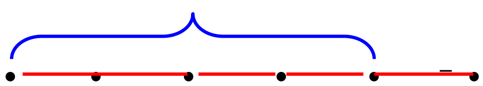
Elías: “Dime amiguito ¿cuántos problemas he resuelto yo?

Rta. 9.2 = ? (18) Dv 2; 18 + 3 = ? (21) (CA 3)

72. Una paloma mensajera se encontraba distante de su casa 480 km. Ella puede regresar a su hogar a una velocidad constante en 6 horas y es tres veces más lenta que un helicóptero. ¿Cuán rápido puede volar el helicóptero?

Rta. 480 : 6 = ? (80) (G 2); 80 . 3 = ? (240) (CM 2”)I

73. La suma de dos número ”a” y “b” es 100, mientras que “b” es el cuádruplo de “a” ¿Cuáles son esos números? Sugerencia: Completa el siguiente esquema para que te resulte más fácil resolverlo:

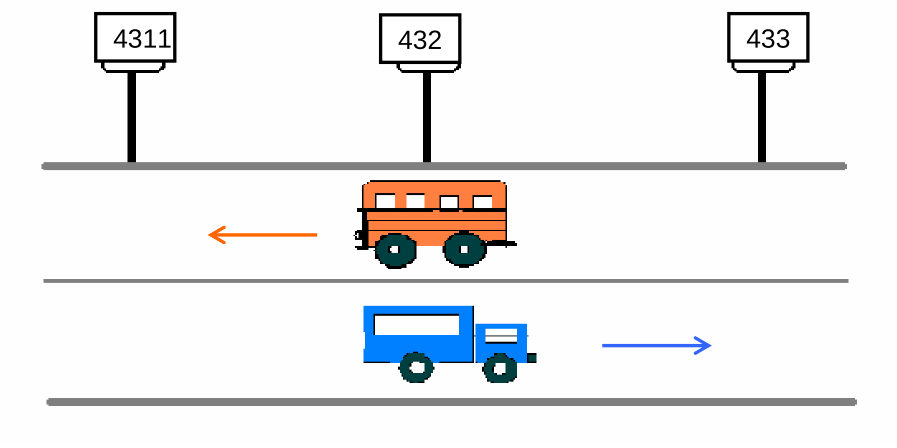


Rta. 100 : 5 = ? (20); 100 – 20 = ? (80) (Cb 2)

74. Clemente es un camionero que trabaja en una granja avícola y regularmente transporta huevos para La Habana. En cada viaje él lleva la misma cantidad de cajas y durante este mes debe dar 20 viajes. ¿Cuántas cajas de huevos debe llevar en cada viaje si debe transportar en total 5 000 cajas. Rta. 5 000 : 20 = ? (250) (R 3).

75. Cada alumno trajo de su casa 2 caramelos y la maestra le dio el triplo de lo que ellos entregaron. En total la maestra distribuyó por igual 96 caramelos entre los 16 alumnos que asistieron ese día. ¿Cuántos caramelos recibió cada niño? Rta. Puede resolverse de dos maneras 2.3 = ? (Gi 1) por supuesto la más fácil ó 96 : 16 = ? (GI2)

76. Observa con detenimiento el siguiente dibujo para que puedas contestar lo que se te preguntará después:



El camión y el ómnibus ya viajaron 21 km y NO salieron del mismo lugar. ¿Cuántos km
marcaba en las señales de carretera en los lugares de partida del camión y del ómnibus?

Rta. Camión: 432 – 21 = ? (421) (Co 2)

Ómnibus: 432 + 21 = ? (453) (Co 1)

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS PARA TERCER GRADO:

Para evitar la reiteración, en este material no hemos incluido las **observaciones preliminares** que se han planteado al inicio de las orientaciones para el primero y segundo grados. Sin embargo, antes de continuar la lectura del presente documento debe revisarse esta parte introductoria que aparece en los precedentes.

En los dos grados anteriores se debió haber introducido las estructuras básicas de los problemas de **adición y sustracción** con números naturales (simples). En el tercer grado solamente se introducirá una variante de los problemas de **comparación**. Es por ello que en este grado debe aprovecharse las potencialidades que los contenidos matemáticos ofrezcan para ejercitar estas estructuras semánticas. En este documento se ha hecho una **distribución** de las mismas **por epígrafes** (como se hizo en segundo grado) con el propósito de buscar un equilibrio de las mismas durante todo el curso. Esto debe entenderse como una **sugerencia** para hacer énfasis en cada una, en los momentos indicados, pero se reitera la conveniencia de ejercitar la mayor cantidad posible de las mencionadas estructuras en cada ocasión que se presente.

En cuanto a las estructuras semánticas de los problemas de multiplicación y división **con números naturales, en este grado se** ejercitarán 6 **de las estudiadas en los grados anteriores y se** introducirán**, por primera vez** 8 **nuevas que también se indicarán cuándo y cómo hacerlo. Las restantes se tratarán en 4to. y 5to. Grado. También se deben aprovechar todas las oportunidades para ejercitarlas.**

En el epígrafe 1.1 **dedicado al repaso de cuestiones importantes de los grados anteriores se sugiere hacer énfasis en las estructuras de la multiplicación R 1 y GI 1. En este sentido se pueden utilizar los ejercicios No.7p.3 y No.3p.7 del LT. El docente debe guiar al niño para que se dé cuenta que los mismos se pude resolver como suma de sumandos iguales en el primer caso (hay una acción reiterada de adición de un mismo sumando en los**

problemas del tipo R 1) y en el segundo se conoce la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte y se quiere hallar el todo (GI 1).

El epígrafe 1.2 **está destinado a contenidos sobre** numeración**. En el mismo se sugiere hacer énfasis en las estructuras Co 1, Co 2, CA 3 o Ig 1. De Co 1 se pudieran proponer: No.7 p.15 y No.2 p.25 del LT así como No. 10 p.28 OM; de Co 2 el primero y último problema de la página 25 del LT, mientras que de CA 3 se pueden proponer los No.1, 2 y 3 p.25 del LT.**

Para los problemas de Ig 1 se pueden agregar algún inciso a los problemas interesantes que aparecen en la pág 25 del LT que se ha mencionado. A modo de ejemplo indicamos los siguientes:

Al No.1p.25LT agregar b) ¿ Cuántas hembras le faltan al CI de Pedagogía para tener la misma cantidad de varones? Rta. 26 – 24 = ? (Ig 1).

En el epígrafe 1.3 **también se trata de** numeración**. Aquí se recomienda ejercitar los problemas del tipo Cb 1; para ello se pudiera agregar algunos incisos a los siguientes ejercicios del LT:**

Al No.11p.41 se le añade: b) ¿Cuántos sellos tienen Enrique y Yoel juntos?
Rta. 40 + 70 = ?

Al No.12p.42 que es del tipo Co 1 se le puede agregar: b) Si el hermano tiene ahora 8 sellos. ¿Cuántos sellos tienen entre ambos hermanos? Rta 39 + 8 = ? (Cb 1).

Al pasar a la unidad No. 2 se sugiere que en el epígrafe 2.1 **se ejerciten los tipos Co 3 y CA 1 y Dv 1 así como introducir las variantes de los problemas de** COMPARACIÓN CA 1' y CA 2' **todos de adición y sustracción.**

Para ello se pueden elaborar problemas además de agregar los siguientes incisos a ejercicios del LT. Los mismos pueden proponerse oralmente:

El No. 2(inciso a)p.49 es del tipo Co 1 se le puede añadir: b) Si el lunes llegaron al campamento 40 pioneros y el miércoles había un total de 70 pioneros. ¿Cuántos pioneros arribaron al campamento el martes? Rta. 70 – 40 = ? (Co 3).

c) ¿Cuántos pioneros llegaron el lunes más que el martes? Rta. 40 – 30 = ? (CA 1). Cuando el estudiante exprese en forma oral la respuesta a este

problema el maestro debe decirle que la misma también puede enunciarse con el siguiente lenguaje: "La cantidad de pioneros que arribaron el lunes excede **en 10 a la cantidad de pioneros que llegaron el martes". Ahora se invitará para de forma colectiva reformular el problema en cuestión de tal manera que la pregunta que se redacte responda realmente a la anterior respuesta. Así hemos obtenido la variante C A´ de los problemas de comparación.**

El No.2(inciso b)p.49 es del tipo Co 2 y se le puede agregar:

c) La semana pasada había en el almacén 40 m de tela. ¿Cuántos m. de tela entraron durante la semana pasada si actualmente hay 65 m.? Rta. 65 – 40 = ? (Co 3).
d) ¿Cuál es la diferencia entre los m de tela que había en el almacén la semana pasada y la actual? Rta. 40 – 25 = ? (CA 1,2)

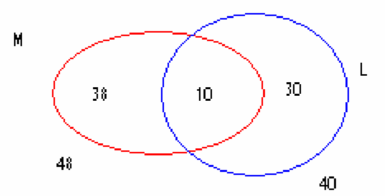
Por otra parte al ejercicio No. 3(inciso ch) es del tipo Cb 1 y se le puede agregar:

d) ¿En cuánto excede la cantidad de alumnos que participaron en el concurso de Matemática respecto

Ahora se les puede pedir a los alumnos que reformulen la pregunta usando la palabra "más**", por lo que ellos deben decir: ¿ Cuántos alumnos participaron en el concurso de Matemática más que en el de Lectura?**

Para los alumnos aventajados se les pudiera agregar otro inciso:

e*) Si 10 estudiantes participaron en ambos concursos. ¿Cuántos participaron en total? ¿Cuántos alumnos solamente concursaron en Matemática? Utilizando la modelación conjuntista **que se le puede sugerir a los escolares ellos pudieran resolverlo así:**



88 – 10 = 78 (participaron en total)

48 – 10 = 38 (partic. solamente en el concurso de Mat.)

El No.3p.53 están formados por dos problemas que le faltan datos y por lo tanto no pueden resolverse. El docente debe aprovechar el mismo para que los propios estudiantes le aporten la información necesaria para que sea soluble; además proponemos en el inciso a) sustituir la pregunta por la siguiente: Si paga en total 50 cts. ¿Cuánto cuesta la goma de borrar? Rta. 50 – 30 = ? (Co 3). También se le puede añadir: ¿Cuánto cuesta la goma de borrar menos que la postal? Rta. 30 – 20 = ? que es del tipo CA 2; al ofrecer la respuesta oral de este problema se les debe informar que también se puede contestar de otra manera: "La goma de borrar tiene un defecto **de 10 cts. respecto a la postal" . Aquí el docente debe destacar que la palabra** defecto **(en este caso) es lo contrario que** exceso **. Sin embargo, conviene precisar que este vocablo tiene otro significado en el lenguaje común: ausencia de las cualidades que debe tener una persona o un objeto. A esta nueva variante se le ha denominado CA 2'. Ahora se les puede decir: cuál sería la pregunta que debemos formular para que se obtenga la respuesta anterior. Rta. ¿Cuál es el defecto del precio de la goma de borrar al de la postal?.**

De esta manera el problema quedaría reformulado así:

Rafael compra una postal de 30 cts. y una goma de borrar en 20 cts. ¿Cuál es el defecto del precio de

También se puede proponer el No.3(inciso b)p.56LT que es del tipo Co 3. Para ejercitar la estructura Dv 1 se pueden elaborar ejercicios tales como el siguiente:

En el concurso de conocimientos ganaron ocho estudiantes del grupo "A" de tercer grado. ¿Cuál es la matrícula de este grupo si la misma es el triplo de los ganadores?

Rta. 3.8 = ?

En el epígrafe 2.2 se sugiere ejercitar la estructura Cb 2 y Dv 2 e introducir las variantes CA 3' y CA 4'. Para ello se puede proceder así:

Al analizar el problema resuelto de la página 71 del LT (que tiene las estructuras Cb 1 y Cb 2) se les puede agregar en forma oral los siguiente incisos:

c) La tercera parte de las niñas que practican atletismo lo hacen en el lanzamiento de la jabalina. ¿Cuántas niñas realizan este lanzamiento? Rta. 30:3 = ? (Dv 2)

d) La cuarta parte de las personas que participan en la competencia de natación son mujeres. ¿Cuántas mujeres participaron en la misma? Rta. 40:4 = ? (Dv 2).

Los ejercicios No.1p.71 y No.5p.72 del LT tienen las estructuras Cb 1 y Cb 2; al último se le pudiera incluir el siguiente inciso:

Si la mitad del dinero que recibe de vuelto se lo dio a su hermano. ¿Cuánto le dio al hermano? Rta. 10:2 = ? (5) (Dv 2) ; 20 – 5 = ? (Cb 2).

Para la introducción de los tipos CA 3' y CA 4' se puede proceder así:

Al proponer el ejercicio No.4p.72 del LT el alumno debe descubrir que no lo puede resolver porque le faltan datos. Ahora el docente le pudiera suministrar oralmente la siguiente información: La cantidad de gorras blancas excede en 25 a la cantidad de gorrar rojas. ¿Cuántas gorras blanca se confeccionaron? A partir de otro ejercicio similar resuelto anteriormente, no debe resultar difícil que el alumno se percate de la necesidad de realizar el siguiente cálculo: 243 + 25 = ? (CA 3').. En definitiva el problema en cuestión se puede reformular colectivamente así:

Para un desfile se confeccionaron gorras rojas y gorras blancas. Se hicieron 243 gorras rojas. La cantidad de gorras blancas excede en 25 a la cantidad de gorras rojas. ¿Cuántas gorras blancas se confeccionaron? (

Se le puede preguntar ¿de qué otra manera se puede brindar la anterior información? Rta. Hay 25 gorras blancas más que rojas. Se puede aprovechar para decirles que recíprocamente" hay 25 gorras menos que blancas" o lo que es lo mismo "la cantidad de gorras rojas tiene un defecto de 25 respecto a la cantidad de gorras blancas". Lo cual prepara al niño para interpretar los problemas de la variante CA 4'.

A modo de ejemplo de este último se puede plantear:

En un trabajo voluntario participan 80 hombres. La cantidad de mujeres tienen un defecto de 10

En el **epígrafe 2.3** se recomienda ejercitar las estructuras Ig 2 y CA 2 e **introducir** las variantes de **CA 5' y CA 6'**. Para ello también se pueden utilizar algunos problemas del LT agregándole algunos incisos de manera oral como se indican a continuación:

El No.11p.76 es del tipo CA 1 y cambiando el orden de la pregunta se puede plantear: ¿Cuántos menos pioneros "José Martí" hay que pioneros "Moncadistas"? Rta. 275 – 153 = ? (CA 2).

El No.17p.77 es del tipo Co 2 y se le puede preguntar adicionalmente:
b) ¿Cuántos árboles frutales menos que rosales se vendieron el martes?
Rta. 63 – 52 =? (CA 2?
c) ¿Cuántos rosales menos se debieron haber vendido el martes para que se hubiesen vendido la misma cantidad que de árboles frutales? Rta. 63 – 52 = ? (Ig 2)

Análogamente se puede proceder con el ejercicio No. 18 p.77 del LT que es de los tipos Cb 1 y Co 2 y se puede preguntar oralmente:

b)¿Cuántas latas de compotas de guayaba menos que compotas de mango llegaron al círculo infantil? Rta. 145 –123 = ? (CA 2).
c)¿Cuántas latas de compotas de mango menos debieron haber traído para que hubiesen llegado la misma cantidad que de compotas de guayaba? Rta. 145 – 123 = ? (Ig 2).

El ejercicio No.20p.82 del LT es de los tipos CA 1 y Cb 1, que se puede añadir:
c) ¿Cuántos alumnos menos tiene el segundo ciclo? Rta. Es el mismo cálculo que hicieron para contestar el inciso a).
d) ¿Cuántos alumnos le sobran al primer ciclo para tener la misma cantidad que el segundo? Rta. 229 – 138 = ? (Ig 2).

El No.21p.82 es del tipo Cb 2 y se le puede añadir: ¿Cuánto menos debe pagar Mercedes que Rosa? Rta. $2,50 - $0,95 = ? (CA 2)

A su vez en el No.22p.82 del LT que tiene las estructuras Cb 1 y Cb 2 se les puede preguntar:

e) ¿Cuánto cuesta la blusa menos que la saya? Rta. $9,50 - $6,60 = ? (CA 2)
f) ¿Qué rebaja habría que hacerle a la saya para que su precio coincida con el de la blusa? Rta. $9,50 - $6,60 = ? (Ig 2)

Para las estructuras CA 5' y CA 6' se pueden utilizar los siguientes problemas:

Fátima tiene 170 sellos. Esa cantidad excede en 45 al número de sellos que tiene Josefina. ¿Cuántos sellos tiene Josefina?
Rta. 170 – 45 = ? (CA 5´.)

Ahora se les puede pedir que reformulen el problema transformando la segunda oración, pero utilizando las palabras "más**" o "**menos". **Seguidamente se les dice que se va a reformulan el problema completamente pero con la misma información:**

> **Josefina tiene 125 sellos. Esa cantidad representa un defecto de 45 sellos respecto a los que tiene**

Análogamente a como se hizo en el caso anterior se puede transformar solamente la segunda oración dejando la primera y la última (la preguntas). En esta oportunidad la segunda quedaría así: "Ella tiene 45 sellos menos que Fátima".

IMPORTANTE: En esta unidad dos se introdujeron las variantes CA i' que amplían las ya conocidas de grados anteriores. Es bueno significar que no se pretende sustituir la estructura primera estudiada, ya que la misma es más sencilla y comprensible, así como más usada en la práctica. El propósito de trabajar con estas nuevas variantes es ampliar el vocabulario de los estudiantes y familiarizarlos con palabras propias de la Matemática. Obsérvese lo útil que les será el dominio de este léxico para cuando en cuarto grado estudien formalmente el **redondeo por defecto y por exceso..**

Como el epígrafe 2.4 **tiene pocas horas para su tratamiento solamente se recomienda hacer énfasis en la estructura CA 4. Para ello se puede continuar proponiendo incisos adicionales a otros que aparecen en el LT. A modo de ejemplos citaremos los siguientes:**

El No.1p.84 es de los tipos Cb 1 y Co 2 y se le puede preguntar oral:
g) ¿Cuántos kg de jurel se vendieron por la mañana, si esta venta es 15 kg. menos que la de merluza? Rta. 292 – 15 = ? (CA 4).

El No. 16p.85 LT tiene las estructuras Cb 1 y CA 1 y se les puede preguntar:

c)Si la brigada de Daniel recoge 23 cajas menos que la de Luis. ¿Cuántas cajas recoge la brigada de Daniel? Rta. 145 – 23 = ? (CA 4)

El No.18p.85 no se puede resolver porque le faltan datos, se le puede preguntar: ¿Cuántos sellos tiene Mario, sabiendo que el tiene 32 sellos menos que Marta?
Rta. 170 – 32 = ? (CA 4)

En el epígrafe 3.1 **se sugiere ejercitar las estructuras CA 5, Ig 3 y GI 2 e** introducir **las nuevas** R 2 , Dv 3 y Dv 4**. Para ello se puede proceder como sigue:**

En el ejercicio No.10p.91 del LT que tiene la estructura GI 2 se les puede preguntar oralmente:

b) Si en dicho almacén existen 25 m más de alambre que de cable. ¿Cuántos m de cable hay? Rta. 230 – 25 = ? (CA 5)

h) Si se compran 40 m de manguera, en el almacén habrá la misma cantidad de m de manguera que de alambre. ¿Cuántos m de manguera existen? Rta. 230 – 40 = ? (Ig 3)

Del tipo GI 2 se pueden seleccionar del LT: No.10p.91, N0.12(inciso a)p.91, No.19p.92 y No.16p.101.

Para introducir la estructura Dv 3 se pudiera partir de un problema interesante que aparece en el LT de 2do. Grado (no.16p.92) que dice así:

Ulises dice: “yo calculo con un número; 12 es el

Al resolver colectivamente el mismo, el maestro siguiendo los impulsos que se recomiendan pudiera utilizar, entre otros los siguientes:

¿Qué es lo que conocemos en este caso?

- **el resultado del producto:** 12 **(**el todo**);**
- **uno de los factores: dado por el vocablo** triplo **(**cantidad de partes iguales**).**

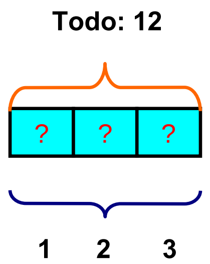
¿Qué es lo que desconocemos?

- **el otro factor**: ? (contenido de cada parte**)**

Es decir, que esta estructura se fundamenta en el significado **de la** división:

D_3 : Dado el todo y la cantidad de partes iguales. Hallar el contenido de cada parte (equipartición).

Si resultara necesario se pudiera modelar así:



cantidad de partes iguales: 3

Debe hacerse énfasis en el escolar como aquí nos encontramos con la palabra “triplo” que es un múltiplo de un número, que pudiera parecernos que debemos multiplicar, sin embargo por el contexto de la estructura, para resolverlo se precisa dividir. Lo cual ratifica la no conveniencia de hablar de palabras claves.

En el LT solamente aparece un problema con esa estructura No.8*p.130; es por ello que el docente debe elaborar otros y seleccionar algunos del anexo de problemas.

En cuanto a la estructura Dv 4 se pudiera utilizar el No.4p.59 que aparece en el LT:

> Gisela ha calculado 4 ejercicios. Esta es la tercera parte de todos los ejercicios que debe calcular. ¿Cuántos ejercicios debe resolver en total? (Dv 4)

Aquí se puede realizar un trabajo similar a la estructura anterior, que pudiera tener
como elementos básicos los siguientes:

¿Qué es lo que se conoce ahora?

- **la cantidad de ejercicios que ha calculado Gisela:** 4 **(**contenido de cada parte**);**

- **la relación entre los ejercicios que tiene que resolver y los que ya ha resuelto: la** quinta parte **(** cantidad de partes iguales**).**

¿Qué es lo que se desconoce y debemos hallar?

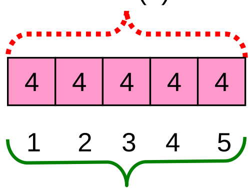
- **la cantidad de ejercicios que debe resolver en total:** ? **(**el todo**).**

Quiere decir que estamos en presencia del significado **de la** multiplicación:

M_2 : Dada la cantidad de partes iguales y erl contenido de cada parte. Hallar el todo.

Para puntualizar el significado y compararlo con el anterior se pudiera dibujar el siguiente modelo rectangular:

Todo (?)



cantidad de partes iguales: 5

También se pudo utilizar el problema que aparece al final de la página 58 del LT o también el ejercicio 12(inciso b) de la página 49 de las OM.

Tampoco aparecen otros ejercicios de esta estructura en los documentos instruccionales en poder del maestro, por lo que también debe elaborar o seleccionar del anexo de problemas. A modo de sugerencia indicamos los siguientes:

En el ejercicio No.10p.97 del LT es del tipo Dv 1 y se le puede agregar oralmente:

b) La edad de Eduardo es el cuádruplo de la edad de Basilio. ¿Qué edad tiene Basilio? Rta. 20 : 4 = ? (Dv 3).

c) La edad de Basilio es la tercera parte de la de Virginia. ¿Cuántos años tiene Virginia? Rta. 3 . 5 = ? (Dv 4)

El No.14p.101LT es del tipo G 3 y se le puede agregar:

a) "Si en el campamento se adquiriesen 30 hamacas, entonces habría la misma cantidad de hamacas que pioneros. ¿Cuántas hamacas hay? Rta. 270 – 30 = ? (Ig 3)

b) En el campamento hay 65 pioneros más que bandejas. ¿Cuántas bandejas existen en ese lugar? Rta. 270 – 65 = ? (CA 5).

El No.15p.101 es del tipo Gi 1 y se le puede añadir:

c) Si los pioneros consiguen un metro de tela blanca entonces tendrán la misma cantidad de metros de tela azul. ¿Cuántos metros de tela blanca tienen?

Rta. 4 – 1 = ? (Ig 3)

d) La cantidad de tela que se necesita para confeccionar una banderola es la quinta parte de la requerida para elaborar una pancarta. ¿Cuántos cm de tela se precisan para la pancarta? Rta. 50 . 5 = ? (Dv 4).

El No.16p.101 es un problema interesante de los tipos GI 1 y GI 2 que se le pudiera agregar los siguientes incisos:

d) En los dos grupos hay 15 alumnos más que cartabones. ¿Cuántos cartabones hay en las dos aulas? Rta. 60 – 15 = ? (CA 5).

e) La cantidad total de lápices repartidos es el triplo de la cantidad de compases que ya poseen los escolares. ¿Qué cantidad de compases tenían los alumnos? Rta. 180 : 3 = ? (Dv 3).

f) La cantidad de lápices que recibe cada alumno es la quinta parte de la cantidad de libretas que se le dieron a cada estudiante. ¿Cuántas libretas se le dieron a cada niño? Rta. 3 . 5 = ? (Dv 4)

Para la introducción de la estructura R 2 **se recomienda proponer el siguiente** ejercicio **que en la escuela se le llama** con texto **y (que debe añadírsele** matemático**):**

c) ¿Cuántas veces deberás sustraer sucesivamente 30 de 210 hasta obtener como resultado un número menor que 30?

Los alumno comprobarán que después de sustraer siete veces 30 de 210 se obtiene como resto cero (diferencia). Como este cálculo es un tanto laborioso se les puede preguntar ahora:

d) <u>¿Qué otra operación pudieras realizar para simplificar los cálculos?</u>

Seguramente los escolares se darán cuenta que basta efectuar la división 210 : 30 = ?. De ello se debe inferir en elaboración conjunta que al sustraer sucesivamente un número de otro, basta efectuar la división correspondiente. He aquí otro significado práctico de la división que hasta el momento no se había revelado explícitamente:

D_1: Dado un minuendo y un sustraendo que se resta sucesivamente del anterior. Hallar la cantidad de restas sucesivas necesarias para obtener como diferencia cero.

Este **problema con texto matemático**, permite **motivar** a los alumnos **intramatemáticamente** o sea, a partir de las propias necesidades de la asignatura Matemática y sus contradicciones en su desarrollo. Ahora se les puede proponer un problema que su texto no sea matemático, como el siguiente:

Un camión cargado con 320 cajas de naranjas debe dejar 40 cajas en cada escuela primaria hasta que

Para una mayor comprensión del texto y de su significado convendría realizar como una dramatización de su contenido. Este pudiera estar apoyado en las siguientes preguntas:

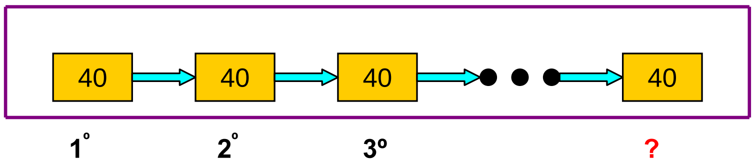
- **¿Cuántas cajas quedan en el camión después de entregar las cajas en la primera escuela?**
- **¿Cuántas en la segunda? Y así sucesivamente hasta que el camión quede vacío.**

A partir de la experiencia anterior debe resultarles más fácil percatarse que el mismo se resuelve efectuando la operación de división 320 : 40 = ? Para fundamentar esta estructura mediante el mencionado significado se pueden utilizar los siguientes impulsos:

¿ Qué es lo que se conoce?
- **las 320 cajas de naranjas que habían al principio (**minuendo**);**
- **las 40 cajas de naranjas que se dejan en cada escuela primaria (**sustraendo que se resta sucesivamente del anterior).

¿Qué se desconoce?
- **la cantidad de escuelas que recibirán naranjas (**cantidad de restas sucesivas necesarias para que la diferencia sea cero).

También pudiera reforzar la comprensión del mismo, como complemento a lo anterior, la elaboración de un **modelo con rectángulos**, como el que sigue:

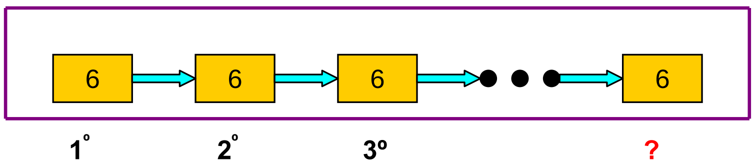


320 cajas

Es bueno tener presente que no siempre es tan evidente el empleo de esta estructura con su correspondiente significado en cierto problemas, como lo ilustra el siguiente caso particular, que se emplea con frecuencia:

Antonio tiene 120 caramelos. Si cada vez que él visita a sus abuelos les lleva 6 caramelos.

Para una mejor comprensión y al mismo tiempo precisar el significado **a aplicar en este caso, conviene realizar la siguientes** modelación rectangular**:**



120 caramelos

Se puede observar que al expresarse cada vez **nos está indicando la** repetición **de un suceso en el** tiempo**, que no nos interesa los** periodos de tiempo **sino el** contenido **de cada uno de ellos. Es por ello que los problemas de la** estructura de repetición **son** dinámicos.

A partir de estas indicaciones esperamos que el maestro sea capaz de elaborar otros similares y tomar algunos del anexo de problemas.

En el epígrafe 3.2, **además de los variados problemas que aparecen en el texto, se deben ejercitar las estructuras Co 4 e Ig 4, así como la** introducción **de las** CM 1 y CM 2.

Para los primeros también se puede continuar aprovechando los problemas que aparecen en el LT agregándole algunos incisos que se deben formular de manera oral. A modo de ejemplo se proponen los siguientes:

El No.14p.11 que es del tipo GI 1, y se le puede añadir:

c) En dicho taller se confeccionaron 695 camisas el lunes. Si el martes quedaban 405 camisas. ¿Cuántas camisas se distribuyeron el lunes por la tarde?

Rta. 695 – 405 = ? (Co 4).

d) Durante una semana se confeccionaron 3 765 camisas. Si se hubieran fabricado 409 pantalones menos entonces la cantidad de ambas prendas de vestir confeccionadas coincidirían. ¿Cuántos pantalones se confeccionaron esa semana?

Rta. 3 765 – 409 = ? (Ig 4)

El No.16p.113 tiene las estructuras Dv 1 y Co 1 se puede preguntar:

Anita va a visitar la misma ciudad que la familia de Estela. Ambas viven en el mismo lugar y viajan por la misma carretera. Si al finalizar el primer día le faltan 427 km. ¿Cuántos km viajó Anita el primer día? Rta. 591 – 427 = ? (Co 4)

Al No.18p.114 que tiene los tipos GI 1 y Cb 1 se les puede añadir: Si Carmen gasta 50 cts. entonces tendrá la misma cantidad de dinero que lo que pagó Aurora. ¿Cuánto dinero tiene Carmen? Rta- 140 – 50 = ? (Ig 4).

El No.19p.114 que posee las estructuras Gi 1 y C 3 se puede agregar: Con el dinero recibido Caridad compra una pelota; después de pagarla le queda $1,10. ¿Cuánto le costó la pelota? Rta. $2,50 - $1,10 = ¿ (Co 4)

El No.9p.119 que es del tipo Co 1 se le pude añadir: Si Orlando hubiese empleado 3 minutos menos en hacer la carrera, entonces hubiera llegado a la meta junto con el vencedor.¿Qué tiempo se demoró Orlando en realizar la carrera? Rta. 14 + 7 = ? (Ig 4)

Al ejercicio No.11p.119 se le puede añadir los siguientes incisos:

c) **Si otro avión que salió de Holguín a Santiago de Cuba se hubiese adelantado l5 minutos, el mismo hubiese salido a la misma hora que el avión que iba para la Capital del país? ¿A qué hora salió el avión hacia tierra santiaguera?**

Rta. 22:05 + 15:00 = ? (Ig 4)

d) **Osmani viajaba en uno de los aviones. Al llegar al aeropuerto "José Martí" de Ciudad de la Habana pudo coger un taxi a las 23:30 hrs. Rumbo a su casa. ¿Qué tiempo se demoró Osmani en el aeropuerto habanero? Rta. 23:30 – 23:00 = ? (Co 4)**

Al introducir los **PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVOS** relacionados con la multiplicación y división, se debe tener en cuenta que estos se caracterizan por establecer relaciones de **divisibilidad** entre las cantidades que intervienen además se **comparan** las mismas. Teniendo los antecedentes de los problemas de comparación de la adición y sustracción y los cuatro casos de divisibilidad ya estudiados, no debe resultar difícil la comprensión de los mismos por parte de los niños. Para el caso CM 1 se pudiera escoger el ejercicio No. 3p.109 del LT de 2do. Grado:

Un peatón camina en una hora 5 km. Un ciclista es 4 veces más rápido que el peatón y un tren 9 veces más rápido que el peatón.

Al realizar los **impulsos** indicados para el tratamiento didáctico se pueden descubrir con relativa facilidad el significado de la operación de cálculo correspondiente. Veamos:, que se puede hacer para resolver el primer inciso:

¿Qué es lo conocido?

- **la cantidad de km por hora que camina el peatón:** 5 **(**contenido de cada parte**);**
- **la comparación entre lo que recorre el peatón y el ciclista:** cuatro veces (a favor del ciclista) :cantidad de partes iguales.

¿Qué es lo que se desconoce?

- **la cantidad de km por hora que recorre el ciclista** ? **(** el todo)

Es decir que estamos nuevamente en presencia del significado de la multiplicación M_2. **Análogamente el docente puede resolver el inciso b.**

Debemos llamar la atención que en esta oportunidad se emplea el adverbio de cantidad más, **pero también se pudiera emplear** menos . **Téngase en cuenta que son equivalentes las expresiones** más rápido ⇔ menos lento **en el sentido en que son empleadas en este tipo de problemas. En general, en esta estructura la comparación se establece utilizando los mencionados** adverbios de cantidad **que modifican a un** adjetivo**.**

Como en el LT, ni en el CT aparecen problemas con esta estructura, el docente deberá elaborarlos y tomar algunos del anexo.

Para introducir la estructura CM 1" se puede comenzar reformulando el problema utilizado en el caso CM 1´. De esta manera quedaría redactado así:

Un ciclista recorre 20 km en una hora. Un peatón es cuatro veces más lento (menos rápido) que el

Haciendo un análisis similar al caso anterior se puede concluir que:

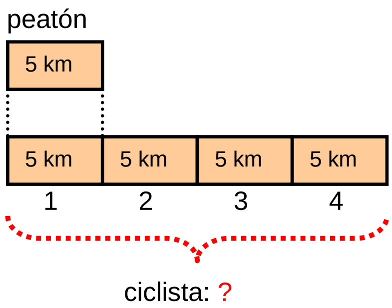
Lo conocido es**:**
- **lo que el ciclista recorre en una hora:** 20 km **(**el todo);
- **la comparación entre ambas cantidades:** cuatro veces **(a favor del peatón pero en sentido de disminución):** cantidad de partes iguales.

Lo desconocido**:**
- **lo que el peatón camina en una hora:** ? **(**contenido de cada parte)

Como se puede apreciar se pone de manifiesto el significado de la división D_3**. Estos dos casos de comparación multiplicativa se pudieran refundir en uno solo, utilizando la expresión "**tantas veces como**", que es la expresión que en sentido general caracteriza a este tipo de estructura multiplicativa. Veamos:**

Un peatón camina en una hora 5 km y un ciclista recorre en ese mismo tiempo 4 veces tantos km

Si resultara necesario se pudiera utilizar la siguiente modelación con rectángulos para comprender mejor esta situación:



¿Qué es lo conocido?

- la cantidad de km. que recorre el peatón en una hora: **5 km. (el contenido de cada parte)**
- las veces que el ciclista recorre tantos km. como el peatón: **cuatro veces (la cantidad de partes iguales)**

¿Qué es lo desconocido?

- la cantidad de km que recorre el ciclista en una hora: **? (el todo).**

En este caso el **significado** que se aplica es de la **multiplicación**: **M_2**

Ahora se puede resolver el No.8p.123 que es del tipo Dv 2 y después re-elaborarlo de la siguiente manera:

En un gran festival actuaron 252 personas. De ellas 84 eran niños. Ellos eran cuatro veces tantos como

El docente guiará a los escolares para que ellos descubran que el **dato** de 252 personas es **innecesario.**

¿Qué se conoce?

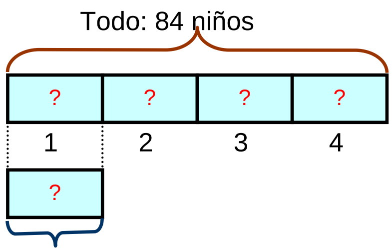
- los niños que participaron: **84 personas (el todo);**

- comparación entre la cantidad de niños y ancianos: **cuatro veces** (hay menos ancianos) (**cantidad de partes iguales)**
-

¿Qué se desconoce?

- la cantidad de ancianos que participaron: **?** (**contenido de cada parte)**

Veamos la **modelación rectangular** que se puede emplear en esta oportunidad:



cont. cada parte: ? ancianos

Después del trabajo anterior, se puede inferir sin mayores dificutades que el **significado** que se aplica aquí es de la **división**: $\mathbf{D_3}$

El propio maestro, con las indicaciones que se le han dado, puede hacer el trabajo didáctico necesario para la comprensión del mismo por sus educandos y buscar ejemplos de las modificaciones de CM 2´ y CM 2", a partir de los ejercicios resueltos anteriores. .

En el epígrafe 3.3 **se recomienda ejercitar las estructuras Ig 5, Ig 6, CA 6, Co 5 y GI 3 e** introducir **la nueva** R 3

En la clase prevista para introducir el procedimiento escrito de la división (todos los dividendos parciales son divisibles por el divisor). Se pudiera motivar con el problema de la página 121 del LT u otro similar. Cuando los alumnos se percaten de la necesidad de dividir 36 : 3 y que están en presencia de la estructura GI 2, también se tendrá en cuenta que no saben como calcularlo. En elaboración conjunta se puede resolver esta situación aplicando conocimientos que ya poseen (por analogía), al descomponer el dividendo en dos sumandos y aplicar la propiedad distributiva. Es el momento preciso para aplicar el propio procedimiento escrito, mediante la galera, por ser el más usado en la práctica y por simplificar los cálculos, sobre todo en los casos de números grandes.. Después de haber controlado el resultado, se puede presentar el siguiente problema:

Un estibador necesita distribuir 369 paquetes de libretas, por igual, entre tres camionetas. ¿Cuántas tendrá que colocar en cada una?

Después que los alumnos descubran que el problema se resuelve mediante las división 369 : 3 y que se aplica el significado de la división D_3., también arribarán a la conclusión que no saben como resolverlo, entonces se les dirá que el estibador tampoco sabe como resolverlo; sin embargo, a él se le ocurrió un método práctico que les va a resultar de interés. Vemos cómo procedió:

c) Colocó 100 paquetes en cada camioneta. ¿Cuántos paquetes habrá distribuido? Rta. 3.100 = 300

d) Después decidió poner 20 paquetes en cada una.
¿Cuántos paquetes puso en esta oportunidad? Rta. 3.20 = 60

¿Cuántos paquetes le faltan por distribuir ahora? Rta. 9

c) Finalmente le resultó muy fácil distribuir los paquetes que le quedaban: le correspondía tres cada camioneta. ¿Puedes decir cuántos paquetes colocó en total en cada camioneta? Rta 123

El docente aprovechará este proceder para justificar el **procedimiento escrito de la división empleando la galera**, pues estas **sustracciones sucesivas** se corresponden con las que se deben ejecutar al realizar la operación mediante el procedimiento escrito.

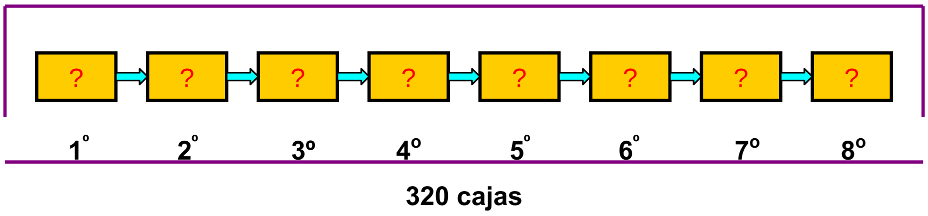
Para introducir la estructura R 3 se puede parafrasear el problema utilizado para el caso de R 2, que tendría la siguiente forma:

Un camión cargado con 320 cajas de naranjas debe dejar la misma cantidad de cajas en cada escuela primaria, hasta que quede vacío. ¿Cuántas

Mediante una escenificación, similar al caso anterior, se puede arribar colectivamente a la siguiente conclusión: debemos buscar un sustraendo que restado ocho veces del minuendo 320 nos dé como resultado cero. Pero este cálculo se simplifica si efectuamos la división: 320 : 8 = ?

Para precisar el significado que sirve de fundamento a la anterior estructura se puede proceder como en los casos anteriores:

Modelación rectangular:



¿Qué es lo conocido?

- la cantidad de cajas que tiene el camión: **320** (**minuendo);**
- la cantidad de escuelas que alcanzaron naranjas: **8** (**la cantidad de restas sucesivas que se tuvo que efectuar para que la diferencia fuese cero).**

¿Qué es lo desconocido?

- la cantidad de cajas que dejó en cada escuela: **?** (**sustraendo que se repite**).

Es decir que hemos encontrado un nuevo **significado** de la **división** que tiene que ver con las **restas sucesivas** pero que en esta oportunidad se puede enunciar así:

D_2: Dado un minuendo y la cantidad de restas sucesivas que deben realizarse hasta que la diferencia sea cero. Hallar el sustraendo que se repite.

Como se expresó en la estructura R 2 no siempre resulta tan evidente el significado aplicado en cada caso, sino que hay que descubrirlo con cuidado. Utilicemos el problema similar al utilizado en el caso anterior:

Antonio tiene 120 caramelos. Si cada vez que él visita a sus abuelos le lleva la misma cantidad de

Aquí son válidos los comentarios realizados al plantear el problema similar en la estructura anterior, por lo que se considera que el docente puede realizar los impulsos adecuándolos a esta nueva situación.

Para ejercitar las estructuras indicadas arriba se puede proceder como se ha ido realizando en este documento:

El No.8p.126 LT que es del tipo Gi 3 y Ca 2 y se le puede añadir:

¿Cuántos kg había el lunes por la tarde en la bodega sabiendo que el martes entraron 425 kg de azúcar, lo que permitió acumular un total de 635 kg? Rta. 635 – 425 = ? (Co 5).

El No.7p.130 que es del tipo Dv 2 se le puede agregar:

a) Si la empresa tuviera 134 hombres menos, tendrían la misma cantidad de hombres que de mujeres. ¿Cuántas mujeres tiene la empresa, si se sabe que trabajan 2 091 hombres? Rta. 2 091 – 134 = ? (Ig 6)

b) <u>¿Cuántos obreros tendrá una granja si esta empresa tiene 321 trabajadores menos que la granja?</u> Rta. 4 048 + 321 = ? (CA 6)

El No.8p.130 tiene las estructuras Dv 3 y Cb 1, se indica para los aventajados aunque esperamos que puede ser resuelto por la mayoría de los escolares que están recibiendo esta propuesta. Al mismo se le puede añadir:

<u>Si Jorge compra 15 postales entonces tendrá igual número de postales que Luis. ¿Cuántas postales tiene Luis</u>? Rta. 107 + 15 = ? (Ig 5)

El No.18p.131 es del tipo Dv 2 y se le puede agregar los incisos:

a) <u>Si a las 7:00 a.m. llegaron 108 milicianos. ¿Cuántos habían llegado antes de las siete de la mañana?</u> Rta. 250 – 108 = ? (Co 5)

b) <u>Si hubiesen participado 23 milicianos menos entonces hubiesen alcanzado un fusil para cada uno. ¿Cuántos fusiles existían?</u> Rta. 250 – 23 = ? (Ig 6).

El No.19p.131 tiene las estructuras Dv 2 y Co 3 y se le puede añadir:

a) <u>Si 47 niños más hubiesen montado los caballitos entonces se hubiesen cubierto todas las localidades de los mismos. ¿Cuántos caballitos tiene el parque?</u>
Rta. 13 + 47 = ? (Ig 5).

b) <u>En el parque se alquilan bicicletas y patines. Hay 50 bicicletas que representan 15 artículos menos que los patines. ¿Cuántos patines hay?</u>
Rta. 50 + 15 = ? (CA 6)

El No.7p.134 que es de los tipos Dv 1 y Dv 2 se le puede agregar:

a) El equipo de Santiago de Cuba ha ganado 45 juegos. Si perdiera 7 juegos entonces tendrá la misma cantidad de juegos ganados que Ciego de Ávila. ¿Cuántos juegos ha ganado C. de Ávila.? Rta. 45 – 7 = ? (Ig 6)

El No.7p.235 que es de los tipos Gi 1 y Co 2, se les puede agregar:

Si se distribuyen diariamente 284 pollos menos que huevos. ¿Cuántos huevos se reparten cada día? Rta. 475 + 284 = ? (CA 6).

El **epígrafe 3.4** está dedicado a la **ejercitación variada**. En el LT aparecen algunos problemas que pueden ser utilizados con estos fines. Según el plan previsto, la preparación sistemática del escolar de tercer grado debe culminar haciendo énfasis en la estructura Co 6. Se puede proceder como se ha orientado en epígrafes anteriores:

El No.13p.137 es de los tipos GI 1 y Co 1, se le puede añadir:

¿Cuánto tenía Ernesto en su cuenta de ahorro, si tuvo necesidad de hacer una extracción de $385, por lo que ahora le quedan $796? Rta. $796 - $385 = ? (Co 6).

El No. 14p.137 es del tipo GI 1 y se le puede agregar:

Si Alejandro solamente compró las postales y le devolvieron $3,60. ¿Con qué tipos de billetes pudo haber pagado? Rta. $3,60 + $1,40 = ? (Co 6) . Debe observase que como lo que entregó fueron cinco pesos pudo haberlo pagado con un billete de cinco o con cinco billetes de un peso cada uno.

El No.19p.138 es del tipo GI 3 y se le puede añadir:

Durante la jornada de trabajo los alumnos escardaron 24 surcos de malas yerbas. Aún faltaron 13 surcos por limpiar. ¿Cuántos surcos estaban sin escardar al iniciar la jornada de trabajo? Rta. 13 + 23 = ? (Co 6).

Finalmente el No.28p.139 que es del tipo GI 1 se le puede agregar:

¿Qué tipo de billetes utilizó para pagar un adulto del grupo, si el pagó todos los gastos, tanto de los adultos como de los niños, sabiendo que le devolvieron siete pesos?

Rta. $7,00 + $3,00 = ? (Co 6). En este caso solamente pudo haber pagado solamente pudo haber pagado con un billete de diez pesos.

ANEXO DE PROBLEMAS PARA TERCER GRADO:

1. Cary quiere ser tan alta como su mamá. La mamá mide 170 cm y su hija 75 cm menos que su mamá.

e) ¿Cuál es la estatura de Cary? Rta. 170 – 75 = ? (CA 2)
f) ¿Cuántos cm le faltan a Cary para tener la misma estatura que se mamá? Rta. 75 cm (Ig 1).
g) ¿Cuál es la diferencia entre ambas estaturas? Rta. 75 (CA 1,2)
h) ¿Cuántos cm más alta es la mamá que su hija? Rta. 75 (CA 1).

2. La maestra de Paulino dio un lápiz a cada uno de sus 32 alumnos, los lápices vienen en paquetes de 10.

d) ¿Cuántos paquetes ella usó completamente? Rta. 3 (2)
e) ¿Cuántos lápices ella sacó del paquete que no fueron usados todos? Rta. 10 – 2 = ? (Co 2).
f) ¿Cuántos lapides sobraron de ese paquete? Rta. 10 – 2 = ? (Co 2)

3. En un centro donde se recuperan materias primas cambian 3 botellas vacías y 1 kg de cartón por un cuaderno escolar. Israel tiene 9 botellas y 3 kg. de cartón. ¿Cuántos cuadernos escolares recibirá de cambio? Rta. 9 : 3 = ? (GI 3)

4. Bárbara está leyendo un libro que tiene 42 páginas. Ella ya leyó la mitad. ¿Cuántas páginas le faltan por leer? Rta. 42 : 2 = ? (Dv 2)

5. Renato tiene tres dados. ¿Cuáles son las posibilidades que al tirar los mismos la suma de sus puntos siempre de 12? Rta. 6

6. En un aula de tercer grado hay doce pupitres ocupados por varones y quince ocupados por hembras y tres varones. Responde:

d) ¿Cuántos niños en total hay en el aula? Rta. 12 + 15 = ? (Cb 1).
e) ¿Cuántos pupitres hay en total? ¿Cuántas decenas son? Rta. 27 + 3 = ? (Cb 1) ; 30 : 10 = ? (GI 2)
f) ¿Es posible hacer trabajos por parejas en esta aula? ¿Por qué? Rta. No Porque 27 no es un número par.

7. El equipo de Pinar del Río ha hecho 10 carreras que representa el doble de las carreras que ha acumulado el equipo de Industriales hasta la séptima entrada.

d) ¿Cuántas carreras ha hecho el equipo d Industriales? Rta. 10 : 2 = ? (Dv 2).
e) ¿Cuántas carreras tendrá que hacer el equipo perdedor para empatar?
f) Rta. 10 – 5 = ? (Ig 1).

8. La mamá de Adrián comenzó a realizar caminatas para bajar de peso. El lunes anduvo 2 km. Cada día aumentaba un km. ¿Cuántos km. ella caminó el viernes? Rta. 5 km (Co 1).

9. Maritza participa en una Olimpiada de Matemática. Hasta el momento ha resuelto 4 ejercicios. Esto es la tercera parte de todos los ejercicios que debe resolver.

c) ¿Cuántos ejercicios debe resolver? Rta. 4.3 = ? (Dv 4).
d) ¿Cuántos le faltan por resolverlos todos? Rta. 12 – 4 = ? (Ig 1).

10. Juan es más viejo que Luisa, Enrique es más joven que Claudia, que es más vieja que Luisa, pero más joven que Juan. ¿Cuál es el niño más "viejo" de todos? Rta. Juan

11. La edad del abuelo de Ofelia es siete veces tantos como la de su nieta. Si Ofelia tiene 9 años.

c) ¿Cuál es la edad del abuelo? Rta. 7 . 9 = ? CM 1).
d) ¿Cuál es la diferencia de edades entre ambos? Rta. 63 – 9 = ? (CA 1,2)

12. En un campamento de pioneros pueden alojarse 251 niños. El sábado se alojaron 142 pioneros y el domingo 8 niños menos. ¿Cuántos niños se alojaron el domingo?

Rta. 142 – 8 = ? (CA 4).

13. Nicolás tenía 5m50cm de cable para reparar una instalación eléctrica. Le sobraron 60 cm. ¿Qué longitud tenía el cable que utilizó Nicolás? Rta. 550 – 60 = ? (Co 4).

14. Emilia necesita 6 m de tela para confeccionar una cortina. Le faltan 65 cm. ¿Cuántos m de tela tiene Emilia? Rta. 600 – 65 = ? (Ig 3).

15. En una sala hay 4 personas. Cada persona saluda a las otras con un abrazo. ¿Cuántos abrazos serán dados.? Rta. Seis.

16. En una jornada de trabajo voluntario los pioneros de tercer grado de una escuela primaria recolectaron naranjas. El grupo “A” recogió 1 677, el grupo “B”, 53 naranjas más, mientras que el grupo “C”, 48 menos que el “A”. ¿Cuántas naranjas recolectaron en total?

Rta. 1 687 + 53 = ? (1 740) (CA 3); 1 687 – 48 = ? (1 639) (CA 4) ;

1 687 + 1 740 + 1 639 = ? (5 066) (Cb 1).

17. Una librería recibió 10 cajas con 200 libros cada una, para la realización de una feria. Si el plan previsto para dicho centro es de 3 000 libros. ¿Cuántos libros deben enviarse todavía? Rta. 10 . 200 = ? (2 000) (GI 1); 3 000 – 2 000 = ? (1 000) (Ig 3).

18. De un rollo de alambre se utilizaron 419 m para cercar un solar y quedan todavía 835 m. ¿Cuántos m de alambre tenía el rollo antes de iniciar el cercado?

Rta. 835 + 419 = ? (1 254) (Co 6).

19. Rubén saltó 3m60cm. Esto representa 80 cm menos que lo que saltó Damián. ¿Qué distancia saltó Damián? Rta. 360 + 80 = ? (440) (CA 6).

20. En un aula de tercer grado hay 15 niños: 10 usan tenis y 8 tienen relojes pulseras. ¿Cómo es posible esto?. Rta. Porque hay tres niños que usan tenis y también llevan reloj.

21. ¿Qué altura tenía una presa si después de las lluvias caídas se elevó en 65 cm, por lo que ahora tiene 3m 90cm? Rta. 390 – 65 = ? (325) (Co 5).

22. En una fábrica cubana de bicicletas tienen previsto entregar 1 240 bicicletas para los trabajadores de educación durante este mes. Ya tienen listas 2 523 gomas. ¿Cuántas gomas le sobran? Rta. 1 240.2 = ? (2 480) (GI 1)

23. En un huerto escolar tienen sembrados 36 canteros de hortalizas. De ellos la mitad son de lechugas, que son 5 canteros más que los sembrados de rábano. ¿Cuántos canteros están sembrados de rábano? Rta. 36 : 2 = ? (18) (Dv 2); 18 – 5 = ? (13) (CA 5).

24. Durante el receso la directora de una escuela primaria le propuso a sus alumnos efectuar un juego competitivo. Para ello debían agruparlos en tres equipos. ¿Cómo tú organizarías los tres equipos de manera que estén lo más equilibrados posible?

Rta. Dividiendo la cantidad de alumnos que asistieron ese día por tres.

En lugar de realizar ese cálculo, la directora procedió así: Envió a 20 alumnos que se pusieran al frente de las puertas de tres aulas cercanas; después indicó a otros 10 alumnos que hicieran lo mismo y como todavía quedaban estudiantes envió 5 para cada equipo. Una vez realizada esta distribución no quedaron algunos por repartir. ¿Cuántos alumnos tienen cada equipo. ¿Cuántos alumnos asistieron ese día al centro escolar?

Rta. 20 + 10 + 5 = ? (35) (Co 1) ; 35.3 = ? (GI 1).

25. Los equipos femeninos de voleibol de Cuba, Rusia, Brasil y China disputan un campeonato. Todos los equipos se enfrentan una sola vez. Habrá seis juegos. Haz una lista de todos estos juegos.

26. En el CDR “Antonio Maceo” se vacunaron 250 niños, faltan todavía por vacunar 180 niños. ¿Cuántos niños se vacunaron en total? Rta. 250 + 180 =? (Ig 5).

27. ¿Cuántos refrigeradores se fabricaron durante el mes de enero sabiendo que enviaron 6 547 de esos equipos para diversos centros de trabajo en ese mes y que quedaban 1 379 de los fabricados? Rta. 1 379 + 6 547 = ? (7 926). (Co 6).

28. Seis amigas de Mariluz le van a comprar un regalo por su cumpleaños. Cada una debe dar $8 para adquirirlo. Pero sucedió que a última hora dos de las muchachas no tenían dinero para la compra, por lo que el valor del presente tuvo que ser pagado a partes iguales por las otras amigas. ¿Cuánto tuvo que pagar cada una de ellas, además de lo previsto inicialmente?

Rta. 2.$8 = ? ($16) (GI 1); $16 : 4 = ? ($4) (GI 2)

29. Un cine tiene 3 500 localidades, pero ya fueron ocupados 2 135.

c) Descontando los asientos ocupados. ¿Cuántos sobran?
d) ¿Cuántas personas faltan para llenar el cine?

Rta. En ambos incisos la respuesta es: 3 500 – 2135 = ? (Ig 6)

30. La maestra le dice a sus alumnos de tercer grado la siguiente adivinanza: “Las edades de mi hija y la mía suman 39 años y yo tengo el doble de la edad de ella? ¿Pudieras descubrir la edad de cada una?

Sugerencia: Realiza tus tanteos y escríbelos en una tabla.

Rta. La maestra tiene 26 años y su hija 13.

31. Para el fin da curso los alumnos y maestros de tercer grado prepararon una excursión a un centro turístico de su provincia. Fueron 151 alumnos y 4 maestros en ómnibus que tenían una capacidad de 34 personas.

c) ¿Cuántos ómnibus fueron utilizados? Rta. 151 + 4 = ? (155) (Cb 1); 155:34 = ? (cociente 4 y resto 19) por lo que se necesitan cinco ómnibus (GI 3).
d) * ¿Sería posible que hubiesen distribuido el personal de manera que en todos los ómnibus fueran la misma cantidad de asientos vacíos? En caso que la respuesta fuera afirmativa ¿Cuántas personas hubiesen podido viajar en cada ómnibus?

Rta. Sí, 155 : 5 = ? (31) (GI 2).

32. En una caja hay tres decenas de lápices rojos y amarillos. Si hay 19 rojos. ¿Cuántos son amarillos? Rta. 30 – 10 = ? (Cb 2)

33. Mis padres fueron al mercado con 500 pesos. Después de efectuar las compras le sobraron 125 pesos. ¿Cuánto gastaron en la compra? Rta. 500 – 125 = ? (Co 4).

34. Un pantalón carmelita vale $110 mientras que uno azul cuesta $95. Tres jóvenes conversan en su escuela sobre las compras realizadas:

Adán: "Yo compré primero el pantalón carmelita y después el azul"

Eloy: " Pues yo adquirí primero el pantalón azul y posteriormente el carmelita"

Claudio: "Entonces Uds. pagaron lo mismo?

¿Es cierto lo que plantea Claudio? ¿Por qué? Rta. Sí; porque si en una suma los sumandos se intercambian la suma no cambia.

35. Con las sílabas CA, BO y LO sin repetirse ninguna se pueden escribir seis palabras de dos sílabas cada una. ¿Cuáles son?

36. En un seminternado de primaria hay 40 aulas. Esa cantidad es ocho veces tantos como las que tiene el tercer grado

c) ¿Cuántas aulas ocupa el tercer grado? Rta. 40:8 = ? (CM 2)
d) Si este centro tuviese tres aulas menos de 4to. grado entonces este grado tendría la misma cantidad de aulas que el tercer grado. ¿Cuántas aulas tiene cuarto grado?
Rta. 3 + 5 = ? (Ig 4).

37. En la taquilla de un cine se han recaudado hoy 8 525 pesos. El taquillero dice que por la tarde cobró 2 675 pesos. ¿Es cierto que por la noche cobró 5 850 pesos? ¿Por qué? Rta. Sí porque 5 850 + 2675 = 8 525 o también 8 525 – 2 675 = 5 850.

38. a) Fernando tiene 52 chinatas, de las cuales 39 son azules. ¿Cuántas chinatas no son azules? Rta. 52 – 39 = ? (Cb 2).

b) Su padre le regaló algunas otras. Ahora tiene 83. ¿Cuántas chinatas le regaló el padre? Rta. 83 – 52 = ? (Co 3).

39. El abuelo de José tiene una arboleda en el patio de su casa. Recogió 224 aguacates y quiere repartirlos en partes iguales para sus cuatro hijos. Como él no ve bien y tampoco se recuerda como realizar cálculos matemáticos, procedió de la siguiente forma:

d) Buscó 4 cajas y colocó en cada una 50 aguacates. ¿Cuántos aguacates le faltaron por colocar? Rta. 4,50 = ? (200) (R 1); 224 – 200 = ? (24) (Co 2).
e) Después distribuyó 6 aguacates más en cada caja. ¿Quedaron aguacates por distribuir? ¿Cuántos aguacates le correspondió a cada hijo? Rta. 6.4 = ? (24) (R 1); 200 + 24 = ? (224) luego no quedaron aguacates por distribuir. A cada hijo le correspondió 50 + 6 = ? (56) (Co 1)
f) Si tú hubieras estado al lado de este equitativo abuelo. ¿Cómo le hubieras ayudado a resolver esta situación de una manera más rápida? Rta. 224 : 4 = ? (56) (GI 2)

40. Gabriela tiene menos de cinco pesos. Ella tiene el doble de lo que tiene Hortensia. Da tres posibilidades de lo que pudiera tener cada una.

41. En un evento deportivo Palmira obtuvo 45 puntos en la carrera. Esto es la mitad de los puntos ganados por Maribel. ¿Cuántos puntos obtuvo Maribel? Rta. 45.2 = ? (Dv 4)

42*. A Jaime le gusta la filatelia. En sus colección tiene 105 sellos de animales y 73 de plantas y flores. Esto es la tercera parte de los sellos que tiene Leonardo. ¿Cuántos sellos tiene Leonardo? Rta. 105 + 73 = ? (178) (Cb 1); 178 . 3 = ? (534) (Dv 4)

43. ¿Cuántos ladrillos se utilizaron en una construcción si se sabe que se trajeron 10 000 y 5 000 tejas y sobraron 98 ladrillos? Rta. 10 000 – 98 = ? (9 902) (Co 4).

44. Un tren comercial puede transportar 7 470 kg. de naranjas, que es nueve veces tantos como que lo que puede trasladar una rastra. Por otra parte, un camión puede cargar la mitad de lo que lleva una rastra. ¿Cuántos kg. de naranjas puede transportar este camión y esta rastra? Rta. 7 470 : 7 = ? (830): (CM 2); 830 : 2 = ? (415) (Dv 2).

45. El papá de Joaquín debe hacer una instalación eléctrica en su casa para lo cual necesita aproximadamente 2 m de cable. Él dispone de pedazos de cables que miden: 3 de 75 cm cada uno, uno con 1m 9cm y otro con 55 cm. ¿Cuáles de ellos debe empatar para desperdiciar la menor cantidad posible de material?
Rta. 75 + 75 + 55 = ? (205)

46. Daniela tiene 45 años de edad mientras que Estrella tiene 39 años; por otra parte la edad de Leonor excede en 11 años a la de Estrella.

c) ¿En cuánto excede la edad de Daniela respecto a la de Estrella? Rta. 45 – 39 = ? (6) (CA 1’)
d) ¿Qué edad tiene Leonor? Rta. 39 + 11 = ? (CA 3’)

47. En una exposición de muebles hay 524 sillas. Se van a colocar cuatro sillas y un mantel por cada mesa.. ¿Cuántas mesas y manteles se necesitarán?
Rta. 524 : 4 = ? (131) (R2) Se necesitarán 131 mesas y 131 manteles.

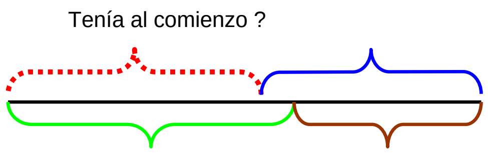
48. Una granja porcina tiene 1 744 cerdos ahora. Esto es ocho veces la cantidad de cerdos que tenía hace cinco años. ¿Cuántos cerdos tenía 5 años antes de la fecha actual? Rta. 1 744 : 8 = ? (Dv 3)

49. a) En una fábrica de calzado trabajan 184 hombres. Esa cantidad excede en 17 personas la cantidad de mujeres que allí laboran. ¿Cuántas mujeres laboran en esa fábrica? Rta. 184 – 17 = ? (CA 5’).

b) Si la cantidad de mujeres que laboran en la fábrica de calzado es la quinta parte de las mujeres que laboran en una fábrica de confecciones. ¿Cuántas mujeres trabajan en la fábrica de confecciones? Rta. 167 . 5 = ? (835) (Dv 4)

50. Leticia tiene 30 años y sus tres hijos tienen edades diferentes. Si multiplicamos las edades de los tres hijos nos va a dar 50. ¿Cuál es la edad de cada hijo? Rta. 1, 5 y 10.

51*. Máximo le cuenta a sus amiguitos lo que le sucedió el domingo, pero en forma de una adivinanza: "Estaba paseando. Me encontré en el paseo con un amigo que me debía 36 pesos y me los pagó. Continué en el paseo y gasté $50. Cuando llegue a la casa tenía 30 pesos. ¿Cuánto dinero yo tenía al comienzo del paseo? ¿Podrías tú averiguarlo? Para ayudarte a resolverlo te voy a ofrecer el siguiente esquema. Cuando lo completes podrás resolverlo.



52. Un conejo respira aproximadamente 90 veces por minuto. Un pollo respira tres veces más lento que el conejo, mientras que un ratón respira dos veces más rápido que el conejo. ¿Cuántas veces por minuto respira un pollo? ¿Cuánto el ratón?

Rta. 90 : 3 = ? (30) (CM 1"); 90 . 2 = ? (180) (CM 1´).

53. a) ¿Cuántas veces deberás sustraer sucesivamente 6 de 118 hasta obtener como resultado un número menor que 6? Rta. 19 veces (R 2)

b) ¿Cuál es la diferencia en esta última sustracción? Rta. 4

NOTA: Aquí no se pretende que el alumno efectúe las restas sucesivas, sino que interprete la división como restas sucesivas (aunque en este caso tiene la particularidad de tener resto.

54*. En un concurso de Matemática participaron 118 alumnos de una escuela primaria. Son 13 niños menos que la mitad de todos los alumnos de esa escuela. ¿Cuántos estudiantes tiene dicha escuela? Rta. 118 + 13 = ? (131) (CA 6); 131 . 2 = ? (161) (Dv 4)

55. ¿Cuál es el menor número que multiplicado por 6 da más de 200? Rta. 34.

56. En una granja agropecuaria "A" recolectaron 2 677 racimos de plátanos mientras que la recolección de otra granja "B" tiene un defecto de 708 racimos respecto a la granja "A". ¿Cuántos racimos de plátanos recolectó la granja "B"? Rta. 2 677 – 708 = ? (CA 3')

57. En una zona forestal se decidió plantar este año 4 268 pinos para mejorar las condiciones ambientales. Esto es el doble de lo sembrado el año anterior. ¿Cuántos pinos se plantaron el año anterior? Rta. 4 268 . 2 = ? (Dv 3)

58. En una granja agropecuaria se recogieron 1 225 repollos de col. Decidieron entregar a cada comedor obrero 245 repollos. ¿Para cuántos comedores obreros alcanzará?

NOTA: Para resolverse este problema por el significado que presenta debe efectuarse la división 1 225 : 245 = ?, o sea es un problema de la estructura GI 3. Ahora bien como ellos no saben efectuar esa división se les puede sugerir utilizar otro significado para resolverlo (hasta tanto no aprendan a realizar dicho cálculo en cuarto grado): efectuar restas sucesivas y comprobar que al realizar 5 restas se habrán repartido todos los repollos.

59. Una libélula puede volar 100 km por hora. Ella es nueve veces menos rápida que un avión TU-104; mientras tanto que una paloma puede volar 40 km por horas menos que la libélula en una hora ¿Qué velocidades puede alcanzar el avión y la paloma?.

Rta. 9.100 = ? (900) (CM 2”), 100 – 40 = ? (60) (CA 4).

60. Para medir la longitud de una cuadra, Jesús caminó 30 pasos mientras que Lázaro lo hizo con 32.

c) ¿Por qué ellos encontraron resultados diferentes? Rta. Porque NO utilizaron la misma unidad de medida.
d) ¿ Cuál de los dos tiene un mayor paso? Rta. Jesús porque dio menos pasos.

61. En un trabajo productivo los pioneros van al campo a recoger naranjas. La brigada de Marcos recogió 215 cajas mientras que la de Omar recogió 106.

c) ¿Cuál es la diferencia de lo que recogieron ambas brigadas? Rta. 215 – 106 = ? (CA 1,2)
d) ¿Cuál es el defecto de la cantidad de cajas que recogió la brigada de Omar respecto a la de Marcos? Rta. La misma respuesta que el inciso anterior.

62. a) Un broncosaurio es un inmenso dinosaurio que vivió millones de años atrás. Tenía 9 m de altura, 21 m de largo (con el rabo estirado) y 35 000 kg. de peso. Él es siete veces más pesado que un gran elefante. ¿Cuánto pesa uno de estos elefantes?

Rta. 35 000 : 7 = ? (CM 2”)

b) El peso de una ballena grande puede pesar el triplo de un broncosaurio. ¿Cuántos kg. ella puede tener? Rta. 3 . 35 000 = ? (Dv 1)

63. Existió otro tipo de dinosaurio denominado tiranosaurio que fue el más feroz de ellos. Era temido por los demás animales. Su largo y su altura era 3 m y 7 m respectivamente menos de que un broncosaurio. Su peso era aproximadamente la mitad del peso de un broncosaurio ¿Cuál es el largo, la altura y el peso de un tiranosaurio?

Rta. 9 – 3 = ? (6); 21 – 7 = ? (CA 4); 35 000 : 2 = ? (Dv 2).

64. Sebastián realizó un viaje a 200 km. de distancia de su hogar. Cuando anduvo 130 km se detuvo a almorzar en un restaurante. Después el continuó el viaje y cuando ya había recorrido 25 km. se dio cuenta que se le había quedado su bolso

en el restaurante con varios documentos importantes y regresó a recogerlos. Posteriormente recorrió los km. que le faltaban para concluir su viaje. ¿Cuántos km. recorrió en total Sebastián? Sugerencia: Puede apoyarte en un esquema para comprenderlo mejor. Rta. 250 (téngase en cuenta que el tramo de 25 km lo recorrió TRES veces).

65. Los dedos de la mano se denominan: Pulgar (p), índice (i), del medio (me), anular (a) y meñique (mq). Si Talía quiere escoger dos de esos dedos para ponerse unas sortijas. ¿Cuáles dedos ella pudiera escoger Rta. Puede seleccionar diez parejas.

66. Julio que es mi gran amigo
nació en el año 1985
piensa tú y me ayudarás
a descubrir ahora conmigo
la edad que Julio tendrá
para el año 2005. Rta. 2 005 – 1985 = ? (20) (Co 3).

67. Abraham gastó la cuarta parte de su dinero en un pantalón. Si el mismo le costó siete pesos. ¿Cuánto dinero tenía Abraham antes de comprar este artículo?
Rta. 7 . 4 = ? (Dv 4).

68. En dos cajas de naranjas había 120 naranjas. De la primera se tomaron 18 y en la segunda se colocaron el triplo de 6. ¿Cuántas naranjas quedaron en ambas cajas?
Rta. 120 – 18 = ? (102) (Co 2); 3.6 = ? (18) (Dv 1) Como se sacaron y colocaron la misma cantidad ahora hay lo que había al inicio: 120.

69. ¿Cuántas veces Arnaldo podrá visitar al mercado para comprar platanitos si cada vez que va allá compra cinco pesos de estas frutas y dispone para este fin de sesenta pesos? Rta. 60 : 5 = ? (12) (R 2)

70. Un avión tardó 90 minutos en volar de la ciudad A a la B. En su viaje de regreso siguió la misma ruta que en su viaje de ida y se demoró una hora y treinta minutos.

a) ¿ En cuál de los dos viajes fue más rápido? Rta. Tuvo la misma velocidad porque 90 minutos equivale a una hora y treinta minutos.

b) Si en el viaje de retorno se hubiera demorado una hora y veinte minutos. ¿en cuál de los dos viajes fue más veloz? Rta. En el viaje de regreso al emplear menos tiempo.

71. Tres alumnos de tercer grado sostienen una conversación sobre la cantidad de problemas que habían resuelto durante una semana. Escúchala y después contesta la pregunta formulada:

Elías: “Yo he resuelto 3 problemas más que Justa”.

Justa: “Pues yo he resuelto el doble que Onelio”.

Onelio: ”Yo he resuelto 9 problemas”

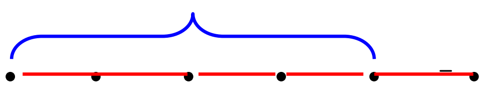
Elías: “Dime amiguito ¿cuántos problemas he resuelto yo?

Rta. 9.2 = ? (18) Dv 2; 18 + 3 = ? (21) (CA 3)

72. Una paloma mensajera se encontraba distante de su casa 480 km. Ella puede regresar a su hogar a una velocidad constante en 6 horas y es tres veces más lenta que un helicóptero. ¿Cuán rápido puede volar el helicóptero?

Rta. 480 : 6 = ? (80) (G 2); 80 . 3 = ? (240) (CM 2”)I

73. La suma de dos número ”a” y “b” es 100, mientras que “b” es el cuádruplo de “a” ¿Cuáles son esos números? Sugerencia: Completa el siguiente esquema para que te resulte más fácil resolverlo:

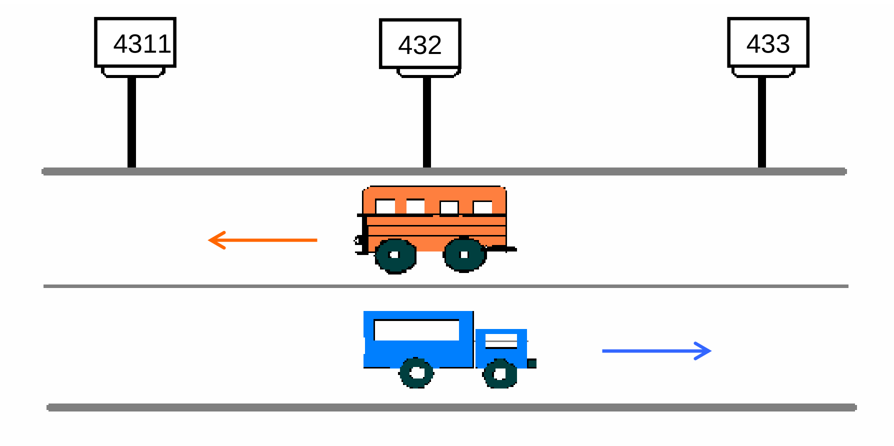


Rta. 100 : 5 = ? (20); 100 – 20 = ? (80) (Cb 2)

74. Clemente es un camionero que trabaja en una granja avícola y regularmente transporta huevos para La Habana. En cada viaje él lleva la misma cantidad de cajas y durante este mes debe dar 20 viajes. ¿Cuántas cajas de huevos debe llevar en cada viaje si debe transportar en total 5 000 cajas. Rta. 5 000 : 20 = ? (250) (R 3).

75. Cada alumno trajo de su casa 2 caramelos y la maestra le dio el triplo de lo que ellos entregaron. En total la maestra distribuyó por igual 96 caramelos entre los 16 alumnos que asistieron ese día. ¿Cuántos caramelos recibió cada niño? Rta. Puede resolverse de dos maneras 2.3 = ? (Gi 1) por supuesto la más fácil ó 96 : 16 = ? (GI2)

76. Observa con detenimiento el siguiente dibujo para que puedas contestar lo que se te preguntará después:



El camión y el ómnibus ya viajaron 21 km y NO salieron del mismo lugar. ¿Cuántos km marcaba en las señales de carretera en los lugares de partida del camión y del ómnibus?

Rta. Camión: 432 – 21 = ? (421) (Co 2)

Ómnibus: 432 + 21 = ? (453) (Co 1)

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS PARA EL CUARTO GRADO:

Como se expresó en el material de 3ero., para evitar la reiteración, en éste no hemos incluido las **observaciones preliminares** que se plantearon al inicio de las orientaciones para el primero y segundo grados. Sin embargo, antes de continuar la lectura del presente documento debe revisarse esta parte introductoria que aparece en los precedentes.

En este grado se culmina la introducción de todas las estructuras semánticas de los problemas de las cuatro operaciones básicas con números naturales que se han previsto para el primer ciclo. Es por ello debe hacerse un trabajo muy serio, planificado y sistemático para aprovechar las potencialidades que todo problema brinde para ejercitar varias estructuras. Como se ha indicado en los grados anteriores, se debe añadir algunos incisos a ciertos problemas para ampliar sus posibilidades. Esto también puede hacerse en forma oral.

En cuanto a las estructuras de adición y sustracción en este grado lo nuevo consiste en la introducción de las variantes de los problemas de comparación CA i". Por otra parte, las estructuras de la multiplicación y división culminan aquí su tratamiento, pues en esta ocasión se introducirán como nuevas once y se ejercitarán las restantes.

Al igual que hicimos en los grados anteriores, se ha realizado una distribución de todas las estructuras en los diferentes epígrafes con el propósito de buscar un adecuado equilibrio en cada periodo y también para evitar que alguna estructura pueda quedar olvidada o ejercitada de manera inferior que otra. Se reitera que aunque aquí se recomendará las estructuras que en cada epígrafe debe ejercitarse, el docente puede y debe hacerlo la mayor cantidad posible de veces.

En el **epígrafe 1.1 “La sucesión de los números naturales”** es una buena oportunidad para ejercitar las estructuras Co 1, Co 2, Ig 1, Ig 4, Dv 2 y Dv 4.

No deben dejar de resolverse los cuatro problemas que aparecen en la página 24 del Lt: el No.16 tiene la estructura Co 5, el No.17 es del tipo Co 2, el No.18 es de los tipos Cb 1 e Ig 1 y el No.19 es de los tipos Co 2 y GI 2.

Análogamente deben resolverse todos los problemas de la página 30 del LT: el No.20 es del tipo GI 2, el No.21 es de los tipos CA 3 y CA 4, el No.22 se le puede agregar los siguientes incisos:

a) <u>¿Cuántos cm le faltó a Elsa para saltar lo mismo que Sergio?</u>
Rta. 244 – 189 = ? (Ig 1)

b) <u>Si Elvira hubiese saltado 35 cm menos entonces ella hubiese saltado lo mismo que Ernesto. ¿Cuánto saltó Elvira?</u> Rta. 217 + 35 = ? (Ig 4).

Además el No. 23 es un problema muy interesante de los tipos Dv 2 y Dv 4..

El No.35p.43 es de los tipos GI 1 y Cb 1 y se le puede añadir:

<u>Si su primo le regaló 15 sellos. ¿Cuántos sellos tiene Gilberto ahora?</u>

Rta. 14 + 15 = ? (Co 1)

El No.36p.43 es de los tipos GI 1 e Ig 5 y se le puede añadir:

<u>A Verónica le sobran 23 fotos para tener la misma cantidad de fotos que Margarita. ¿Cuántas fotografías tiene Verónica?</u> Rta. 108 + 23 = ? (Ig 4).

También se recomienda resolver el siguiente problema:

En el año 1991 mis abuelos cumplieron 35 años de casados. ¿En qué año se casaron mis abuelos? Rta. 1991 – 35 = ? (Co 4).

En el **epígrafe 2.1 "Trabajo con magnitudes"** se recomienda ejercitar las estructuras Co 3, Ig 2, R 1 y GI 1 así como la introducción de la adaptación **CA 1".**

Los cuatro problemas que aparecen en la página 61 del LT son de **longitud**; de ellos se recomienda proponer el No.22 es del tipo R 1, el No.23 es de los tipos CA 1 y Cb 1 y al mismo se la puede añadir:

¿En cuánto excede la primera respecto a la segunda? (Aquí los alumnos deben darse cuenta que esta pregunta es equivalente a la que aparece en el texto en el inciso a).

El No.24 es del tipo Co 1 y también R 1. El más interesante de los cuatro es precisamente el No.25 que tiene las estructuras CA 1 y P 1 que se le puede agregar la siguiente pregunta:

¿Cuántos metros tendría que dejar de correr Rafael en un minuto para haber corrido lo mismo que Pedro? Rta. 204 – 190 = ? (Ig 2).

Por otra parte en la página 67 del LT aparecen tres problemas de **masa** que no deben dejar de proponerse: el No.9 porque tiene **ideas combinatorias**, el No.10 que es del tipo CA 3 y el No.11 que es del tipo CA 5.

En cuanto a los problemas de **tiempo** hay algunos problemas valiosos en las páginas 71 y 72 del LT. Por ejemplo el No.7p.71 es de los tipos GI 1 y Cb 1 que debe resultar de interés para los escolares, el

No. 8 se le puede proponer a todos los alumnos si se le da la indicación de que confeccionen un calendario (o que lo traigan de sus casas de los meses de marzo, abril, mayo, junio y julio del año 2000, a partir del conocimiento de que el primero de marzo es miércoles y el 29 de febrero es martes. Sin embargo para los aventajados se les puede proponer con la condición que no utilicen el almanaque sino contando los días que hay entre la fecha inicial y la final y utilizando el hecho que la semana tiene siete días, por lo que en dependencia del resto irán transcurriendo los días; es decir si al sumar los días y dividir esa suma por 7 el resto es cero entonces la fecha también es martes; si el resto es uno la fecha cae un miércoles, y así sucesivamente. También son interesantes el No.10p.71 que es del tipo Co 1; el No.12p.72 es del tipo Ig 1, mientras que el No.18 es de los tipos Co 2 y GI 2.

Por otra parte del CT se deben proponer los siguientes ejercicios: No.2p.40 por tener **ideas combinatorias** y sin embargo tener respuesta única; el No.4 p.41 que es de los tipos Co 1 y Co 2, el No.2 p.43 que tiene las estructuras GI 1, Cb 1 y Co 4, el No.3 p.43 por tener ideas combinatorias y los problemas 1 y 2 p. 45 por carecer de datos numéricos.

Del folleto de orientaciones metodológicas tomamos los siguientes problemas:

- <u>¿Cuántos años transcurrieron desde el nacimiento de Colón en 1451 hasta el descubrimiento de Cuba en 1492.? ¿Qué edad tenía Colón al descubrir a Cuba?</u> Rta. 1492 – 1451 = ? (Co 2) (Obsérvese que este cálculo sirve para responder las dos preguntas).
- <u>El reloj marca las 9:30 a.m.. ¿Cuánto falta para que marque las 6:45 p.m. de ese mismo días?</u> Rta. 18:45 – 9:30 = ? (Co 3)

Conviene aquí plantear el siguiente problema que tiene la estructura CA 1” y que debe analizarse cuidadosamente:

Este año la producción de viandas de una granja aumentó de 150 000 kg a 200 000 kg con relación al

La lectura cuidadosa del mismo conduce a concluir que la producción de viandas el año anterior fue de 150 00 kg mientras que la producción de este año es de 200 000 kg. y lo que se desea saber cuál es el exceso de una parte sobre la otra (la diferencia entre ambas producciones); Es por ello que se fundamenta en el significado S_2. Esto permite el planteo del siguiente cálculo 200 000 – 150 000 = ? El docente debe elaborar otros similares o tomarlo del anexo de problemas.

En el **epígrafe 2.2 "El procedimiento escrito de la adición y sustracción"** se recomienda ejercitar las estructuras Co 6, Ig 5, R 2 y GI 2 e introducir las adaptaciones de **CA 3" y CA 5".**

El No.29 p.82 es un buen problema del tipo Ig 5 donde el alumno además tiene que realizar conversiones; se le pudiera añadir el siguiente inciso:

<u>Se quiere colocar un merendero cada 6 km de esta carretera. ¿En qué kilómetros se situarían</u>? Rta. Se situarían 4 merenderos en los km cero (inicio de la carretera), km 6, km 12 y km 18 (final de la misma).

Se recomienda proponer todos los problemas de la página 83:

- ✓ El No.32 es de los tipos Cb 1 y CA 3; su interés radica en que lo que carga un camión depende de lo que carga el siguiente. Si es necesario se pudiera modelar mediante segmentos representando los tres camiones. Se le puede añadir las siguientes preguntas:

La carga total de estos tres camiones es enviada a un centro de acopio; posteriormente esta mercancía es distribuida a cinco placitas. ¿Cuántos kg le corresponderá a cada una? Rta. El docente deberá observar que aquí las respuestas correctas NO son únicas, porque en ningún momento se plantea la condición de que se quiere "distribuir a partes iguales"; por lo que se puede aceptar cualquier descomposición del número 850 como una suma de cinco sumandos cualesquiera (iguales o no).Se le podría ahora preguntar a los niños ¿Qué condición habría que añadir a la pregunta dada para que la respuesta sea necesariamente dividir 850 . 5 = ?

- ✓ El No.33 es de los tipos Co 4 y Co 1 y su valor consiste en el manejo que se hace del tiempo en el mismo; se le puede preguntar además: Tito nació en 1960. ¿En qué año cumplirá 45 años? Rta. 1960 + 45 = ? (Co 6)
- ✓ El No. 34 es del tipo Co 6 por tener una estructura lingüística de poco uso.
- ✓ El No. 35 es de los tipos Co 1 y Co 6; su importancia radica que a pesar de decir en el texto "saca" de la alcancía, por el propio contexto del problema debe "sumarse": \$24 + \$45 = ? (Co 1). Al mismo se le puede añadir :El papá de Héctor le dio \$20 para que lo reuniera con lo que le quedaba y después lo repartiera entre él y sus dos hermanos. ¿Cuánto le corresponde a cada hermano, si cada uno debe recibir la misma cantidad? Rta. \$79 + \$20 = ? (499) (Co 1) y (\$99) y \$99 : 3 = ? (\$33) (GI 2).

Por otra parte en los ejercicios destinados en el LT a ejercitar la sustracción se recomienda proponer los siguientes:

- ✓ El No.2 p.94 es de los tipos Cb 1 e Ig 2 que se le puede agregar Si esa escuela primaria solamente tiene dos grupos de 4to. Grado. ¿Cuántos pomos le faltaron por recoger al 4to. Grado `para que hubiesen recolectado la misma cantidad que el 5to.,grado, sabiendo que los alumnos de este último grado pudieron recolectar 1 300 pomos? Rta. 1 300 – 1,212 =? (Ig 1).

- ✓ El No.43 p.95 es de los tipos Co 1 y Co 2 que se recomienda por la redacción original de la estructura Co 2.

- ✓ El No.45 p.95 es uno de los problemas más originales de este bloque por tener muchas soluciones, que las mismas dependerían de si

  - solamente se pueden utilizar las naranjas de esas cajas.
  - se puede disponer de otra cantidad de naranjas distintas de las cajas

- ✓ El No.47 p.95 se recomienda por la amplia gama de estructuras que se aplican: Cb 1, CA 3 CA 4 y Co 2. La respuesta final es $410.

- ✓ El No.53 p.96 es sumamente interesante porque reclama del resolutor un cuidadoso análisis para resolverlo; para ello se puede proceder así:
  Después de una lectura cuidadosa del mismo, se puede pasar a identificar lo conocido y lo desconocido, que en este caso son:

<u>Conocido:</u>

. lo que gastó (que se obtiene sumando $4,00, $2,20 y $0,60)

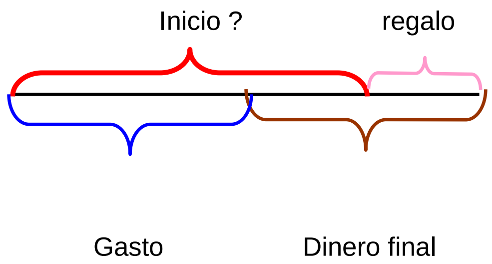
. lo que regalaron ($1,50)

. lo que le queda ($5,00)

<u>Desconocido:</u>

.lo que tenía al inicio (?)

Si se hace una modelación lineal donde re representen estas informaciones se podrá apreciar sin dificultades las relaciones y condiciones entre lo conocido y lo desconocido. Veamos esto:



A partir del mismo es fácil percatarse que lo que tenía al inicio más lo que le regalaron es igual a lo que gastó más el dinero que le quedaba al final. Al situar los valores numéricos en dicho esquema se comprenderá el orden de las operaciones a ejecutar, es decir, si sumamos lo que gastó con el dinero final se obtendrá un todo: \$6,80 +\$5,60 = ? (\$12,40) y ahora y a ese valor le restamos lo que le regalaron se obtendría el dinero inicial: \$12,40 - \$1,60 = ? (\$10,80)-

Además este problema brinda una magnífica oportunidad para comprobarlo.

Por otra parte para ejercitar la estructura R 2 se recomienda los siguientes ejercicios y otros que se pueden elaborar o tomar del anexo de problemas:

a) ¿Cuántas veces deberás sustraer sucesivamente 6 de 118 hasta obtener un número menor que 6? Rta. 19 veces.
b) ¿Cuál es la diferencia en la última sustracción? Rta. 4
c) ¿Qué otra operación pudieras realizar para simplificar los cálculos?
Rta. 118 : 6 = ? (cociente 19 con resto 4).

Un empleado de correo lleva en su bicicleta 350 revistas. Él debe dejar 50 en cada estanquillo hasta que quede sin ninguna. ¿Para cuántos estanquillos alcanzarán estas revistas? Rta. 350 : 50 = ? (R 2)

Para introducir las estructuras **CA 3"** y **CA 5"** se puede reformular el mismo problema que se utilizó para la variante CA 1":

Este año la producción de viandas de una granja aumentó de 150 000 kg en 50 000 kg con relación al

Al analizar este problema el docente debe destacar la importancia que tienen en este problema el empleo de las palabras: "**aumento de....en....**"

Esto debe interpretarse como que:

- la producción de viandas del año anterior fue de 150 000 kg.
- Este año aumentó la producción 50 000 kg con relación al año anterior.

Este análisis debe conducir sin dificultades el planteo de:150 000+ 50 000 = ?.

Sería un buen ejercicio **reformular** este problema en las estructuras estudiadas con anterioridad es decir las CA 3 y CA 3¨

De manera similar se pudiera introducir la variante de la estructura CA 5":

Este año la producción de viandas de una granja fue de 200 000 kg. Esta cantidad representa un aumento de 50 000 kg con relación al año anterior. ¿Cuántos kg de viandas produjo la granja el año anterior? (CA 5")

Después del análisis de las dos estructuras anteriores se considera que no debe resultar difícil comprender esta nueva que es un tanto más clara que la anterior y plantear la igualdad de cálculo: 200 000 - 50 000 = ?

En el **sub-epígrafe 2.3.1 "Multiplicación escrita por números de dos lugares**" se recomienda ejercitar las estructuras: Cb 1 y Cb 2e introducir las **C 1** y **AR 1.**

Para la ejercitación de las dos estructuras Cb 1 y Cb 2 se pudieran tomar los ejercicios del LT: No.34p.108 que tienen los tipos Cb 1, Cb 2, GI 1; el No.35 p.108 que tiene GI 1 y Cb 1 y el No.37 p.108 que tiene los tipos GI 1 y Cb 1. Además de los que puede elaborar el docente o tomar del anexo.

Se recuerda que los **PROBLEMAS DE CONTEO** son aquellos donde se aplica la igualdad card(AXB) = card(A).CARD(B) (I), o sea se refiere a

Irene tiene tres blusas: azul, rosada y verde y dos sayas; carmelita y negra. ¿Cuántas combinaciones

las distintas maneras de hacer algo.. Para ilustrar esta estructura se pudiera comenzar con el siguiente:

Para el análisis de esta estructura se puede proceder como es habitual a discriminar lo conocido de lo desconocido:

¿Qué es lo que conocemos?

-la cantidad de blusas que tiene Irene: **3** (**cantidad de elementos de un conjunto B**)
-la cantidad de sayas que tiene Irene: **2** (**cantidad de elementos de un conjunto S)**

¿Qué desconocemos?

- la cantidad de combinaciones que se puede poner con ambas prendas:**?** (**cantidad de parejas que se pueden formar con los elementos de estos conjuntos)**

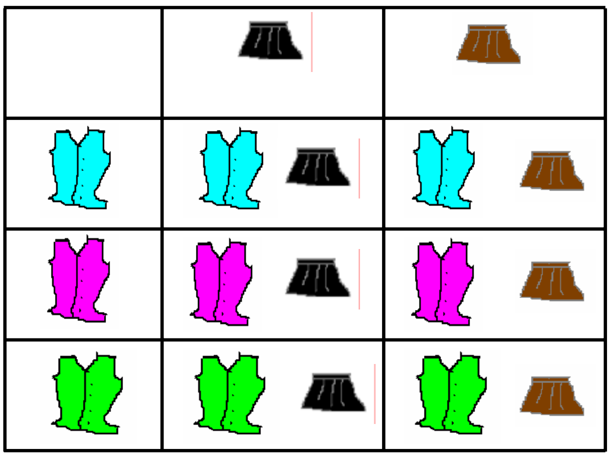
Esto se puede ilustrar mediante un **modelo ramificado** así:

B_a **B_r** **B_v**

Sc **S_n** **Sc** **S_n** **Sc**

S_n

También se puede utilizar un **modelo tabular** como el siguiente:



Es decir que para hallar las combinaciones pedidas de debe efectuar el producto 3.2= ? lo cual nos indica que hemos obtenido otro nuevo **significado** para la **multiplicación**:

M_4 : Dados la cantidad de elementos que tienen dos conjuntos. Hallar la cantidad de parejas que se pueden formar con ellos.

IMPORTANTE:

Debe tenerse en cuenta, que algunos problemas de este tipo de estructura los modelos que se emplean son **idealizados,** o sea**,** solamente pueden estar en la mente del resolutor. Por ejemplo, en este último problema, en la **práctica** solamente se puede combinar la saya **carmelita** con una blusa de uno de los tres colores y la saya **negra** con una de las dos blusas restantes. Esto quiere decir, que en un **mismo instante de tiempo** Irene solamente se puede poner dos combinaciones y le sobra una blusa. No obstante, la esencia de este tipo de estructura es puntualizar la cantidad de combinaciones que se pueden hacer con esos objetos en **distintos** espacios **temporales.** Esto que se ha acabado de explicar, será comprensible para un niño de este grado si llevamos modelos pictográficos en cartulina u otro material que sustituya a los objetos originales y lo manipulamos en el aula.

Se recomienda ejercitar primeramente esta estructura con ejemplos **con números pequeños** que permita la **modelación ramificada o tabular** y al mismo tiempo la plena identificación del escolar con el significado correspondiente; posteriormente se deben escoger problemas con **números mayores** para que solamente se aplique el significado sin necesidad de modelación.

Otro ejemplo de esta estructura es el siguiente:

En un aula de 4to. grado existen 4 niñas y 2 niños que saben bailar muy bien. La maestra quiere escoger una pareja para una actividad cultural. ¿De cuántas parejas distintas que se pueden formar, la maestra puede tomar la que necesita?

Por su contenido, es muy apropiado para ser escenificado en el aula. Además se pudiera presentar un **modelo tabular** como el siguiente y los

niños siguendo el problema de las blusas y las sayas llenar los espacios en blanco con figuras en cartulina:

Ahora bien para introducir la estructura **AR 1** se puede proceder así:

Establecer una conversación con los niños que les gusta tomar café. Se destacará lo útil que es su ingestión moderada como estimulante.

En una escuela primaria se dispone de un terreno para sembrar cafetos. Se quiere plantar los mismos de manera que formen un rectángulo; por el espacio de que se dispone solamente se pueden sembrar 5 cafetos a lo largo y 3 cafetos a lo ancho, a un metro de separación entre ellos.

Lo anterior puede servir como introducción para el planteo del siguiente problema:

¿Qué se conoce?

- la cantidad de cafetos que se pueden sembrar a lo largo: **5**(**elementos a lo largo);**
- la cantidad de cafetos que se pueden sembrar a lo ancho: **3** (**elementos a lo ancho)**

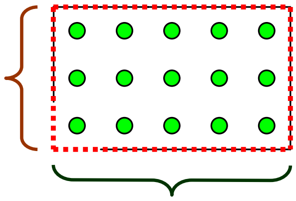
¿Qué se desconoce?

- la cantidad total de cafetos del "rectángulo": **?** (**cantidad total de elementos del rectángulo).**

Este análisis nos permite inferir que se ha aplicado el significado

M_3 Dados la cantidad de elementos que tiene un "rectángulo" a lo largo y a lo ancho. Hallar la cantidad total de elementos.

Por ser este el primer ejercicio de esta estructura, se pudiera representar de la siguiente forma:



3

5

Mediante el "conteo" resulta fácil a lo escolares determinar la cantidad de cafetos que tiene esta pequeña plantación, pero se le puede indicar otra forma más sencilla. Incluso se le puede preguntar si este método de conteo resulta cómodo cuando la cantidad de elementos de los "lados" del "rectángulo" sean mucho mayores, lo cual los motivará a buscar una vía más práctica. Ese es el momento oportuno para decirle que en este caso para determinar la cantidad de elementos del "rectángulo" basta multiplicar los "elementos" que tiene por cada lado; es decir que en este caso se calculará: 3 . 5 = ?
(AR 1)

Ahora el maestro puede proponer el siguiente o elaborar otro similar para demostrar la conveniencia del cálculo y no del conteo:

En un desfile martiano los niños de una escuela primaria participaron en un bloque rectangular de 235 niños a lo largo y por 25 niños a lo ancho.

Este es el momento oportuno para arribar a ciertas conclusiones a partir de los dos ejemplos resueltos; o sea debe plantearse en elaboración conjunta qué debe hacerse en el futuro cuando ellos se encuentren con ejercicios similares a estos (visión perspectiva). En este caso, consiste en interpretar el significado correspondiente de la multiplicación, pero adaptado al propio vocabulario del niño.

En el **subepígrafe 2.3.2** destinado a la división escrita por números de dos lugares, se sugiere ejercitar las estructuras Dv 1 y Dv 3 así como introducir las **AR 2** y **C2.**

No debe resultar difícil para el maestro elaborar o buscar en el anexo, problemas del tipo Dv 1, para el caso del tipo Dv 3 le sugerimos el siguiente:

<u>La edad de Rosario es el triplo de la de su sobrina Ana. ¿Cuál es la edad de Ana si su tía tiene 36 años?</u>

Si precisamos lo conocido y lo desconocido no existirá dificultades para comprender la situación y de hecho resolverlo:

<u>**Conocido:**</u>

- la edad de la tía: **36 años** (**el todo**);
- la relación entre la edad de la tía y la sobrina: **triplo** (**cantidad de partes iguales)**

<u>**Desconocido:**</u> la edad de la sobrina **?** (**contenido de cada parte**)

Ahí se aprecia perfectamente el **significado clásico de la división D_3.**

Para introducir la estructura **C 2** se puede partir del ejemplo similar tomado en el caso C 1, con las adecuaciones lingüísticas pertinentes:

Miriam tiene 3 blusas y cierta cantidad de sayas. ¿Cuántas sayas posee si en total podrá ponerse

Al realizar el análisis de esta situación que permita al niño descubrir la operación que debe efectuarse se puede proceder así:

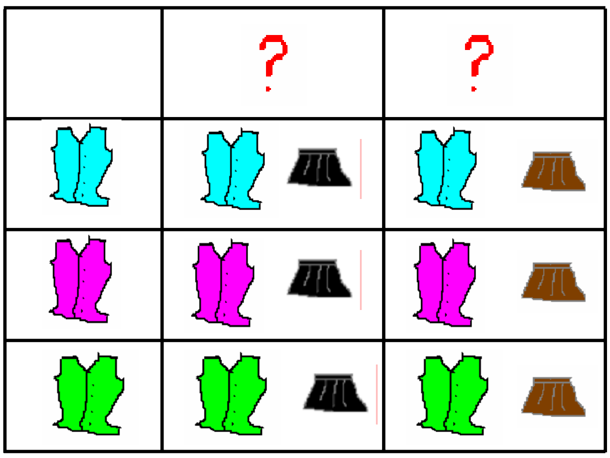
¿Qué se conoce?

- la cantidad de blusas que tiene Miriam**: 4** (**cantidad de elementos de un conjunto**);
- la cantidad de combinaciones o parejas que puede formar con estas blusas y cierta cantidad de sayas: **12** (**cantidad de parejas que se pueden formar con los elementos de dos conjuntos)**

¿Qué se desconoce?:

- la cantidad de sayas que tiene Miriam: **?** (**cantidad de elementos del otro conjunto)**

Esto se puede comprender mejor, si presentamos a los escolares la siguiente **tabla,** parecida a la presentada a los escolares para el caso C 1. Los niños deberán llenar los espacios en blanco con figuras dibujadas en cartón o cartulina:



Si se reduce este caso al anterior se pudiera decir que se debe buscar un número que multiplicado por 4 nos dé como resultado 12, o sea: 4 . ? = 12 . Lo cual nos indica que debemos aplicar la operación inversa. De hecho esto nos permite enunciar el correspondiente significado en el que se basa esta estructura que debe ser elaborado conjuntamente con los niños y que en su esencia debe decir así:

D_6 : Dadas la cantidad de parejas que se pueden formar con los elementos de dos conjuntos y la cantidad de elementos de uno de ellos.. Hallar la cantidad de elementos del otro.

También podemos plantear un problema parecido al ofrecido en el caso de C 1 sobre los niños y niñas, pero adaptándolo a esta nueva situación. Veamos:

En un aula de 4to. grado existen 4 niñas y algunos niños que saben bailar muy bien. Se sabe que con ellos se pueden formar ocho parejas distintas, de las cuales la maestra puede tomar la pareja que necesita para una actividad cultural. ¿Cuántos niños saben bailar muy bien en esa aula? (C 2)

Aquí el docente puede realizar un trabajo didáctico parecido al ejemplo anterior, para ello se puede apoyar en **impulsos**, y en la siguiente **modelación tabular,** que el escolar debe completar con figuras dibujadas en cartulina o cartón:

Por otra parte en el **sub-epígrafe 2.3.3** de ejercitación variada se recomienda ejercitar entre otras las estructuras CM 1 y CM 2 e introducir las CM 3, CM 3´y CM 3".

A continuación indicamos cuáles ejercicios del LT deben proponerse y las razones de su elección; en algunos casos damos orientaciones precisas para su tratamiento didáctico en el aula y también los incisos que se le pudieran agregar a algunos de ellos de forma oral:

- ✓ El No.44p.130 es interesante porque se aplican las estructuras de los problemas de grupos iguales y Dv 2; además que se puede resolver por más de una vía.

- ✓ El No.45p.130 es de los tipos GI 1 y GI 3: su interés radica en que hay que convertir segundos a minutos y estos a horas y se le puede añadir:

  Si otra máquina es seis veces más rápida que la primera. ¿Cuánto tiempo empleará esta segunda máquina para fabricar 1 000 de esas piezas? (CM 1)

  Rta. 18.6 = ? (108); 108.1 000 = ? (108 000); 108 000:60 = ? (180), 180 min = 3 hrs.

- ✓ El No.62 p.132 tiene las estructuras GI 2 y Cb 1 se le puede añadir:
  c)Si cada comedor recibe tres veces tantos kg de hortalizas como de viandas. Cuántos kg de hortalizas recibe cada comedor? Rta.438 : 3 = ? (146) (CM 2).

- ✓ El No.65p.133 que es un problema que NO se puede resolver porque le faltan datos; sería conveniente pedirle a los alumnos que completen la información para que pueda ser resuelto.

- ✓ El No.67 p.133 tiene los tipos Co 2 y GI 2y se le puede añadir:
  Un aviador puede viajar 20 veces más rápido que este chofer. ¿Cuántos km recorre ese aviador? Rta. 243:20 = ? (4 860) (CM 1´).

La introducción de las estructura CM 3 así como las variantes CM 3´y CM 3” , además de ofrecer a los estudiantes otros modelos de multiplicación y división con números naturales, prepara las condiciones para el estudio de los casos típicos de fracciones en quinto grado.

Para ello el docente puede elaborar un problema tomando como base el siguiente pero tratando de que se ajuste al contexto de su comunidad:

En una Escuela Primaria “A” hay matriculados 300 estudiantes y en otra Escuela Primaria “B” tiene

El docente debe guiar la discusión colectiva para que se planteen las siguientes preguntas que conducen a distintos tipos de comparaciones:

a)¿Cuántos alumnos más **tiene matriculados la Escuela Primaria "B" que la "A"? Rta. 1 200 – 300 = ? (900) (CA 1).**

El docente puede aprovechar la oportunidad para preguntarles: ¿Qué otra interrogante pudieran hacer que conduzca al mismo cálculo? A lo que los alumnos deben contestar:

b)¿Cuántos alumnos menos **tiene matriculado la Escuela Primaria "A" que la "B"**
(CA 2)

También otro escolar pudiera preguntar: ¿Cuál es la diferencia de matrículas de ambas escuelas? (CA 1,2).

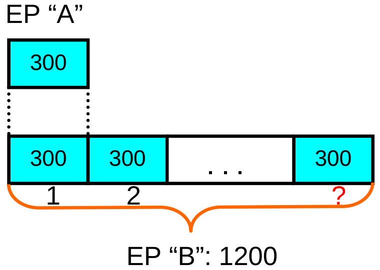
Ahora el docente debe preguntarles: ¿Qué harían Uds. para averiguar cuántas veces tiene la EP "B" tantos alumnos matriculados como la EP "A"**.**

Mediante el análisis colectivo se puede determinar:

Lo conocido:
- **la matrícula de la EP "A":** 300 **(¿ qué representa?:** el contenido de cada parte**);**
- **la matrícula de la EP "B":** 1 200 **(¿qué representa?:** el todo).

Lo desconocido:
- **la cantidad de veces que la matrícula de la EP "B" es tantas veces como la de la EP "A" (**?**) ¿qué significado tiene esto?:** la cantidad de partes iguales**)**

Para una mejor comprensión de esta nueva estructura retomemos la modelación rectangular:



De esta manera se ha introducido la estructura CM 3 **(que por supuesto el alumno no debe conocer su nombre) y que como se ha observado se fundamenta en el** significado de la división D_4**; es por ello se debe calcular 1 200 : 300 = ? (4) o sea que la EP ”B” tiene** cuatro veces **tantos alumnos de matrícula como la EP “A”.**

Para la presentación de las variantes de las estructuras anteriores se les puede presentar el siguiente problema u otro similar que el maestro pueda elaborar:

Un caballo de carrera puede correr en una hora 60 km, mientras que en ese mismo tiempo una flecha puede recorrer hasta 300 km.

a) ¿Cuántas veces es más rápida la flecha que el caballo? (CM 3´)

El análisis colectivo debe conducir que lo conocido **es** común **para** ambas preguntas**, es decir:**

Conocido:
- **lo que recorre un caballo en una hora:** 60 km **(**contenido de cada parte)**;**
- **lo que recorre una flecha en una hora:** 300 km **(**el todo**)**

Desconocido

a) **la cantidad de veces que una flecha es** más rápida **que un caballo**
b) **la cantidad de veces que un caballo es** más lento **que una flecha**
En ambos casos significa la cantidad de partes iguales.

Es por ello que para resolver los dos incisos de este problema se debe efectuar la misma operación de cálculo: 300 : 60 , aplicando el significado D_4**, lo que cambiaría es la forma de dar la respuesta.**

Al pasar a la última unidad de la Aritmética se recomiendan las siguientes distribuciones:

En el sub-epígrafe 3.1.1 **se sugiere ejercitar las estructuras Co 4 y Gi 3 e introducir** Dv 5 **y** Dv 6 **. El mismo está dedicado a ejercicios donde se aplique una misma operación de cálculo, lo cual resulta una buena oportunidad para aplicar una misma operación pero con distintos significados.**

Para introducir las estructuras Dv 5 y Dv 6 **se recomienda presentar el siguiente problema u otro similar:**

Aleida tiene 12 años de edad y su hermano Paco tiene 4.

a) ¿Cuántas veces es la edad de Aleida respecto a la de su hermano? (Dv 5)

b) ¿Qué parte representa la edad de Paco de la de su hermana? (Dv 6)

lo conocido y lo desconocido. En este caso lo conocido es común:

Conocido:
- **la edad de Aleida:** 12 años **(¿qué significa?:** el todo **);**
- **la edad de Paco**: 4 años **(¿qué significa?:** el contenido de cada parte**)**

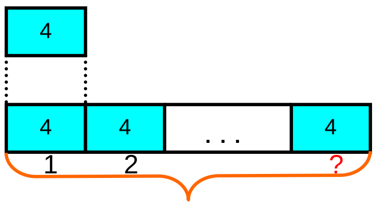
Desconocido:

a) **las veces que la edad de Aleida está contenida en la de Paco (lo que se necesita saber desde el punto de vista matemático qué** múltiplo **es la edad de Aleida de la de Paco):** la cantidad de partes iguales

b) **La parte que representa la edad de Paco respecto a la de Aleida (matemáticamente hablando es hallar qué** divisor **es la edad de Paco de la de Aleida)**

Para ambas situaciones se puede emplear la misma modelación rectangular**, que de hecho es análoga a la que se hizo para el caso de la estructura CM 3:**

Paco: 4 años



Aleida: 12 años

Lo cual conduce al mismo cálculo 12 : 4 = ? **y por supuesto, al mismo** significado: D_4.

Luego las respuestas a ambas interrogantes se pudiera expresar así:

a) **La edad de Aleida es el** triplo **de la de su hermano.**

b) **La edad de Paco es la** tercera parte **de la de su hermana.**

Hasta este momento, todas las estructuras que se han introducido se han caracterizado por ofrecer información de dos de los tres términos de las operaciones aritméticas correspondientes que sirven para plantear el cálculo y un término desconocido que debemos determinar. Sin embargo, en todas estas estructuras se pudiera restringir la información a un solo dato, **por lo que el**

problema sería un tanto "abierto" **de varias soluciones, lo cual resulta muy importante por lo que desarrolla en el niño su** pensamiento divergente**. A modo de ejemplo, citaremos los dos siguientes para que sirvan de estímulo a los docentes para elaborar otros similares. Inicialmente se pudieran proponer para los alumnos aventajados y después ir llevándoselo a todos los alumnos del aula.**

Con las blusas y sayas que Blanca tiene, ella puede ponerse 12 combinaciones diferentes. ¿Qué

En el análisis colectivo que deberá realizarse para comprender el problema se destacará que lo conocido **en este caso es** la cantidad de combinaciones que ella puede ponerse**:**12**; sin embargo** se desconoce **tanto la cantidad de blusas como** de sayas**.**

De acuerdo a la experiencia acumulada al estudiar las estructuras C 1 y C 2 no debe resultar difícil que el niño descubra que se debe buscar dos números naturales que multiplicados entre sí, nos dé como producto 12**, o sea, el planteo de la igualdad:**

? . ? **=** 12**.**

Para una mejor concreción de estas ideas pudiera utilizarse un modelo tabular **para reflejar las distintas variantes:**

BLUSAS	1	2	3	4	6	12
SAYAS	12	6	4	3	2	1

El docente debe destacar dos importantes cuestiones:

- **Que este problema tiene** varias soluciones **y que cada una de ellas es** posible y correcta.

- **Que en este caso el** orden de los factores SI cambia el resultado**, pues No es lo mismo tener 3 blusas y 4 sayas que poseer 4 blusas y 3 sayas.**

Un problema similar lo podemos plantar al trabajar con la estructura de "arreglos rectangulares". Por ejemplo se puede proponer el siguiente problema abierto:

Se desea sembrar 36 árboles de manera que formen una figura rectangular y que todos estén a

Realizando un análisis semejante al anterior, los niños pueden concluir que lo desconocido aquí es mayor que lo conocido. Se deben precisar ambos aspectos. Utilizando la experiencia acumulada en las estructuras AR 1 y AR 2, seguramente podrán inferir que deben buscar dos números naturales que multiplicados les dé 36**, es decir:**

? : ? **=** 36 **.**

También vamos a representar las distintas soluciones en un tabla:

LARGO	36	18	12	9	6
ANCHO	1	2	3	4	6

En esta ocasión el docente debe destacar lo siguiente:

- **Que también** todas las soluciones son correctas y posibles.

- **A diferencia del ejercicio anterior, en este caso** NO **se puede** invertir el orden de las cantidades del largo y del ancho **porque cambia el significado de estos conceptos.**

- **En el caso que el** largo y el ancho sean iguales **(último caso) estamos en presencia de un caso particular de rectángulo:** el cuadrado**.**

Resumiendo **debemos afirmar que al plantear este tipo de problemas el maestro debe tener en cuenta que:**

- **Por la complejidad al determinar la cantidad de pares de números, solo** conviene emplear números pequeños.
- **Al proponer estos tipos de ejercicios estamos** preparando condiciones **para la** descomposición factorial de números naturales**.**

Algunos de los ejercicios del LT que se pueden utilizar para ejercitar las estructuras indicadas son:

- ✓ **Los No.45 y No. 46.pág.146 y el No. 64 p.148 por tener la estructura Co 4**
- ✓ **Los No. 49 p.146; No.58 p.147 y No.68 p.148**

Por su parte en el sub-epígrafe 3.1.2 **donde se deben proponer ejercicios donde se aplica** una o más de una operación de cálculo**, se recomienda ejercitar las estructuras Co 5 e Ig 3 e introducir las adaptaciones CA 2”, CA 4”, y las nuevas** P 1 y P2**. También iremos mencionando algunos ejercicios del LT que**

se ajusten a estas estructuras o que resulten de interés para su tratamiento didáctico de acuerdo a los intereses de esta propuesta:

- ✓ **Los** ejercicios con texto (matemático**) No. 21 y No. 22 de la página 155 porque ambos tienen las estructuras Cb 1 , Dv 1 y Co 5.**
- ✓
- ✓ **El** No. 28p.155 **porque se puede resolver, por lo menos, por** dos vías**:**
- ✓

i) Efectuando el planteo 1 453 – 13 = ? (1 400) (Co 4) y después calculando 1 400 : 32 = ? (45) (Gl 2) o también;

ii) planteando 1 453 : 32 y comprobando que el resto es 13 y el cociente será la respuesta buscada.

- ✓ **El** No.29p.155 **que está indicado para alumnos aventajados, pero consideramos que se pueda realizar por la mayoría de los alumnos que han seguido estas instrucciones. Por sus peculiaridades vamos a desglosar las acciones que se pueden seguir para una correcta comprensión:**

- **Primeramente se pudiera resolver por tanteo utilizando los propios libros a los cuales hace referencia el texto del problema y después buscar otra vía más general que les dé método para resolver este problema u otros similares;**

- **Precisar lo** conocido:
  - **la cantidad de libros que hay sobre la mesa.** 33 **(**el todo**);**
  - **la diferencia entre los dos paquetes de libros:** 7 **(el** exceso de una parte sobre la otra**)**

- **Puntualizar lo** desconocido:
  - **la cantidad de libros que tienen cada uno de los dos paquetes (**las dos partes que forman al todo)

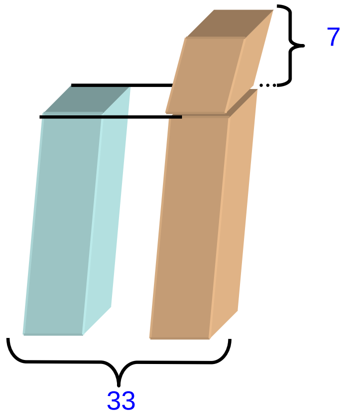
- **¿Es posible aplicar algunos de los significados estudiados por ustedes de la adición y sustracción de una manera directa con esta información? El alumno debe convencerse que no es posible.**

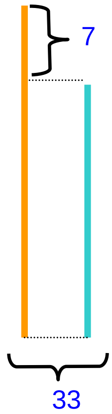
- **¿Qué relaciones se pueden establecer entre las distintas partes del problema? Tampoco resulta fácil apreciar a simple vista estas condiciones.**

- **¿Qué pudiéramos hacer para ayudarnos a buscar estas relaciones? Los alumnos pudieran sugerir el empleo de un modelo, en caso contrario, el propio maestro se lo indicaría:**

- **¿Qué podemos hacer para que los dos paquetes tengan las misma cantidad de libros?**

Para una mejor comprensión de esta parte, se puede manipular **con estos objetos (libros), escenificando esta situación en el aula. Esto se puede complementar con el empleo de una** modelación rectangular (en tercera dimensión) **y también** con segmentos**, como se indica a continuación:**





Rta. Quitarle 7 al más grande.

- **¿Cuántos libros quedan ahora sobre la mesa?**
  Rta. 31 – 7 = ? (24) (Co 2)

- **¿Qué representa esa cantidad respecto a uno de los paquetes?**
  Rta. El doble **del paquete** menor

- **¿Cuántos libros tiene el paquete menor? Rta.24 : 2 = ? (12) (Dv 3)**

- **¿Cuántos libros tiene el paquete mayor? Rta. 12 + 7 = ? (19) (CA 3)**

Este ejercicio ofrece posibilidades para su comprobación de una manera natural y también de hacer una visión perspectiva **del mismo al valorar** para qué **me sirve este problema resuelto en el futuro; el docente debe observar que este es un caso particular del ejercicio matemático que sirve de** modelo **del mismo:**

Dada la suma de dos números y su diferencia; hallar los números.

- ✓ **El** No.34P.156 **que es un ejercicio con texto (matemático) que tiene las estructuras Co 5 y Gl 2.**

- ✓ **El** No.37 p.156 **que tiene los tipos Co 5 y Co 1 y su interés radica además en el conocimiento histórico que su solución provoca y por el posible empleo de la modelación lineal para su comprensión**

Además se pueden proponer otros como los siguientes:

1. **El plan de un taller de confecciones masculinas es de 10 600 piezas. Si se confeccionan 2 570 piezas entonces se cumpliría el plan. ¿Cuántas piezas ya están confeccionadas? Rta 10 600 – 2 570 = ? (Ig 3)**

2. **Calixto debe recorrer 5 000 m en una pista de atletismo. Si recorriera 500 m más entonces llegaría a la meta? ¿Cuántos m ya ha recorrido? Rta. 5 000 – 500 = ? (Ig 3)**

La producción de caramelos de una fábrica en febrero disminuyó de 55 315 a 48 923 con relación al mes de enero. ¿Cuántas unidades de caramelos produjo la fábrica en febrero menos que en enero? (CA 2”)

La importancia para la comprensión de este tipo de estructura radica en la correcta reformulación **del mismo a los otros casos ya conocidos: CA 2 y CA 2”. En este caso quedaría así:**

Una fábrica de caramelos produjo en enero 55 315 unidades y en febrero 48 923. ¿Cuántas unidades de caramelos se produjeron en el mes de febrero menos que en enero?

Esta redacción resulta mucho más comprensible que la anterior por ser la más frecuentemente empleada en el lenguaje común, luego basta calcular la diferencia:
55 315 – 48 923 = ? (CA 2). También se podría reformular empleando el vocablo “defecto” que le corresponde a la adecuación CA 2.

Para introducir el caso CA 4” recomendamos proceder a la inversa: partir de un problema clásico de CA 4 y después mediante la elaboración conjunta llevarlo a las siguientes adaptaciones lingüísticas. CA 4´y CA 4”. Por ejemplo partir del siguiente problema:

En un campamento de pioneros el primer día entraron 4 170 niños y en el segundo 1140 menos que el primer día. ¿Cuál es la cantidad de pioneros que entraron el segundo día? Rta. 4 170 – 1 140 = ?, ahora se invita a reformularlo empleando los vocablos “defecto” **o** “exceso” **y posteriormente utilizando los términos**

Aquí también se deben introducir las estructuras de proporcionalidad: P 1 y P 2. **Se pudiera comenzar con el problema:**

Una pieza de tela tiene 96 m. Un metro se vende a $12. ¿Cuánto dinero se ha recaudado si ya se han

¿Qué se conoce?

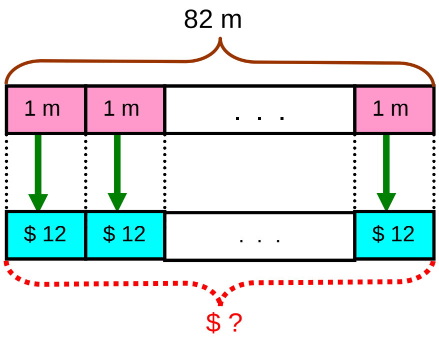
- **el precio de un metro de tela:** $12 **(**el contenido de cada parte);
- **la cantidad de m de tela vendidos:** 82 **(**cantidad de partes iguales**)**

¿Qué se desconoce?

- **cantidad de dinero recaudado:**? **(**el todo)

Además que la información brindada en la primera oración **es** innecesaria.

¿ Cómo se pudiera hacer la modelación rectangular **que permita distinguir esta estructura de las restantes?**



A partir de este modelo, sin dificultades se puede adaptar a uno con segmentos. **Basta sustituir** cada rectángulo **por un** segmento **con sus valores.**

Luego el significado **que se aplica en este caso es** M_2 **Es por ello que la operación a efectuar sería: 82 . 12 = ?**

Con el propósito de prepararlos para el estudio formal **de la** proporcionalidad **en** sexto grado **estos datos pudieran esquematizarse de la siguiente manera, a partir del modelo anterior:**

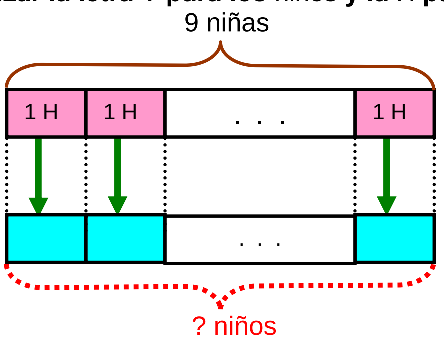
1 metro $\longrightarrow$ **$12**

86 metros $\longrightarrow$ $?

Ahora se pudiera formular otro problema de esta estructura pero con una redacción muy peculiar para la proporcionalidad, pero con cierta complejidad:

En un grupo hay 3 niños por cada niña. Si hay 9 niñas en el grupo. ¿Cuántos niños hay? (P 1)

Aquí no resulta difícil precisar lo conocido **y lo** desconocido**, pero a simple vista pudiera** no ser fácil **descubrir por el niño el** significado de la operación **en el cual se fundamenta esta estructura en esta oportunidad. Para ello sugerimos comenzar utilizando el siguiente** modelo lineal **en forma de** rectángulos: **Para simplificar vamos a utilizar la letra** V **para los** niños **y la** H **para las** niñas



A partir de ese modelo se puede inferir mediante impulsos **por el docente:**

¿Qué es lo conocido?

- **hay tres varones por cada hembra:** 3 varones **es el** contenido de cada parte;
- **hay** 9 hembras **en total: en este caso representan la** cantidad de partes iguales;

¿Qué es lo desconocido?

- **la cantidad de varones que hay en el grupo:**? **(**el todo)

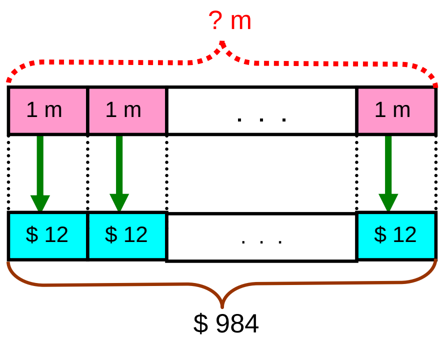
Para los alumnos aventajados **la** primera oración **de este último problema pudiera ser sustituida por:**

Tres de cada cuatro alumnos de un aula son varones.

Para introducir los problemas del tipo P 2 **se pudieran tomar los modelos anteriores para que puedan establecer las comparaciones pertinentes:**

Si un metro de tela cuesta $12 y se han recaudado $984 por la venta de la misma. ¿Cuántos metros

Al igual que en los casos anteriores, comencemos con el empleo de la modelación rectangular:



¿Qué es lo conocido?

- **el precio de un metro de tela**: $12 **(**contenido de cada parte**);**
- **el importe total de la venta:** $984 **(**el todo**)**

¿Qué es lo desconocido?

- **la cantidad de m de telas vendidos:** ? **(**cantidad de partes iguales)

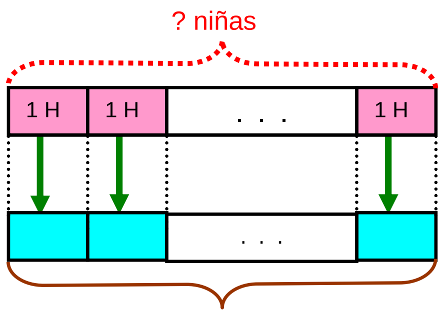
Ahí se aprecia claramente que el significado **que se utiliza es el** D_4 **o sea que es necesario efectuar la división $984 : $12 = ?. También se puede plantear así:**

1 metro ⟶ **$ 12**
? metros ⟶ **$ 984**

Ahora veamos la adaptación del problema similar al anterior:

> **En un grupo hay 3 niños por cada niña. Si hay 27 niños en el grupo, ¿Cuántas niñas hay? (P 2)**

Aquí también la modelación rectangular **puede ser muy útil para su mejor comprensión, al igual que hicimos en el ejemplo anterior. Veamos:**



27 niños

Conocido:

- **la cantidad total de varones**: 27 (el todo)**;**
- **la cantidad de varones que hay por cada hembra:** 3 **(**contenido de cada parte);

Desconocido:

- **la cantidad de hembras que tiene el grupo:**? **(**la cantidad de partes iguales**).**

Es decir, que se aplica el significado de la división: D_4

Algunos ejemplos de estas estructuras se pueden encontrar en el LT en los siguientes ejercicios: No.20p.68(p 1); No.35p.108(P 1 y Cb 1); Bo.45p.130(P 1 y Gl 3); No.60p.132 (P 2 y Gl 2); No.61p.132 (P 1); No,42 y No 47 p.146 (P 1); No.52p.147 (p 1); No.42p.157 (P 1, Co 2) y No.54p.159 (P 1).

Por último en el sub-epígrafe 3.1.3 **destinado a ejercitar y consolidar los contenidos esenciales del grado, se recomienda hacer énfasis en las estructuras CA 6", Ig 6 e introducir la** P 3**. Siguiendo los lineamientos ejecutados hasta el presente indicaremos algunos ejercicios del LT que deben ser resueltos y con algunas indicaciones:**

- ✓ **El** No.57 p.160 **que se indica para los aventajados. Lo interesante de este problema no es la estructura que presenta: Cb 2, sino que para la comprensión y posterior búsqueda de la idea de solución resulta muy útil el empleo de la** modelación lineal.

- ✓ **El** No.64 p.161 **que tiene las estructuras Co 1 y Co 2 pero para resolverlo resulta muy cómodo el empleo de la** modelación tabular.

- ✓ **El** No.71 p.162 **por ser un** problema portador de información **que tiene las estructuras Gl 1 y Gl 3.**

- ✓ **El** No.72 p.162 **que se recomienda para aventajados, pero pudiera resolverse por la mayoría del grupo; en este caso es muy interesante porque se puede resolver, al menos, por** dos vías **utilizando el** tanteo inteligente **mediante la utilización de una tabla o** aplicando las estructuras Cb 1 y Gl 3.
- ✓ **El** No.73 p.163 **que también se indica para aventajados; en este caso el empleo de la** modelación lineal **permitirá la mejor comprensión del mismo. Tiene las estructuras Co 2 y Gl 1.**

Para la estructura Ig 6 se recomienda:

1. **El plan de un taller de confecciones masculinas es de 10 600 piezas. Si faltan por confeccionar 2 500 piezas para cumplir el plan. ¿Cuántas piezas están ya confeccionadas? Rta. 10 600 – 2 570 = ?**

2. **Felipe debe realizar una marcha deportiva de 5 000 m. Le faltan 230 m para llegar a la meta. ¿Cuántos m ha recorrido? Rta. 5 000 – 230 = ?**

3. **Un almacén de azúcar ubicado en P. del Río tiene 12 461 sacos. Si se trasladan 2 375 para distribuir a la población entonces tendría la misma cantidad de sacos que otro almacén que se encuentra en la ciudad de Matanzas. ¿Cuántos sacos tiene el almacén matancero? Rta. 12 461 – 2 375**

Veamos algunos ejemplos de las estructuras CA 6, CA 6´y CA`6”.

La matrícula actual de una escuela primaria es de 1 245 alumnos por lo que tiene 367 menos que en el curso anterior. ¿Cuál es la matrícula de esta escuela en el curso anterior? (CA 6).

Al determinar lo conocido y lo desconocido se puede apreciar que se fundamenta en el significado de la adición A_2. por lo que debe efectuarse el cálculo 1 245 + 367 = ?

Siguiendo los modelos explicados con anterioridad, no debe resultar difícil re-formularlos empleando ahora los términos “defecto” **o** “exceso” **lo que daría la variante CA 6´.**

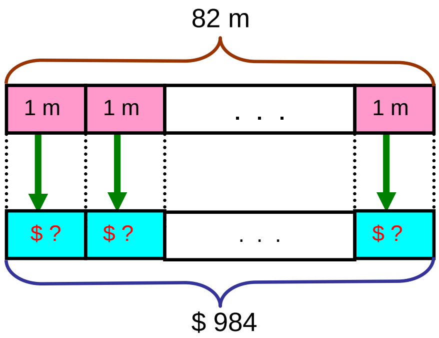
Ahora mostraremos cómo se puede reformular **utilizando los vocablos** “disminuir” **o** “aumentar” **según el contexto:**

> La matrícula actual de una escuela primaria es de 1 245 alumnos. Esa cantidad representa una disminución de 367 alumnos con relación al curso anterior. ¿Cuál es la matrícula de esta escuela el curso anterior?

Para finalizar vamos a introducir el tipo de problema de proporcionalidad **que concluye la preparación de los escolares del ciclo:** P 3. **Veamos el siguiente ejemplo tomado de las adecuaciones lingüísticas de los anteriores P 1 y P 2.**

> **¿Cuál es el precio de un metro de tela si se ha vendido 82 m de la misma y se ha recaudado $ 9842**

De nuevo, recurriremos a la modelación rectangular **para interpretar esta estructura en el lenguaje de la relación** "parte-todo" **y al mismo, tiempo contribuya a la** comprensión **del** significado de la operación **que se debe aplicar en esta oportunidad:**



¿Qué es lo conocido?:

- **la cantidad de m de tela vendidos:** 82 **(**cantidad de partes iguales);
- **la cantidad de dinero recaudado**: $984 **(**el todo)

¿Qué es lo desconocido?

- **el precio de un metro de tela:** ? **(**Contenido de cada parte)

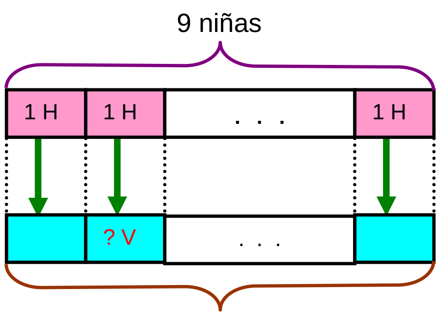
Perfectamente se observa que para resolverlo debemos basarnos en el significado D_3 **de la división o sea calcular 984 : 82 = ?. Siguiendo la idea esquemática de los dos ejemplos anteriores lo pudiéramos representar así:**

1 metro ⟶ $?
82 metros ⟶ **$ 984**

Pasemos a formular el de mayor nivel complejidad de comprensión re-elaborando los ya presentados:

En un grupo hay 27 niños y 9 niñas. ¿Cuántos niños hay por cada niña en este grupo? (P 3)

Vamos a realizar la modelación lineal **en forma de** rectángulos **como lo hicimos en los dos casos anteriores para que se pueda apreciar mejor el significado correspondiente:**



. . .

27 niños

Ahora nos resulta fácil precisar que lo:

Conocido:

- **la cantidad de varones del grupo:** 27 **(**el todo**);**
- **la cantidad de hembras del grupo:** 9 **(**cantidad de partes iguales)

Desconocido:

- **la cantidad de varones que hay por cada hembra:** ? **(**contenido de cada parte).

Es por ello se precisa aplicar el significado de la división: D_3

Aunque en el LT hay muy pocos de este tipo solo: No.70 p.134 (P 1 y P 3) y el No. 20 p.30 (p 3), el docente puede redactar algunos y tomar otros del anexo de problemas que aparece seguidamente:

ANEXO DE PROBLEMAS PARA CUARTO GRADO:

1. **En una fiesta de inicio de curso, preparado por los padres, se tenían 180 bocaditos en una caja, mientras que en una cesta había 120. Alicia sacó 51 bocaditos de la caja y los puso en una bandeja para repartirlos. Entregó 38 y colocó los que le sobraron en la cesta. ¿Dónde hay ahora mayor cantidad de bocaditos? ¿Cuántos más?**
   Rta. 180 – 51 = (129); 51 – 38 = ? (13) (Co 2); 120 + 13 = ? (133) (Co 1);
   133 – 129 = ? (4) (CA 1) Luego en la cesta hay cuatro bocaditos más.

2. **Si sabes la cantidad de kg que pesa Conrado y la cantidad de kg que pesa Dagoberto. ¿Cómo puedes saber si existe diferencia entre sus pesos? Rta. Comparando ambas cantidades mediante la sustracción.**

3. **Una fábrica de conservas tiene 360 kg de mango. Hoy recibe 120 kg más. La tercera parte de la cantidad de mangos que tiene ahora la industria la va a dedicar a la elaboración de compotas. ¿Cuántos kg no se utilizaron para compotas?**
   Rta. 360 + 120 = (480) (Co 1); 480 : 3 = ? (160) (Dv 2);480 – 160 =? (320) (Co

2)

4. **Los alumnos de 4to grado de una escuela primaria recolectaron 145 kg de tomate en un día en el huerto de su escuela. Esto representa la tercera parte de su plan semanal. ¿Cuántos kg de tomate deberán recoger en los restantes días de la semana para cumplir el plan? Rta. 145 . 3 = ? (435) (Dv 4); 435 – 145 = ? (290) (Co 2).**

5. En Cuba las chapas de algunos carros tienen dos letras y cuatro cifras. Además se identifican por un color.

a) ¿Cuántas combinaciones posibles se pueden formar usando los guarismos 1,2,3 y 4 sin que se repitan ninguno en una misma chapa, manteniendo fijas las dos letras y el color que en este caso sería: HP azul Rta. 24 combinaciones.

b) Escribe seis de esas combinaciones.

6. Dos grupos de pioneros de 4^{to} grado recuperan materias primas. Cada grupo quiere recoger 300 kg de materiales antes que termine el mes. El grupo "A" ya tiene recogido 218 kg mientras que el grupo "B" trabajó duramente para sobrecumplir la meta en 24 kg

a) ¿Qué cantidad de materiales debe recolectar todavía el grupo "A" para alcanzar la meta? Rta. 300 - 218 = ? (82) (Ig 1).

b) ¿Cuántos kg ha recolectado el grupo "B"? Rta. 300 + 24 = ? (Ig 4)

7. Gudelia salta 2,5 m, Vivian salta 70 cm más que Gudelia y Basilia salta 40 cm menos que Reina. ¿Qué distancia salta Basilia? Rta. No se puede resolver porque falta información.

8. Alberto ha reunido la quinta parte del precio de una bicicleta. ¿Cuánto le falta para adquirirla si este artículo cuesta $125? Rta. 125 : 5 = ? (25) (Dv 2); 125 – 25 = ? (100) (Ig 1).

9. La matrícula de 4^{to} grado de la Escuela Primaria "A" es de 30 alumnos. Esta es la sexta parte de la matrícula de toda esta escuela. Por otra parte si la Escuela. Primaria "B" tuviera 18 alumnos menos entonces tendría la misma cantidad de alumnos que la E.P. "A". ¿Cuál es la matrícula de la E.P. "B"? Rta. 30 . 6 = ? (180) (Dv 4); 180 + 18 = ? (Ig 4).

10. En el taller de Educación Laboral los alumnos deben fabricar reglitas de 10 cm y también de 15 cm de longitud. Para ello disponen de un listón de un metro de largo. Encuentra las tres posibilidades que pudieran realizar.
Rta. 2 listones de 15 cm y 7 listones de 10 cm;
4 listones de 15 cm y 4 listones de 10 cm;
6 listones de 15 cm y I listón de 10 cm.

11. Este año la producción de zapatos de hombre de una fábrica de calzado aumentó de 40 000 pares en 20 000 pares con relación al año anterior. La producción actual de zapatos de hombre representa un aumento en 10 000 pares respecto a la producción de zapatos de niños. ¿Cuántos pares de zapatos de niños se elaboraron en la actualidad? Rta. 40 000 + 20 000 = ? (60 000) (CA 3"); 60 000 – 10 000 = ? (CA 5").

12. Una calle se está reparando. Ya están arregladas 600 m. Si cada día se rectificaran 100 m de la vía entonces en 4 días se terminaría la reparación de la calle. ¿Cuál es la longitud de la calle? Rta. 4 . 100 = ? (400) (Gl 1); 600 + 400 = ? (1 000) (Ig 6)

13. Una industria química produjo 93 720 kg de pintura. Aún faltan 6 280 kg para cumplir el plan.
    a) ¿ A cuánto asciende el plan en t de pintura?
    Rta. 93 720 + 6 280 = ? (100 000); 1000 000 kg = 100 t (Ig 6)
    b) Después de enviar algunos kg a una empresa, en dicho centro se acumularon 59640 kg. ¿Cuántos kg recibió dicha empresa sabiendo que al inicio solamente tenía 21 874? Rta. 59 640 - 21 874 = ? (37 766) (Co 3)

14. ¿Cuántas veces deberás sustraer sucesivamente 6 de 114 para obtener como resultado un número menor que 6? Rta. 114 : 6 = ? (19) (R 2)

15. Francisco es un levantador de pesas. Él quiere levantar 110 kg y tiene pesas de 5 kg, 10 kg, 15 kg, 20 kg, 25 kg. 30 kg y 50 kg (dos de cada tipo). Francisco puede colocar los 110 kg en las barras de seis maneras diferentes. ¿Podrías buscar la mitad de ellas?

16. Benigno gastó $45 en la compra de un regalo para su esposa. Ahora tiene $75. ¿Cuánto tenía al principio? Rta. 75 + 45 = ? (120) (Co6).

17. Los hermanos Emilio, Salvador y Lorenzo tienen cada uno $97. Deciden unir su dinero para comprar un artículo que le cuesta $270. ¿Le falta o le sobra dinero ?¿Cuánto?
    Rta. 97 . 3 = ? (291) (R 1); 291 – 270 = ? (21) (Ig 2).

18. Se sabe que una ceiba puede vivir aproximadamente 300 años. ¿Cuántos años podrían vivir cinco ceibas? Rta. La respuesta NO es única porque depende de la fecha cuando se hayan sembrado las mismas.

19. Matías tiene 2 hermanos. Ellos se proponen pintar el muro de la escuela que mide 15 m. Matías pinta 6m 80 cm lo que representa el doble de lo que pinta su hermano mayor; mientras que su hermano menor solamente pinta 95 cm. ¿Cuántos metros y cm pintan Matías y sus hermanos juntos? Rta. 6m 80 cm = 680 cm; 3m 40 cm = 340 cm; 680 : 2 = ? (340) (Dv 3); 340 + 680 + 95 = ? (1115 cm) = 11m 15 cm (Cb 1).

20. En una tienda están vendiendo jabones de baño en estuches de tres tipos:
    ESTUCHE DE 4 JABONES................$ 4,40
    ESTUCHE DE 5 JABONES............ $ 5,00

ESTUCHE DE 6 JABONES............. .. $ 5,50

a) **¿De cuánta maneras puedo yo comprar 20 de esos jabones? Rta. de cuatro formas distintas.**

c) **¿Cuál es la forma más barata de comprar 20 jabones?**
Rta. 2 estuches de 6 jabones y 2 estuches de 4 jabones.

d) **¿Cuánto se gastaría en este último caso? Rta. $19,80**

21. **Las Olimpiadas y los Campeonatos Mundiales de Fútbol se celebran cada 4 años. ¿En qué año se celebraron las tres Olimpiadas anteriores a las del 2 000 y los tres Campeonatos Mundiales de Fútbol posteriores a 1 986?**
Rta. 4.3 = ? (GI 1); 2 000 – 12 = ? (1 988) (Co 2); 1 986 + 12 = ? (1 998) (Co 1).

22. **Magdalena tiene 4 blusas (blanca, azul, rosada y verde) y 7 sayas.**
    a) **¿De cuántas formas se puede ella vestir usando la blusa blanca?**
    Rta. 7.1.= ? (C 1).
    b) **¿Cuántas combinaciones distintas puede ella ponerse considerando todas las blusas y todas las sayas? Rta. 7 . 4 = ? (28) (C 1).**

23. **Después de automatizada una fábrica, el tiempo necesario para elaborar una pieza se ha reducido a la mitad. Si antes del proceso de automatización, la industria se demoraba 186 hrs. para fabricar dicha pieza. Calcula el tiempo que hace falta para producirla en la actualidad? Rta.186 : 2 = ? (93) (CM 2”).**

24. ***En la fiesta del cumpleañós de Cecilia asistieron 25 personas. De ellas 4 eran adultos y se sabe que la cantidad de niñas era el doble de la cantidad de niños ¿Cuántos niños y cuántas niñas participaron en la fiestecita?**
Rta. 25 – 4 = ? (21); 21 : 3 = ? (7) (GI 2); 7.2 = ? (14) (Dv 1) ; 14 niñas y 7 niños.

NOTA: los estudiantes pueden resolverlo por tanteo **o también utilizando la** modelación lineal **para percatarse que es necesario dividir el todo (21) en tres partes iguales**

25. **Imagínate que tú seas piloto de un avión. Pasas por encima de ocho grandes montañas, 3 ríos y atraviesas una provincia completa, por lo que te demoras en el recorrido una hora. ¿Cuál es la edad del piloto? Rta. ES la edad del propio alumno.**

26. **Hace diez años la matrícula de un semi-internado de primaria era de 190 alumnos. En el presente curso escolar la matrícula es cuatro veces tantos como esa cifra. ¿En cuánto excede la matrícula actual a la de hace 20 años?**
Rta. 190 . 4 = ? (760) (CM 1); 760 – 190 = ? (570) (CA 1´)

27. **En una granja citrícola deben envasarse 620 250 kg de naranjas en cajas de 25 kg cada una .De ellas 124 050 son naranjas agrias y el resto son dulces. ¿Cuántas veces hay tantas naranjas dulces como agrias?**
Rta. 620 250 – 124 050 = ? (496 200) (Cb 2); 496 200 : 124 050 = ? (CM 3).

28. **Los alumnos y maestros de 4to grado hicieron una excursión para visitar EXPOCUBA. Fueron 151 niños y 4 maestros, en ómnibus que tenían una capacidad de 34 personas.**
   a) **¿Cuántos ómnibus fueron utilizados? Rta. 151 + 4 = ? (155) (Cb 1);155: 4 =? (cociente 4 y resto 19) por lo que se necesitan cinco ómnibus (Gl 3).**
   b) *** ¿Cuántas personas debieron viajar en cada ómnibus para tener la misma cantidad de asientos vacíos en todos los vehículos? Rta. 155 : 5 = ? (31) (Gl 2)**

29. **Dos periodistas asisten a un estadio de pelota. Eliseo opina que hay 24 000 espectadores, mientras que Hermes dice que hay 28 000. El taquillero les informa que ha vendido 25 780 entradas..**
   a) **¿Cuál de los dos pronósticos se acercan más a lo real?**
   Rta. 25 780 - 24 000 = ? (1 780) (Ig 1); 28 000 – 25 780 = ? (2 220) (Ig 2), luego el pronóstico que más se acerca es el de Eliseo.
   b) **Si las entradas vendidas 2 578 corresponden al sexo femenino ¿ Cuántas veces asistieron tantas personas del sexo femenino como del masculino?**
   Rta. 25 780 : 2 578 = ? (10) (CM 3)

30. **Guillermo está haciendo una lista de los números que se pueden escribir utilizando la cifra 3. ¿Tendrá fin esta lista? Rta. NO, siempre se puede agregar otro 3.**

31. **Rosa recibió muchas flores el día de su cumpleaños .Su amiga Dalia le envió un ramillete con 10 rosas; su tía Violeta otro con 14 rosas y su prima Azucena otro con 12 rosas. Ella las distribuyó por igual en tres jarrones. ¿Cuántas rosas puso en cada jarrón? Rta. 10 + 14 + 12 = ? (36) (Cb 1); 36 : 3 = ? (Gl 2)**

32. **Los alumnos aficionados al ajedrez de dos aulas decidieron realizar una competencia de este juego. Se acordó que cada alumno de un equipo debe jugar con cada alumno del otro. Durante el torneo deben efectuarse 30 juegos. ¿Cuántos alumnos participaron en el equipo “B” si en el “A” compiten 6 estudiantes? Rta. 30 : 6 = ? (5) (C2)**

33. **¿Cuántos kg de limones se han recogido de una mata aproximadamente, si se han cosechado 2 600 kg de limones en total en la granja? Rta. Falta información.**

34. Los padres de Aurora están engordando un cerdo que pesa 68 kg para con el dinero de su venta celebrarle el cumpleaños de su hija. Ellos quieren venderlo cuando pese 110 kg. ¿Cuántos días tendrá que cebarlo, si se sabe que aumenta un promedio de 600 g diarios? Rta. 110 – 68 = ? (42) (Ig 1); 42 kg = 42 000 gramos; 42 000 : 600 = ? (70) (Gl 3).

35. ¿Cuántos números de dos lugares se pueden escribir que tengan 1,2 ó 3 en las decenas y 4, 5,6,7 u 8 en la posición de las unidades? Rta. 3.5 = ?(15) (C 1).

36. * Con los 645 pesos más de los que tiene Donato, podría comprar un artículo que cuesta 1 632 pesos y le sobrarían 292. ¿Cuánto dinero tiene Donato?
Rta. 1 632 + 292 = ? (1 924) (Ig 4); 1 924 – 645 = ? (1 279) (Co 3) Sugerencia: Dibuje un modelo lineal para que pueda descubrir mejor las relaciones entre las distintas partes del problema .

37. Los miembros del CDR "Guiteras" recuperaron 145 kg de materias prima en un día de un plan semanal de 435 kg
   a) ¿Qué parte del plan ha cumplido? Rta. 435 : 145 = ? (3) la tercera parte.
   b) Si al CDR "Maceo"le faltan 48 kg para tener la misma cantidad de materiales que el CDR "Guiteras" ¿Cuántos kg ha recolectado el CDR "Maceo"?
   Rta. 145 – 48 = ? (97) (Ig 3).

38. En el Combinado Poligráfico "Haydeé Santamaría" se están imprimiendo libros de textos para las escuelas primarias. En su taller No. 1 se imprimieron 900 000 ejemplares lo que representa 25 000 menos que lo impreso en el taller No. 2. Por otra parte, en el taller No. 3 se imprimieron 12 000 menos que en el taller No. 1. ¿Cuántos libros de textos menos imprimió el taller No. 3 con relación al taller No. 2?
Rta.900 000 + 25 000 = ? (925 000) (CA 6)

900 000 – 12 000 = ? (888 000) (CA 4);

925 000 – 888 000 = ? (37 000) (CA 2).

39. a) Los 52 alumnos de 4^{to} grado salieron de excursión con sus dos maestros. Se llevaron 3 bocaditos y 2 naranjas para cada estudiante. Quedaron 12 bocaditos. ¿Cuántos se comieron los alumnos?
Rta. 3.52 = ? (156) (Gl 1); 156 – 12 = ? (144) (Co 4)
   c) Si también se trajeron 26 botellas grandes de refrescos. ¿qué parte representa esta cantidad de botellas respecto a la cantidad total de bocaditos transportados? Rta. 156 : 26 = ? (6) (Dv 6) la sexta parte.

40.Algunos hombres y cierta cantidad de mujeres disputan un torneo de pin-pon. Todos se enfrentan una sola vez entre sí. Se han realizado 12 partidos. Indica cuántos hombres y cuántas mujeres pudieron haber participado en el evento?

Rta:

HOMBRES	12	6	4	3	2	1
MUJERES	1	2	3	4	6	12

41.* En una granja agropecuaria se recolectaron 105 000 sacos de papas en el primer trimestre del presente año, sobrecumpliendo con ello en 15 000 sacos el plan trimestral . ¿Cuál es la diferencia entre el promedio mensual real recolectado y el promedio mensual planificado?

Rta. 105 000 – 15 000 = ? (Co 5) (90 000); 105 000 : 3 = ? (35 000); 90 000 : 3 = ? (30 000) (GI 2) 35 000 – 30 000 = ? (5 000) (CA 1,2)

42. Teniendo en cuenta la importancia que para la alimentación tiene la carne de pescado, en 1959 se incrementó la captura de este tipo de carne. En el año 1968 se capturaron 66 000 t que es tres veces tanto como lo capturado en 1958. Ya en 1970 se aumentó en 72 000 t la captura con relación al 1958. ¿Cuántas toneladas de pescado se capturaron en nuestro país en 1970?

Rta. 66 000 : 3 = (22 000) (CM 3); 22 000 + 72 000 = ? (94 000) (CA 3”).

43. En el examen de Matemática 900 alumnos de 4to grado obtuvieron calificación de “Excelente” en un municipio. La cantidad total de alumnos examinados es ocho veces tantos como las que obtuvieron E en el examen final. Si la cantidad de alumnos que obtuvieron R es de 800. ¿Qué parte representa la cantidad de alumnos que obtuvieron “R” respecto a los examinados?

Rta. 900 . 8 = ? (7 200) (CM 1); 7 200 : 800 = ? (9) (Dv 6).

44.* La cantidad promedio de caramelos que cinco niños recibieron fue de 13. Si los primeros cuatro recibieron 11, 15, 12 y 14 unidades respectivamente. ¿Cuántos caramelos se le dieron al quinto estudiante?

Rta. 13 . 5 = ? (65) (GI 1); 11+15+12+14 = ?(52) (Cb 1); 65 – 52 = ? (13) (Cb 2).

45. Margarita compró tres libros y cinco libretas y pagó cuatro pesos mientras que Pastor compro un libro y una libreta, como las que compró Margarita y pagó $1,20. ¿Cuál es el precio de cada objeto? Rta. Un libro cuesta un peso y una libreta 20 centavos NOTA: Por el nivel de conocimientos del niño debe resolverlo aplicando el tanteo, lo cual lo puede hacer en un tabla.

46. ¿Cuántas libretas compró Faustino si el pagó 80 centavos menos que Mayra y Mayra compró 12 libretas? Rta. Falta información

47. La maestra le pide a sus alumnos que digan algunas proposiciones para valorar colectivamente si son verdaderas o falsas. Domingo le dice: "Tengo veinte chinatas distribuidas en seis cajas que contienen diferentes cantidades y ninguna de ellas está vacía". ¿Es cierto lo que plantea Domingo? ¿Por qué?
Rta. Es falso porque la menor cantidad de chinatas que pueden tener las cajas pueden ser: 1+2+3+4+5+6 = 21 > 20

48. La matrícula actual de una escuela primaria es de 950 alumnos. Esta cifra es cinco veces tantos como los matriculados diez años atrás?.

a) ¿Cuántos alumnos tenía dicha escuela hace 10 años?
Rta. 950 : 5 = ? (190) (CM 2).

b) ¿En cuántos estudiantes aumentó la matrícula de esta escuela comparada con la que tenía 10 años atrás? Rta. 950 – 190 = ? (760) (CA 1")

49.* Dos cohetes se disparan uno contra el otro; uno tiene una velocidad de 4 500 km por hora y el otro 10 500 km por hora. Si al principio los separan 654 km. ¿Qué distancia los separará un minuto antes de que ambos choquen?
Rta. En un minuto, el 1er. cohete recorrerá: 4 500 : 60 = ? (75 km / hora) (P 3)
En un minuto, el 2do. cohete recorrerá:10 500 : 60 = ?(175 km/hora) (P 3)
Luego un minuto antes de chocar se encuentra a 75 + 175 = ?(250) (Cb 1)

50. Dos padres y dos hijos salieron a pescar. Ellos capturaron tres pescados grandes solamente, pero de todas maneras alcanzó uno para cada uno. ¿Cómo esto pudo ser posible? Rta. Porque los que fueron de pesquería eran el padre, el hijo y el nieto.

51. Celina recibió el día de su cumpleaños, de su mamá, 3 libros de cuentos; de su abuela, una caja con 12 lápices de colores y de su tía 4 cuadernos para colorear. Ahora tiene 15 libros de cuentos y 15 lápices de colores. ¿Cuántos libros de cuentos tenía Celina antes de su cumpleaños? Rta. 15 – 3 = ? (Co 5)

52. En 1995 una granja lechera produjo unos 500 000 L de leche. Un año más tarde disminuyó en 100 000 L esa cantidad. Sin embargo, en 1997 logró aumentar a 600000 L la producción con relación al año anterior. ¿Cuál fue el aumento en 1997? Rta. 500 000-100 000 = ? (400 000) (CA 4"); 600 000– 400 000 = ? (200 000) (CA 1")

53. ¿Es posible plantar 375 árboles formando un rectángulo con diez matas a lo ancho. Fundamenta tu respuesta. Rta. No, porque no existe ningún número natural que multiplicado por 10 nos dé como producto 375, o sea, que la división 375 : 10 no es exacta.

54. En unos juegos deportivos nacionales compitieron en natación 24 000 alumnos, en tenis solamente 3 000, mientras que en ciclismo 8 000.

a) ¿Cuántas veces representa la cantidad de estudiantes que participaron en natación respecto a los que compitieron en tenis?
Rta. 24 000 : 3 000 = ? (8) (Dv 5).

b) ¿Cuál es la diferencia entre los niños que compitieron en tenis con relación a los de ciclismo? Rta. 8 000 – 3 000 = ? (5 000) (CA 1,2)

55. Si tienes 100 chinatas y dispones de cajitas que en una caben 10 y en otra 25. ¿De cuántas maneras pudieras guardar en estas cajas las chinatas?
Rta. En diez cajas de 10; en cinco cajas de 10 y en dos cajas de 15 o en cuatro cajas de 25 (el alumno lo puede hacer por tanteo, auxiliándose de un tabla).

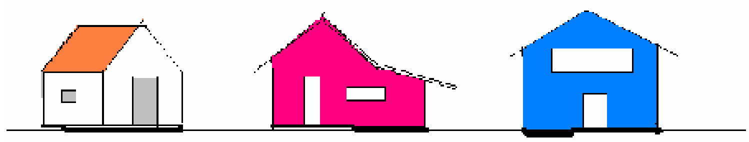
56. ¿Cuántos kg de merluza se capturaron en una cooperativa pesquera, sabiendo que lo capturado de este pescado es dos veces tantos como lo que se pescó de bonito y de este último se capturó 250 kg ? Rta. 250 . 2 = ? (500) (CM 1).

57.Hoy la molida de un central azucarero disminuyó de 276 000 arrobas de caña a 235000 arrobas con relación al día de ayer. ¿Cuántas arrobas de caña molió el central hoy menos que ayer? Rta. 276 – 235 000 = ? (CA 2”).

58. En una caja, cuyo fondo es rectangular se pueden almacenar 40 pelotas en una sola camada. ¿Cuántas pelotas pudiera tener a lo largo y cuántas a lo ancho , si este último no debe ser uno? Rta. 20 de largo y 2 de ancho; 10 de largo y 4 de ancho ö también 8 de largo y 5 de ancho.

59. Una granja trasladó a un centro de acopio 280 kg de pepinos. Esta cifra es cuatro veces tanto como la cantidad enviada de remolacha. Por otra parte, remitió la misma cantidad de tomate que de remolacha. ¿Podrías averiguar cuántos kg de vegetales recibió ese centro de acopio procedente de la referida granja?
Rta. 280 : 4 = ? (70) (CM 3); 280 + 70 + 280 = ? (Cb 1).

60. Un profesor, un capitán y un médico son vecinos. Cada cual tiene su propia casa. Ellos viven en tres casas una al lado de la otra. Se sabe que la casa del profesor esta al lado de la del capitán, pero no del médico. ¿De qué color está pintada la casa del capitán? Rta. Está pintada de rosado.



61.¿Cuántos estudiantes de una escuela primaria participaron en un festival deportivo, sabiendo que lo hicieron en una tabla en forma rectangular con 145 alumnos a lo largo y 30 niños a lo ancho.? Rta. 145 . 30 = ? (AR 1).

62. Ayer se le enviaron a una fábrica de conservas 2 175 kg de mangos, mientras que hoy se le entregaron 725 kg de guayaba. ¿Cuántas veces se envío tantos kg de mangos como los que se enviaron de guayaba? Rta 2 175 : 725 = ? (3) (CM 3).

63*. El abuelo Aurelio le prometió a un grupo de niños que se encontraban en el parque conversando con él, que le entregaría un paquete de caramelos a cada niño que le contestara correctamente la siguiente adivinanza:
"¿Cuántos hombres, cuántos niños y cuántas mujeres están viajando en un ómnibus, si se sabe que:

- en total viajan 80 personas;
- la mitad de ellos son niños y
- las mujeres son 4 más que los hombres?

Los niños se pusieron muy tristes porque ninguno de ellos pudo adivinar con precisión la cantidad de hombres y de mujeres. Si tú estuvieras en ese grupo ¿ te ganarías el paquete de caramelo? Demuéstralo.
Rta. 40 niños, 22 mujeres y 18 hombres.

64. ¿Cuántas veces se vendió el lunes tanto como el martes en una librería , sabiendo que el lunes las ventas ascendieron a $ 5 400 y el martes las ventas fueron solamente de $ 1 350? Rta. 5 400 : 1 350 = ? (CM 3).

65. En un corral hay gallinas y conejos. Entre ellos se tienen 20 cabezas y 64 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay) Rta. 8 gallinas y 12 conejos (tanteo).

66*.En una empresa trabajan 184 trabajadores que son 19 personas más que el quíntuplo de los técnicos que allí laboran. ¿Cuántos técnicos tiene esta empresa?
Rta. 184 – 19 = ? (CA 5); 165 : 5 = ? (33) (Dv 3).

67. Para actuar en una obra de teatro debe seleccionarse una pareja. La misma debe escogerse entre los niños: Agustín, Alberto y Alejandro y las niñas: Mariana, Matilde, Mercedes y Minerva.

a) ¿Cuántas parejas se pudieran formar? Rta. 3 . 4 = ? (C 1)
b) Menciona todas esas posibilidades

68. En una parcela de un centro escolar se tienen 36 canteros de lechugas y 18 de rábanos. ¿Cuántas es la cantidad de canteros de lechuga respecto a los de rábano? Rta. 36 : 18 = ? (2: el doble) (Dv 5).

69. Durante el primer semestre, en una granja agropecuaria se emplearon 17 400 hrs. en el cultivo de 95 300 posturas de cítricos. Al aumentar la productividad del trabajo las cantidades anteriores representan un aumento en 5 300 hrs. y una disminución en 27000 posturas con relación al segundo semestre. ¿Cuántas hrs. y cuántas posturas se utilizaron en el segundo semestre?
Rta. 17 400 – 5 300 = ? (12 100) (CA 5”); 95 300 – 27 000 = ? (98 000) (CA 6”)

70. Cristóbal y Javier tienen cada uno cierta cantidad de naranjas. ¿Podrías adivinar cuántas naranjas tenía cada uno si analizas atentamente lo que ellos se dicen:
Cristóbal: “Si yo te doy una entonces ambos tendremos la misma cantidad”.
Javier: “Si yo te doy una entonces tú tendrías el doble de las mías”.
Rta. Cristóbal tiene 5 y Javier 4 (tanteo).

71. Si cien sierras asierran seiscientos cipreses ¿Cuántos cipreses asierran doscientas sierras?

Rta. Una de las posibles vías de solución pudiera ser:
600 : 100 = ? (6) (GI 2)
6 . 200 = ? (1 200) (GI 1)

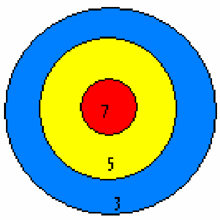
72. a) ¿Cuántos naranjos tendrá una arboleda sabiendo que por cada mata de mango hay 5 naranjos y que hay 30 matas de mango? Rta. 5 . 30 = ? (150) (P 1)
c) ¿Cuántas veces hay tantas matas de naranjos como de mangos? Rta. Una de las posibles vías de solución pudiera ser: 150 : 30 = ? (5) (CM 3)

73. Ariel hizo un dibujo en forma rectangular compuesto por cuadraditos. Por un lado tenía 9 y por el otro 6. Pintó la tercera parte de ellos de rojo y el resto de verde.
a) ¿Cuántos pintó de verde? Rta. 9 . 6 = ? (54) (AR 1); 54 : 3 = ? (18: rojo) (Dv 2); 54 – 18 = ? (36: verdes)
b) ¿Qué parte representa las verdes de las pintadas de rojo?
Rta. 36 : 18 = ? (2: el doble) (Dv 5).

74*. La suma de dos números es igual a 36. Si dividimos el mayor por el menor el cociente será 8. ¿Cuáles son esos números? Sugerencia: Ten en cuenta que la última información ofrecida es equivalente a decir que “el mayor es ocho veces -el menor”. Rta.- número mayor 32 y menor 4.

75. Gustavo y Carolina dieron en el blanco en tres oportunidades. En la figura de abajo aparecen los puntos que acumularían al acertar en cada una de las tres zonas. Si Gustavo acumuló 15 puntos y Carolina 17. ¿En qué zona pudieron haber caído los dardos en cada caso?

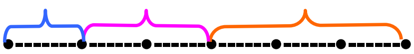
Rta. Gustavo 1era. Variante: uno en cada zona
2da. Variante: los tres en la zona de 5 puntos.
Carolina: 1era. Variante: dos en la zona 5 y uno en la 7
2da. Variante: dos en la zona 7 y uno en la 3



76 La tercera parte de los niños de una escuela están en segundo grado y la mitad en primer grado. Si en segundo hay 86 niños. ¿Cuántos niños tiene el primer grado? Rta. 86 . 3 = ? (258) (Dv 4); 258 : 2 = ? (129) (Dv 2)

77.Una bala puede recorrer 21 000 km en una hora que representa 20 700 km más que lo que puede recorrer una flecha en ese mismo tiempo. ¿Cuántas veces más rápido que una flecha es una bala?
Rta- 21 000 – 20 700 = ? (300) (CA 4); 21 000 : 300 = ? (7) (CM 1´)

78. Dolores intentó resolver el siguiente problema:
“Efraín gastó $126 al comprar un ventilador, una batidora y una grabadora. La batidora le costó el duplo del ventilador y el ventilador la tercera parte que la grabadora. ¿Cuánto pagó por cada equipo?”
pero no le fue posible. Si ella hubiera dibujado el siguiente esquema casi seguro lo hubiera resuelto:



Ahora lee cuidadosamente su texto y completa la información que te brinda en el modelo anterior para que tú sí puedas resolverlo.

79.Fui a la romería de san Ceferino
a un padre y siete hijos
cruce en el camino.
Cada hijo lleva siete sacos
en cada saco iban siete gatos
y con cada gato siete gaticos.
Gatos, gaticos, hombres y niños
¿Cuántos iban a san Ceferino?

Rta. 7 . 7 . 7 . 7 = ? (2 401) (Gl 1)

2 401 + 1 = ? (2 402) (Cb 1)

80. Isaac dispone de $5,00 y los va a utilizar completamente para adquirir materiales escolares. Él va a comprar un material de cada tipo. ¿Qué materiales pudo comprar. Observa la lista de los materiales con sus respectivos precios. Señala, al menos, cuatro de las posibles comprsr que puede hacer Isaac:

Lápiz............$ 0,50
Regla............$ 1,00
Bolígrafo........$ 1,00
Cuaderno.......$ 2,50
Caja de instrumentos geométricos........$ 3,50
Caja de lápices en colores...................$ 1,50

81*.En un mercado agropecuario se vendieron el lunes 80 racimos de plátanos y el martes 120. Si el importe de la venta del martes es de $ 1000 más que el lunes.¿Cuál es el importe de la venta en cada uno de esos días?
Rta. 120 – 80 = ? (40) (Ca 2); $1 000 : 40 = ? ($25) (GI 2)
80 . $25 = ?($2 000) (Gi 1) ; 120 . $25 = ? ($3 000) (GI 1)

82.a) El hombre pisó por primera vez la superficie lunar el 20 de julio de 1969. William pesa en La Tierra 54 kg mientras que en La Luna pesaría solo 9 kg. ¿Cuántas veces es menos pesada una persona en La Luna que en La Tierra?
Rta. 54 : 6 = ? (9) (CM 3")
b) Si él viajara en un cohete a una velocidad de 28 000 km por una hora se demoraría 14 horas para llegar a La Luna. ¿A qué distancia se encuentran ambos planetas? Rta. 28 000 . 14 = ? (384 000) (P 1)

83. El salario de un técnico es de $2,00 por una hora de trabajo.
a) ¿Cuántas horas laboró si recibió $320? Rta. $320 : 2 = ? (160) (P 2)
b) Si él trabaja semanalmente 40 horas. ¿De cuántas semanas le corresponde ese salario? Rta. 160 : 40 = ? (GI 3)

84.* En una fábrica cuatro de cada cinco trabajadores son hombres. Si hay 940 hombres.
a) ¿Cuántas mujeres trabajan aquí? Rta. 940 : 4 = ? (235) (P 2)
b) ¿Cuántos hombres trabajan más que mujeres? Rta. 940 – 235 = ? (CA 1)

85.Ángel partió de la ciudad A hacia su casa. Primero recorrió en ómnibus 46 km y después se trasladó en automóvil 35 km. Si al salir de la ciudad A se encontraba a 95 km de su casa y después de su recorrido solo estaba a 14 km de su hogar. ¿Cuántos km ha viajado? Rta. Puede resolverse de dos formas:
46 + 35 = ? (81) (Co 1) ó 95 – 14 = ? (81) (Co 2).

86. Un gato puede vivir 15 años mientras que una tortuga puede llegar hasta 150 años.

a) ¿Cuántos años menos vive el gato que la tortuga ? Rta. 150 – 15 = ? (135) (CA 2)
b) ¿Cuántas veces vive la tortuga con relación al gato? Rta. 150 : 15 = ? (10)
(CM 3)

87. Un avión de transporte de pasajeros recorre 480 km en 80 minutos, mientras que un avión de propulsión a chorro solo necesita la mitad de ese tiempo para recorrer la misma distancia. ¿Cuántos km en un minuto vuela cada uno de ellos?
Rta. 480 : 80 = ? (6) (P 3); 80 : 2 = ? (40) (Dv 2); 480 : 40 = ? (12) (P 3).

88. De 6 q de remolacha se obtiene 1 q de azúcar.
a) ¿De cuántos q de remolacha se obtienen 15 q de azúcar? Rta. 6 . 15 = ? (P 1).
b) ¿Cuántos q de azúcar se obtienen de 60 q de remolacha? Rta. 60 : 6 = ? (P 2)

89. Ángela le pregunta a su abuelo: "¿Qué edad Ud. tiene?". Él le contestó: "Como tú tienes 9 años, por cada año que tú tienes yo tengo 6". ¿Qué calculo habrá realizado Ángela para descubrir la edad de su abuelo? Rta. 9 . 6 = ? (54) (P 1)

90. Gregorio sale de la ciudad A corriendo 360 metros en 3 minutos para encontrarse con su amiguito Elio que salió a su encuentro desde la ciudad B avanzando 100 km en un min.
a) ¿Cuál de los dos corre más rápido? Rta. 360 : 3 = ? (120) (P 3) Como 120>100 Gregorio es más rápido.
b) ¿Cuántos m. recorrerá Gregorio al cabo de 10 minutos?
Rta. 120 . 10 = ? (1 200) (P 1).
c) ¿Qué tiempo se demorará Elio para recorrer 1 km? Rta. 1 000 : 100 = ? (10) (P 2).

91. Si lees las siguientes informaciones y realizas los cálculos necesarios, sabrás cuales son las poblaciones de los seis países más poblados del mundo:

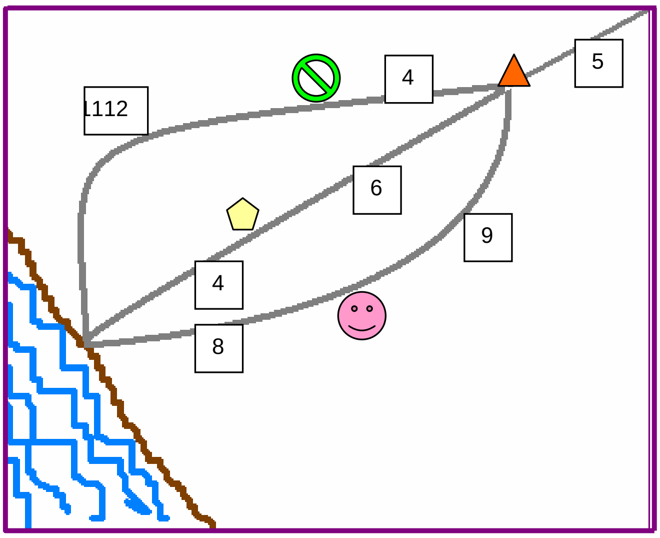
- Los EEUU tienen 95 millones de habitantes más que Brasil y 550 menos que la India.

- A Rusia le faltan 105 millones para tener la misma cantidad de habitantes que EEUU.

- **Si Brasil aumentara su población en 15 millones de habitantes entonces tendría la misma cantidad de población que Indonesia.**

PAÍS	**HABITANTES**
1. China	
2. India	
3. EEUU	
4. Indonesia	
5. Brasil	**155 000 000**
6. Rusia	

92. Examina en este mapa las distancias marcadas en km y después contestas las preguntas que se te hacen al respecto:



LEYENDA:

: Ciudad **: Cueva** **: Cafetería** **: Garage**

a) **Para ir de la playa a la ciudad hay tres caminos. ¿Cuántos km tiene cada uno?**
b) **¿Cuál de ellos es el más corto? ¿ Por qué?**

c) Si estas en el garage y deseas ir a la cafetería ¿qué rutas seguirías para ahorrar combustible?
d) ¿Cuántos metros tiene la carretera que va de la cueva a la ciudad?